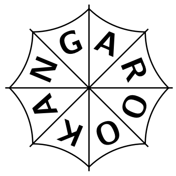
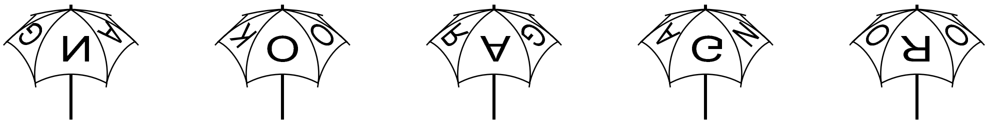
1. B

Betrakta de fem alternativen och jämför med paraplyet.
(A) N är upp- och ner. (C) R är felvänd. (D) G är felvänd. (E) R ska inte stå mellan bokstäverna O, utan till vänster om dem.





2. B. 20 cm

En liten rektangels långsida motsvarar två kortsidor av en liten rektangel. Alltså är en kortsida 5 cm på en liten rektangel. Den stora rektangelns långsida är 10 cm + $2 \cdot 5$ cm = 20 cm.

3. E. 1000

$2{,}015 \cdot 510{,}2 \approx 2 \cdot 500 = 1000$.

4. A. 4, 6, 11

Viker man ihop till en kub, så kommer talet 1 mitt emot 3, 2 mitt emot 4 och 5 mitt emot 6. Det ger summorna 4, 6, 11.

5. D. $\frac{2014}{4}$

Ett tal är delbart med 4 om talet som bildas av talets två sista siffror är delbart med 4. 14 är inte delbart med 4. Ett heltal delat med 1 ger alltid tillbaka samma heltal, alltså ej A. Ett jämnt heltal är alltid delbart med 2, alltså ej B. Om ett heltals siffersumma är delbart med 3 är heltalet också delbart med 3, alltså ej C. Om ett heltal slutar på 0 eller 5 är talet delbart med 5, alltså ej E.

6. C. XY

När figuren viks ihop så kommer kanten VW att möta kanten XW och kanten VU kanten XY.

7. D. 9

Om en triangel har sidorna 6, 10 och 11 är omkretsen 6+10+11=27. Den liksidiga triangeln med samma omkrets har då sidan 27/3 = 9.

8. A.

Simon befinner sig inom ett området som är begränsat av en cirkel med fem meters radie från stammen (bild 1) och utanför en cirkel med fem meters radie från hundkojan (bild 2). Resultatet blir som i bild 3.

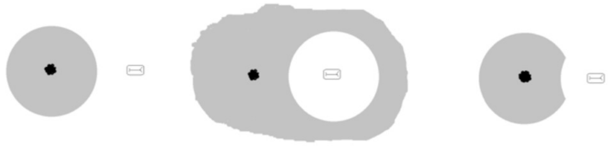


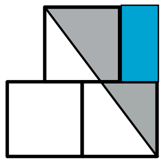
Bild 1 Bild 2 Bild 3

9. B. 19

Eftersom antal veckodagar är 7 och antal månader är 12 så finns det 7 pojkar och 12 flickor i klassen, dvs. 19 barn.

10. C. 1

Då den övre kvadraten står precis mitt på de två nedre, kommer den skuggade rektangeln att ha basen 1/2 och höjden 1. Den skuggade delen utgör nu tillsammans en triangel med basen 3/2 och höjden 2. Arean blir $2 \cdot (3/2) / 2 = 3/2$. Den skuggade rektangeln har arean $1/2 \cdot 1 = 1/2$



11. B 2

Vänsterledet i ekvationen består av 3 tvåor, 3 ettor och 3 femmor. Adderar vi dessa tal blir resultatet 24. Eftersom högerledet är lika med 0, måste summan av de positiva respektive negativa termerna vara 12. Den första termen är positiv och för att få minsta antal plustecken sätter vi dem framför de högsta termerna, alltså plustecken framför två av femmorna.

