



Arbeta vidare med Milou 2014, med lösningar

Vi hoppas att problemen i Milou blev en spännande och positiv upplevelse för både elever och lärare.

Nu kan ni diskutera och kontrollera lösningarna genom att pröva laborativt. Diskutera hur olika problem kan formuleras för att andra lösningar ska vara möjliga. För att variera problemen kan förutsättningar, tex ingående tal, ändras.

Här ger vi några kommentarer och förslag på hur ni kan arbeta vidare. Säkert har du också egna idéer. Dela gärna med dig av dem, skriv till kanguru@ncm.gu.se

I årets Ecolier finns det ytterligare problem som ni kan arbeta med i par, i grupp och tillsammans i klassen. Om du inte redan har tillgång till det materialet har kanske någon kollega på skolan det. Det kommer att publiceras på Kängurusidan, ncm.gu.se/kanguru/ i slutet av terminen. Där finns också alla tidigare problem tillgängliga. Många av dessa går att använda i din grupp även om de ursprungligen var tänkta för äldre elever. Vi ger också några lästips i anslutning till förslagen under rubriken Att läsa. De Nämnarenartiklar som föreslås ligger i fulltext på ncm.gu.se/artikelsok.

Övningsuppgiften

Rätt svar: 8

Hur löser eleverna uppgiften? Uppfattar de antalet ben på varje djur "i en blink", utan att räkna? Finns det elever som har problem med ett-till-ett - räkningen eller kanske parbildningen antal - räkneord? Hur vet eleven vilka ben som har räknats? Vet eleverna vilken siffra som svarar mot antalet?

Diskutera hur uppgiften kan lösas. Vilka strategier har eleverna? Finns det olika förslag? Någon elev kanske räknar ett ben i taget. Andra upptäcker antalen två och fyra. Två hönsben och två hönsben är fyra ben. Tillsammans med fyra kattben är det åtta, dubbelt så mycket som fyra. Andra kanske utgår från de fyra kattbenen och lägger till två hönsben i taget, fyra+två+två.

Liknande uppgifter: 2013 Ecolier2; 2012: Milou 2; 2009: Ecolier 14; 2005: Ecolier 4

Arbeta vidare

Många elever behöver stöd av konkret material, andra ritar hellre bilder eller skriver siffror. Uppmuntra samtal och diskussion. Vilka räknesätt och vilka strategier använder eleverna spontant? Låt eleverna beskriva för varandra hur de kommit fram till lösningar och också motivera hur de vet att de stämmer. Finns det ytterligare strategier som ni bör lyfta fram i undervisningen?

Förslag på problemformuleringar:

- Hur många näsor har vi tillsammans? Armar? Ben? Ögon? Tår eller fingrar?
Uppmärksamma om eleverna uppfattar att antalet armar, ben och ögon är dubbelt så många som antal personer i gruppen. Vilka dubblor kan de? Klarar de att räkna tio i taget (tio, tjugo, trettio osv) för att få fram antal fingrar eller tår ?
- Pettson har ställt sina stövlar i hallen. Findus är på bushumör och gömmer tre bollar i dem. Hur många bollar lägger han i varje stövel? Hur kan han göra när han har tio bollar?
- Vi har tio höns och tio fyrfota djur. Hur kan vi ta reda på hur många ben de har?
Använd tex markörer att laborera med. Hur vill eleverna göra? Är deras strategier effektiva?



Uppmana till att samla i grupper om tio. Räkna tillsammans tio i taget. Ordna markörerna i tio rader med fyra i varje. Titta på samlingen från två håll. Visa på sambandet mellan tio fyra-grupper och fyra tio-grupper, $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 (10 \cdot 4) = 10 + 10 + 10 + 10 (4 \cdot 10)$; dvs den kommutativa lagen.