12. D. 1,5 cm

$1\ m^2 = 100\ dm^2$ och 15 liter = $15\ dm^3$. Volymen av vattnet är basarean multiplicerat med höjden. På $1\ m^2 = 100\ dm^2$ har vi volymen 15 liter = $15\ dm^3$ och då blir höjden 15/100 dm = 0,15 dm = 1,5 cm.

13. C 8

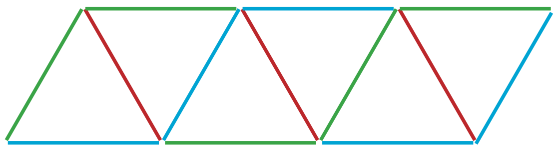
Antag att kvadraten har sidan *s*. Då har kvadraten arean s^2. Hörnet som viks in är en rätvinklig likbent triangel och arean av den är en åttondel av kvadratens area ($s^2/8$). Alltså är femhörningens area 7/8 av kvadratens area ($7s^2/8$). Eftersom areorna ska vara två konsekutiva tal är kvadratens area 8 och femhörningens area 7

14. B 56 cm

Anna fick störst summa, dvs hon måste ha adderat två långa och en kort sida. Heather fick en mindre summa, hon måste ha adderat två korta och en lång sida. Antag att rektangelns långa sida är a och den korta är *b*. Det ger följande ekvationssystem: 1) $2a+b=44$ och 2) $a+2b=40$. Då är $3a + 3b = 84$, rektangelns halva omkrets $(a + b) = 28$ och hela omkretsen $(2a + 2b) = 56$.

15. A. Bara grön

Sidan mellan de två trianglarna längst till vänster kan bara vara röd. Då är den tredje sidan i den andra triangeln blå. Med motsvarande resonemang för de två trianglarna till höger får vi att sidan mellan dem är röd. Då är den tredje sidan i den andra triangeln från höger grön. Då kan sidan mellan de två mittersta trianglarna bara vara röd och sidan markerad med *x* är grön.



16. B. 1

Pål ljuger för om han hade talat sanningen hade han gjort läxan. Om Ola, Erica eller Gert hade talat sanning, så skulle respektive påstående som de sa har sagts av flera elever. Alltså är det bara Berit som talar sanning.

Alternativt: 0, 1, 2, 3, 4 eller 5 elever hade gjort läxan. Vi vet att lika många talar sanning. Nu tittar vi på vad de sa. Om 1, 2, 3 eller 4 hade gjort läxan så talar en elev sanning, om 5 hade gjort läxan så har 0 elever talat sanning. Stämmer bara på 1 elev.

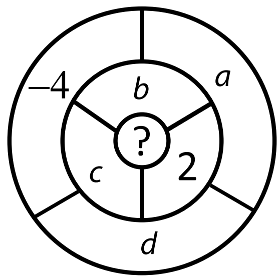
17. A. 6

De återstående 15% är minst en känguru men inte två därför att två kängurur kan aldrig väga mindre än de två lättaste som tillsammans väger 25% av totala vikten.

18. C. 6

Lösningsalternativ 1:

2 är 6 större än -4. Det betyder att summan av grannarna till fältet med 2 är 6 större än summan av grannarna till fältet med -4. Fältet med 2 har alla de grannar som fältet med -4 har och dessutom det med ”?”. Alltså måste fältet med ”?” innehålla 6. Rita kan fylla i alla fält på det sätt som det är tänkt. Hon får skriva -4 i alla de yttre fälten, 6 i mitten och 4 i alla mellanfält.



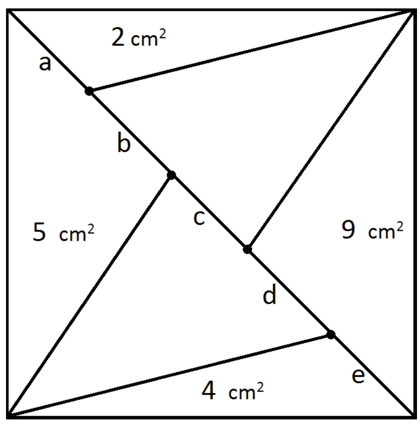
Lösningsalternativ 2:

Beteckna talen i de övriga områdena enligt figuren. Det tal som ska stå i stället för ”?” kallar vi x. Då gäller att $-4 = a + b + c + d$ och $2 = a + b + c + d + x$. Alltså är $2 = -4 + x$, $x = 6$.

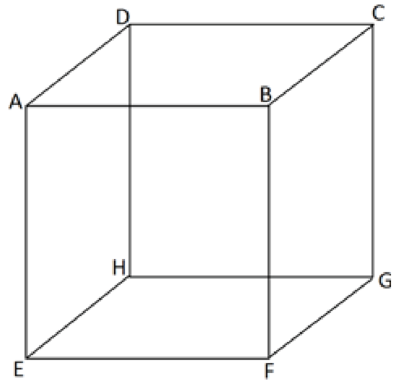
19. C. 48

Låt talen på korten vara a, b, c, d och e. När talet a adderas med de övriga talen får man fyra summor. Eftersom det bara finns tre olika summor så måste det stå samma tal på två av korten b, c, d och e. Då två lika tal adderas får man ett jämnt tal, dvs deras summa är 70, och de lika talen är 35. De andra summorna är 57 och 83. Då blir de andra talen 48 (83–35) och 22 (57-35). Deras summa är 70. Det största talet är 48.

20. D. d



De två största trianglarna (halvor av kvadrater) har arean 15 var. Dela var och en av dem i 5 trianglar med baser a, b, c, d och e. Samtliga trianglar har lika stor höjd, de med gemensamma baser har lika stora areor. Låt A vara area av triangel med basen a, B area av den med basen b, C den med c osv. Då har vi: $A = 2\text{cm}^2$, $A + B = 5\text{ cm}^2$ alltså $B = 3\text{ cm}^2$, $E = 4\text{ cm}^2$, $D + E = 9\text{ cm}^2$ alltså $D = 5\text{ cm}^2$, $C = 15\text{ cm}^2 - A - B - D - E = 15\text{ cm}^2 - 2\text{ cm}^2 - 3\text{ cm}^2 - 5\text{cm}^2 - 4\text{ cm}^2 = 1\text{ cm}^2$. D är den största area bland A, B, C, D och E. Alltså är d är största basen bland a, b, c, d och e.

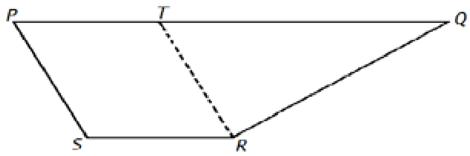


21. D. 4

Eftersom det går ett udda antal, (3 st) trådar från varje hörn, så måste det gå minst en trådände från varje hörn. Det betyder att Vlatko behöver minst 8 trådändar, alltså minst 4 trådar. Han kan ta t.ex. trådar med längder 1 cm, 2 cm, 4 cm och 5 cm och bygga enligt följande schema:

A---B
D---A---E
H---D---C---B---F
C---G---F---E---H---G

22. D. 30°



Vi ritar parallelltrapetsen *PQRS*. Dra linjen *TR*, parallell med *PS*. Då är *PTRS* en romb med vinklarna 120°, 30°, 120° och 30°. Rombens alla sidor är lika och *PQ*=3·*RS*, alltså *TQ*=2·*RS*=2·*RT*. Vinkeln *QTR* är 60° och eftersom QT = 2·*TR* så är triangeln *QTR* en halv liksidig triangel och vinkeln *PQR* = 30°

23. E. 14

De fem punkterna P_1–P_5 ryms inom ett intervall som bestäms av det längsta inbördes avståndet $|P_1P_5| = 22$. Kan vi då finna fyra intervall vars summa är 22?
Ja, det går: 2,5,6 och 9 och det är den enda möjligheten att bilda summan . Men vi behöver också ordna dessa inbördes så att vi kan erhålla de andra avstånden. Vi börjar med att prova med $|P_1P_2| = 2$. Kan nästa intervall vara 5? $|P_2P_3| = 5$ skulle ge $|P_1P_3| = 7$, men det intervallet har vi inte med i vår rad. Intervallet 8 = 2+6 kan vi inte bilda på något annat sätt med de intervall vi har att röra oss med. Därför blir $|P_2P_3| = 6$ som ger $|P_1P_3| = 8$. Kommer då nästa avstånd $|P_3P_4|$ att vara 5? I så fall skulle $|P_2P_4| = 11$ men det talet har vi inte heller i vår rad. Passar då 9 här istället? $|P_3P_4| = 9$ ger $|P_2P_4| = 15$ och $|P_1P_4| = 17$. Det ser nu ut som att alla punkter är inplacerade med intervallen 2,6,9,5 i just den ordningen ger de flesta intervall i raden. Det enda intervall som inte angivits i raden är $|P_3P_5| = 14 = k$.