- Hur många ben har 5 höns och 5 fyrfota djur tillsammans? Vilka strategier föreslår eleverna? Hur är det med 10 höns och 3 fyrfota djur? 25 höns och 20 fyrfota djur?
- Mario har kor och hönor. Tillsammans har de 24 ben. Hur många kor har Mario? Hur många hönor? Finns det olika lösningar?
- Lina ser 15 djur i djurparken, pingviner och isbjörnar. Tillsammans har de 34 ben. Hur många är pingviner? Isbjörnar? Finns det olika lösningar? Hur vet vi det?
- På en lantgård finns det 3 kattungar, 4 ankungar, 2 kycklingar och några lamm. Djuren har tillsammans 44 ben. Hur många lamm finns det på lantgården? Finns det olika lösningar? Hur vet vi det?

Fler problemställningar finns i Arbeta vidare, Milou 2012 uppgift 2.

Läs

Det nya materialet *Tänka, resonera och räkna i förskoleklass*, innehåller många förslag för att utveckla barns intuitiva känsla för antal och mönster till mer uttalad medvetenhet om relationer inom tal, mellan tal och mellan tal och omvärld. Läs mer på <http://ncm.gu.se/node/478>
Håll utkik på NCM:s webbplats efter information om kurser kring materialet.

McIntosh, A. (2008). *Förstå och använda tal*, kap 9, kap 14. Göteborgs universitet, NCM.

Uppgift 1 Rätt svar



Samtala om att skuggbilder uppstår när något blockerar ljusstrålarna. Skuggbilderna i uppgiften ses rakt från sidan, som mot en vägg. Detaljer i silhuetterna kan urskiljas. Vad är lika? Vad skiljer? Att kunna tolka och urskilja viktiga drag i en kontur är en förutsättning att känna igen och för att kunna skilja mellan former.

Förstora gärna bilderna med hjälp av kopieringsmaskinen, det underlättar uppföljningen. Klipp ut alla skuggorna och lägg ovanpå bilden av Elin. Vilken stämmer? Diskutera även vad det är i övriga skuggor som inte stämmer.

Liknande uppgifter: 2010 M övn.uppg.; 2009, M4; 2002, E4.

Arbeta vidare

- Skapa skuggbilder på väggen av olika föremål och barnen själva med hjälp av en stark ljuskälla, t ex OH-apparat. Gör olika poser och rörelser. Hur ser skuggbilderna ut ur olika perspektiv? Hur ser de ut om föremålen står på OH-apparaten? Vad händer om ni lägger dem ner? Vad beror skillnaden på? Vad händer med skuggan när avståndet mellan föremålen och ljuskällan ändras?
- Projicera elevernas ansiktsprofiler mot pappersark på väggen. Låt eleverna rita runt varandras skuggbild. Klipp ut och montera. Diskutera vad det är i bilden som gör att ni kan identifiera olika personer.

Arbete med former är en viktig del av geometrin. Att se och att känna på föremål är nödvändigt för att skapa inre föreställningar om objekt i både två och tre dimensioner. I undervisningen utgår vi vanligen från visuella intryck av konkreta objekt. Att identifiera form taktilt, dvs genom känslan, istället för



genom synen, kan stödja elevernas förmåga att föreställa sig formen utifrån olika egenskaper. Att tolka taktil information och uttrycka den språkligt är en viktig utmaning. I undervisningen ska eleverna få erfarenheter som ger stöd för att föreställa sig olika objekt, tolka och uttrycka egenskaper med vardagspråk och på sikt kunna uttrycka definitioner matematiskt.

Använd en tom kartong. Gör hål på varje kortsida, stort nog för att få in en hand. Lägg t ex en duk över lådan, så att ingen kan se in i lådan. Lägg i några geometriska former, t ex tunna logiska block eller utklippta former av kartong.

- Låt en elev stoppa händerna i lådan, välja ut en form och beskriva den för kamraterna som ska rita formen och ange vad den heter. Därefter tas formen ur lådan och eleverna kan jämföra med sina bilder. Vad är lika? Vad skiljer?
- Låt en elev stoppa in händerna i lådan och välja en form. Kamraterna ska sedan ställa sådana frågor om objektet som eleven bara kan svara ja eller nej på.

Fokusera under och efter aktiviteterna på språket. Vilka egenskaper kan eleverna uttrycka språkligt? Finns det egenskaper som de inte kan beskriva? Tolkar eleverna de språkliga uttryck som används på samma sätt? Vilka svårigheter kan olika tolkningar innebära? Vilken typ av beskrivningar ger störst möjlighet att identifiera formen? Använder eleverna korrekta namn för olika former?