24 C. 64

Det finns sju platser att placera den siffra som saknas. För varje plats finns 10 alternativ (0 – 9), alltså 70 möjligheter. Alla dessa behövs inte. Antag att siffra 1 står på position 1 och Emma testar med en 1, då räcker det med att testa på en av positionerna, antingen till vänster eller till höger. Samma gäller för övriga fem positioner. Alltså 70 – 6 = 64.

Kängurutävlingen – Matematikens hopp

Arbeta vidare med Cadet 2015

Årets Känguruproblem kan direkt kopplas till innehållet i kursplanerna för åk 9 samt för Ma1. Få av problemen kan kategoriseras som rutinuppgifter utan bygger på förståelse och grundläggande kunskaper. Flertalet av dem kan kopplas till det centrala innehållet problemlösning men även till förmågan problemlösning som ska utvecklas. Det är därför viktigt att låta problemen leva vidare. Har man inte haft möjlighet att genomföra tävlingen kan problemen komplettera den ordinarie undervisningen.

I samband med diskussion av problemen kommer ett antal matematiska termer att aktualiseras. Gå igenom dem. För definitioner hänvisar vi till *Matematiktermer för skolan* (Kiselman & Mouwitz, 2008).

I all form av problemlösning är det viktigt att diskutera strategier och lösningsmetoder. Man kan komplettera med liknande problem från tidigare års tävlingar. Nedan ges hänvisningar till liknande problem och förslag på upplägg.

Matematiskt arbete handlar mycket om resonemang. Elever behöver få resonera kring både matematikinnehållet och strategier för att utveckla sin matematiska kompetens. Låt dem också få argumentera för sina lösningar och sina val av metoder. I arbetet med alla problem bör förmågorna att resonera och argumentera vara centrala.

Ett sätt att arbeta vidare kan vara att eleverna i mindre grupper resonerar sig fram till en gemensam lösning. Diskutera gruppernas lösningar i klassen och jämför idéer och angreppssätt. Låt också eleverna få bedöma kamraternas lösningar: Har de tagit hänsyn till alla förutsättningar? Är de tydliga? Är resonemanget korrekt? Fungerar lösningsmetoden på andra, liknande problem? Diskutera vilken information i problemet som är nödvändig och vad som kan ändras utan att problemet förändras.

Att analysera och diskutera varandras lösningar är bra, men det kräver förstås att man arbetar långsiktigt så att eleverna vänjer sig vid att både ge kritik på ett konstruktivt sätt och att ta emot kritik. Om de redan från början får uppleva att det är en del av undervisningen kan det bli en naturlig och uppskattad form av arbete med problem.

Några frågor att återkomma till när problemet är löst:

– Kontrollera att lösningen verkligen svarar mot frågan. Är det ett rimligt svar? Hur vet vi det?
– Påminner problemet om något annat problem vi löst tidigare?
– Vilka kunskaper hade vi nytta av när vi löste problemet?
– Vilka nya frågor kan problemet väcka?
– Lärde vi oss något nytt av problemet?

Att arbeta vidare med problemen kan innebära att man noggrant går igenom lösningsstrategier och repeterar eller tar upp teori kring använda begrepp. Här finns många tillfällen att utveckla olika matematiska förmågor. I efterarbetet kan det även vara lämpligt att hämta in snarlika problem från de andra tävlingsnivåerna detta år och från tidigare års Kängurutävlingar. Alla tidigare tävlingsproblem finns att hämta på Kängurusidan på nätet, ncm.gu.se/kanguru. Tidigare problem inom området geometri är dessutom samlade i en bok – *Geometri och rumsuppfattning med känguruproblem*. Läs mer om den på ncm.gu.se/node/4742.

Att läsa

Eriksson, K. & Rydh, S. (2003). *Nöjesmatematik*. Stockholm: Liber.

Gennow, S. & Wallby, K. (2010). *Geometri och rumsuppfattning med Känguruproblem*. NCM, Göteborgs universitet.

Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem – inspiration till variation*. Stockholm: Liber.

Kiselman, C. & Mouwitz, L. (2008). *Matematiktermer för skolan*. NCM, Göteborgs universitet.

Ulin, B. (2010). *Matematiska äventyr*. NCM, Göteborgs universitet.

Vaderlind, P. (2005). *Klassisk och modern nöjesmatematik*. Stockholm: Svenska förlaget.

Wallby, K. m fl (red) (2014). *NämnarenTema 10 Matematikundervisning i praktiken*. NCM, Göteborgs universitet.

Nämnaren. I varje nummer finns Problemavdelningen och Kängurusidan. Läs också tidigare artiklar kring problemlösning. Nämnarenartiklar publicerade 1990–2009 finns fritt tillgängliga som pdf-dokument på Nämnaren på nätet, namnaren.ncm.gu.se. Du finner dem via *artikeldatabasen*. Under *ArkivN* finns alla publicerade Uppslag och Problemavdelningar samlade. Nämnaren på nätet presenterar varje månad nya problem under rubriken Månadens problem.

Strävorna finns på ncm.gu.se/stravorna. Där finns aktiviteter, problem och artiklar samlade och ordnade efter kursplanens beskrivning av matematikämnets syfte och mål.

Matematiklyftets lärportal matematiklyftet.skolverket.se. På lärportalen finns moduler om problemlösning för alla stadier. Dessa ingår i Matematiklyftet men finns fritt tillgängliga för alla. Modulerna innehåller teoritexter, underlag för lärares gemensamma fortbildning samt problem för eleverna. På lärportalen finns också andra moduler där problemlösning ingår.

Årets Känguruproblem kan direkt kopplas till innehållet i kursplanerna för åk 9 samt för Ma1. Få av problemen är direkta rutinuppgifter utan bygger på förståelse och grundläggande kunskaper. Flertalet av dem kan kopplas till det centrala innehållet problemlösning men även till förmågan problemlösning som ska utvecklas. Det är därför viktigt att låta problemen leva vidare. Har man inte haft möjlighet att genomföra tävlingen kan problemen komplettera den ordinarie undervisningen.

I samband med diskussion av problemen kommer ett antal matematiska termer att aktualiseras. Gå gärna igenom dem, och för definitioner hänvisar vi till *Matematiktermer för skolan* (Kiselman & Mouwitz, 2008).

Taluppfattning

C3 (Förkortningen betyder Cadet 3).
Att kunna göra en rimlighetsbedömning av ett resultat är viktigt. Att räkna ut $2{,}015 \cdot 510{,}2$ för hand är nog en uppgift som är en utmaning för många elever. Att slå in på räknaren bör alla klara av. Men om man trycker på fel tangent eller missar decimalkommats placering så blir resultatet ett annat. Uppgift 1 på Junior har decimaltecknen en annan placering än i Cadet och svarsalternativen är andra. Visa den andra uppgiften och gör även egna varianter. Ett annat sätt att angripa det på är att skriva om talen i grundpotensform och utföra beräkningarna. Liknande problem är Cadet 2011 nr 9 och Benjamin 2002 nr 7.

C5
Det här problemet är konstruerat utifrån ett årtal och konstruerat en frågeställning, den här gången med fokus på delbarhetsregler. Vi kan gå vidare och fortsätta med fler liknande kvoter, t.ex. F: $\frac{2016}{6}$, G: $\frac{2017}{7}$, H: $\frac{2018}{8}$, I: $\frac{2019}{9}$ och J: $\frac{2020}{10}$. Hur många av dessa tal är heltal?

Finns det några sätt att undersöka det?

Ta upp begreppen heltal och delbarhet med eleverna. Gå igenom delbarhetsregler. Låt a och b vara två positiva heltal. Vad betyder det att b är en delare i a, b inte är en delare i a? Låt eleverna skriva om talen på formen $a = kb + r$, där $0 \leq r < b$. Andra begrepp att ta upp är primtalsfaktorisering. Låt eleverna primtalsfaktorisera täljare och nämnare och sedan förkorta om det går. Liknande problem är Cadet 2014 nr 1, Cadet 2013 nr 4 och 6, Cadet 2011 nr 19 samt Junior 2010 nr 1.

C11
Diskutera lösningsstrategier. Vilket värde får vänsterledet om alla * byts mot –-tecken?

1. Skriv upp 2*0*1*5*2*0*1*5*2*0*1*5.
2. Byt ut alla * mot – , det ger 2 – 0 – 1 – 5 – 2 – 0 – 1 – 5 – 2 – 0 – 1 – 5
3. Beräkna värdet. Hur gör man det?

$2 - 0 - 1 - 5 - 2 - 0 - 1 - 5 - 2 - 0 - 1 - 5 = -20$

4. Är det någon/några termer som inte påverkar resultatet? Ta bort dem.

   $2 - 1 - 5 - 2 - 1 - 5 - 2 - 1 - 5 = -20$

5. Byt systematiskt ut – mot + för att med så få byten som möjligt få värdet 0. Med hur mycket ändras uttryckets värde om vi gör ett sådant byte om talet är 1, 2 respektive 5?
6. $2 - 1 + 5 - 2 - 1 + 5 - 2 - 1 - 5 = 0$

Gör motsvarande övning där + tecken byts mot –.

Vilka värden kan vänsterledet anta beroende på antal + respektive –?

Ta upp prioriteringsregler, negativa tal och parenteser.

Liknande problem finns i GyCadet 2004 nr 4, 2010 nr 8 och Student 2010 nr 16.

C17
Diskutera lösningsstrategier. Be eleverna ge förslag på hur mycket varje känguru väger. Vilken är medelvikten, medianvikten? Går det att illustrera viktfördelningen med ett diagram? En av kängururna hoppar iväg från gruppen. Hur ändras viktfördelningen? Om det tillkommer en känguru som väger mer än den tyngsta, vad händer då med viktfördelningen?

Ändra totalvikten till att för de två tyngsta vara 60 % och totalvikten för de tre lättaste vara 25 %. Hur många kängurur finns det i denna grupp? Be eleverna skapa liknande problem.

C18
Resonera om lösningsstrategier. Ta fram en generell lösning. Vilka tal kan stå i de tomma fälten?
Ett liknande problem är årets Junior nr 19. Från tidigare år finns GyCadet 2010 nr 17.

C19
Resonera om antal summor som kan bildas av fem tal. Ta upp följande fall:

1. Talen har samma värde.
2. Talen har två olika värden.
3. Talen har tre olika värden.
4. Talen har fyra olika värden.
5. Alla talen har olika värden.

När får man en udda respektive jämn summa? Liknande problem finns i Cadet 2010 nr 18 och Cadet 2012 nr 12 som handlar om kort med tal.

Geometri och rumsuppfattning

Flera av problemen i Kängurutävlingen har geometrisk anknytning. I efterarbetet är det viktigt att låta eleverna motivera sina tankegångar och redovisa sina lösningar. Vad är ett bevis? Hur mycket måste man redovisa i ett bevis och hur gör man detta på ett enkelt och tydligt sätt? Hur markerar man t.ex. att två vinklar är lika stora eller att de inte är det? Det går inte att hänvisa till att två vinklar ser lika stora ut eller att en vinkel är rät om man inte har fått veta att det är så.

C2 och **C14** handlar om rektanglar. Börja med att be eleverna beskriva en rektangel med ord och ta upp begreppen *parallell* och *rät vinkel*.

C2 går ut på att definiera att förhållandet mellan de små rektanglarnas kortsida och långsida är 1:2. Även om många tycker att de ser att det är så, är det viktigt att eleven kan motivera detta. Diskutera och jämför sedan area och omkrets av den stora rektangeln i jämförelse med de mindre. Låt eleverna konstruera andra former på den stora rektangeln. Hur många kan de konstruera? Diskutera för var och en av konstruktionerna dess omkrets och area jämfört med de fyra små rektanglarna.
Liknande problem är Benjamin 2014 nr 5 och Cadet 2011 nr 22.

C14 saknar figur och det kan vara bra att låta eleverna rita en rektangel och införa lämpliga beteckningar. Hur kan eleverna formulera de givna sambanden algebraiskt? Här kan de själva få formulera liknande problem till varandra. Liknande problem är GyCadet 2008 nr 15.

C4, **C6** och **C21** handlar om tredimensionella figurer. Diskutera vad som kännetecknar en tredimensionell figur, be eleverna rita, beskriva och namnge dem de känner till. Låt eleverna försöka rita sina tredimensionella figurer som tvådimensionella figurer.

C4
Den här sortens problem har funnits med många gånger, men med olika frågeställningar. Här kan undersökningar utveckla elevernas förmåga att avgöra hur den tredimensionella figuren ser ut. Uppmana eleverna att med ord beskriva hur kuben ser ut. Jämför det med problem nr 16 från Benjamin 2014. Vill man fortsätta på temat kuber kan man fortsätta med följande problem från årets tävlingsomgång, E17, J11 och S19. Från 2014 finns C22 och J17.

I samband med **C6** kan det vara lämpligt att ta upp begreppet prisma och vad som kännetecknar denna tredimensionella figur. Ta också upp begreppet *pyramid* och låt eleverna lösa Benjamin nr 13. Problem på temat prisma och pyramid från tidigare tävlingar är Junior nr 3 2004, Junior nr 20 2005 samt Student nr 7 2010.

Ta fram lämpligt laborativt material till **C21**. Låt eleverna arbeta med en utvecklad kub och i den lägga ut trådar med de angivna längderna. Vilka kombinationer av trådar är möjliga? Avsluta med att eleverna får sätta ihop sina konstruerade figurer till en kub.

Även i **C12** är det frågan om tre dimensioner, men här handlar det mer om att beräkna volym och omvandla enheter. En repetition av enheter i en-, två- och tre dimensioner kan eventuellt behövas. Utgå från svarsalternativen och be eleverna beräkna hur mycket nederbörd som föll i de olika fallen. Vid regnmätning pratar man om antalet mm regn som föll. Hur är den informationen kopplad till liter per kvadratmeter? Låt eleverna ställa upp ekvationer. Liknande problem är Junior 2004 nr 9, Junior 2011 nr 13 och Student 2010 nr 3.

C7
Låt eleverna med ord beskriva en triangel. Ta upp olika typer som spetsvinkliga, rätvinkliga och trubbvinkliga trianglar. Ta även upp likbenta och liksidiga trianglar.

1. Konstruera likbenta trianglar med samma omkrets (27 cm) där sidorna är heltalslängder. Vilken area har dessa trianglar? Be eleverna med ord beskriva samband mellan arean och basens längd.
2. Konstruera godtyckliga trianglar med omkrets 27 cm där sidorna har heltalslängder.

Alla dessa konstruktioner kan göras i Geogebra. Liknande problem GyCadet 2006 nr 9 och Junior 2006 nr 14.

C8
Låt eleverna utifrån beskrivningen rita upp området. Ta även fram problem 5 från årets Junior, ett snarlikt problem. Utgå från svarsalternativen och låt eleverna formulera problem som ger respektive svar.

C10
Diskutera lösningsmetoder. Låt eleverna rita upp figuren och markera längder på givna sträckor. Hur påverkar läget av den övre kvadraten areans storlek? Låt toppkvadraten glida utefter de två undre kvadraterna och gör motsvarande skuggning. Vad händer med arean och varför? Diskutera symmetri och likformighet.

C13

Låt eleverna algebraiskt formulera uttryck för area och omkrets av kvadraten och femhörningen. Bestäm kvadratens area om femhörningens area är given. Bestäm femhörningens area om kvadratens area är given. Diskutera begreppet månghörningar, både regelbundna och oregelbundna. Låt eleverna undersöka vinklar i fyrhörningar. Hur många av vinklarna kan vara spetsiga (jämför problem 9 på årets Student)? Låt eleverna undersöka vinklar i femhörningar. Hur många räta vinklar kan en femhörning ha? Jämför med problem 10 på årets Junior.

C20

Det här problemet handlar om proportioner. Man brukar tala om areaskalan som är längdskalan i kvadrat, men då måste man komma ihåg att detta gäller förhållanden mellan likformiga figurer. Här har vi samma proportioner mellan trianglarnas areor som mellan längder av deras baser beroende på att alla trianglarnas höjder är lika stora. Motsvarande gäller för trianglar med samma bas (eller lika stora baser) men olika höjder. Även i problemen 239, 366 och 376 till 379 i Geometri och rumsuppfattning kommer principen till användning. Proportionalitet förekommer ofta i geometriska problem. Ett enkelt sådant är problem 1 i Nämnarens Månadens Problem i mars 2012.

C22

Diskutera begreppen parallelltrapets, parallellogram, romb, rektangel och kvadrat. Låt eleverna rita en figur som visar parallelltrapetsen PQRS. Låt eleverna redovisa sina lösningar på problemet. Resonera om vad en halvliksidig triangel är för något. Tidigare problem där parallelltrapets ingår är Junior 2011 nr 2, Cadet 2013 nr 15 samt Junior 2007 nr 17.

C23

Låt eleverna arbeta med problemet konkret samtidigt som de resonerar om punkternas placering. Ett liknande problem finns på årets Benjamin nr 24. Tidigare liknande problem är GyCadet 2008 nr 14 och Benjamin 2003 nr 16.

Algebra

Det finns alltid flera metoder att lösa känguruproblem på. Många av dem är formulerade så att man med hjälp av svarsalternativen kan komma fram till svaret. Genom att arbeta vidare med problemen finns då chansen att diskutera generella lösningar där man låter eleverna arbeta med algebra. I flera av geometriproblemen bör man i efterarbetet få in algebra.

C13

Diskutera begreppet konsekutiva heltal. Låt eleverna skriva upp algebraiska uttryck för tre, fyra, fem,… konsekutiva heltal. En vanlig frågeställning är t.ex.: Summan av fem konsekutiva heltal är 2015. Vilka är talen? Cadet 2013 nr 20, Cadet 2010 nr 7, GyCadet 2005 nr 23, Student 2005 nr 6 och Student 2007 nr 17 handlar om konsekutiva tal.

Problemlösning

Några av årets uppgifter bygger på logiska resonemang inom olika matematiska fält. Här gäller det att utgå från givna förutsättningar och utifrån dem föra ett hållbart resonemang. Uppgifterna ges också goda möjligheter till både skriftlig och muntlig kommunikation.

C9

Hur många elever skulle det som mest vara i klassen om man bara vet att alla elever är födda i olika månader? Vilka veckodagar respektive månader fyller eleverna i klassen år på? Skulle eleverna utifrån den undersökningen kunna göra likande problem? Liknande problem är Benjamin 2015 nr 14.

C15

Låt eleverna muntligt resonera om färgerna på sidorna. Rita en ny triangel på vardera sida om de givna. Hur ska de sidorna färgläggas? Jämför även årets Benjamin nr 17. Liknande problem är Cadet 2011 nr 10.

C16

Detta problem är upplagt för resonemang. Låt eleverna först tänka själva, sedan arbeta parvis och sedan fyra och fyra. Här skulle eleverna efter det enskilda resonemanget genom mentometrar lämna sitt svarsalternativ och resultatet visas upp. Efter det parvisa arbetet ny mentometerundersökning med uppföljning. Beroende på hur svarsfrekvenserna ser ut kan man gå vidare med större resonemangsgrupper. Ett verktyg för att använda sådana mentometerknappar är t.ex. *Socrative*, en gratis webbtjänst.