Fler och utförligare beskrivningar av aktiviteter finns i Nämnaren UPPSLAGET Svarta Lådan, se nedan.

Att läsa

Erlandsson, L. (1992). Uppslaget: Skuggor. *Nämnaren 1992 (4)*.

Horne, M. (2001). Uppslaget: Svarta lådan. *Nämnaren 2001 (2)*.

Elf, L. (2007). En overheadapparat. *Nämnaren 2007 (4)*.

Lttler, G. & Jirotkova, D. (2007). Att lära om geometriska kroppar. I J. Boesen, G. Emanuelsson, A. Wallby & K. Wallby (red), *Lära och undervisa matematik – internationella perspektiv* (s 63–79). NCM,

2. Rätt svar ▲ ■ ●

Uppgiften utmanar elevernas rumsuppfattning. Eleverna ska tolka bilden och föreställa sig hur snöret slingrar sig fram i bågar över och under varandra.

Förstora gärna bilden med hjälp av kopian, för att underlätta uppföljningen. Låt eleverna lägga ett snöre ovanpå bilden. Var är start och mål? Hur löper det vidare i ”korsningar”? Hjälp åt att haka fast former enligt bilden. Låt eleverna ställa hypoteser om ordningen och motivera dem innan ni rätar ut snöret. Stämde hypoteserna? Uppmärksamma hur eleverna uttrycker ordningstal och formernas namn.

Liknande uppgifter: 2011, M övningsuppgift; 2009, M 3; 2006, E 4.

Arbeta vidare

- Lägg tillbaka snöret ovanpå förlagan och ändra ordningen på formerna. Låt eleverna ställa hypoteser om den nya ordningen. Stämmer den?
- Byt till andra och kanske fler former eller samma form i olika färger och storlekar.
- Släpp ett snöre med flera former på, i en ”hög”. Var är start och mål? Låt eleverna tolka det de ser och ställa hypotes om ordningen på snöret. Undersök om hypotesen stämmer.

Liknande uppgifter kan handla om att hitta i en labyrinth, att lista ut vilket snöre som leder till en viss bild eller på vems metkrok en fisk har nappat. I ”Arbeta vidare” till liknande uppgifter, ovan, finns fler förslag för undervisningen.



3. Rätt svar: Fjärde huset

Uppgiften handlar om att uppfatta och hantera information, i bild och text. Vad behövs för att lösa uppgiften och vad kan man bortse från? I bilden finns många dolda antal. Antalet fem finns i både text och bild. Antalet tre nämns enbart i texten.

Kanske är flerbostadshus inte välkända för eleverna. Vad är en våning? Hur räknas våningar i flerbostadshus? Vad är en balkong? I husen på bilden finns inga fönster i entréplan. Om det ska räknas som en våning finns det inget hus som stämmer med förutsättningarna. Tre av husen har tre balkonger. Bara ett av dem har fem våningar.

Förstora gärna bilden och utgå från den. Diskutera och jämför. Vad är lika mellan husen? Vad skiljer? Antal våningar, balkonger, fönster osv. Beskriv positioner med hjälp av lägesord och ordningstal. Låt eleverna tolka och visa. *Visa på det andra fönstret på sjunde våningen i det tredje huset. Finns det en balkong i andra våningen på det tredje huset?* Låt elever peka på ett fönster, en balkong, en skorsten osv och kamraterna uttrycka positionen.

Diskutera vilken information som behöver finnas med för att vara tillräckligt tydlig. Var bor Kalle, Agnes och Willy? *Vi bor i lägenheten med balkong*, säger Agnes. *Fönstret i mitten är vårt kök*, säger Kalle. *De som bor ovanför oss har ingen balkong*, säger Willy. Räcker informationen? Motivera.

Liknande uppgifter: 2011M övn. uppg; 2010 E13

Arbeta vidare

För att orientera sig i omvärlden är det nödvändigt att kunna relatera till lägen och riktningar.

- Rikta uppmaningar till hela gruppen: vänd ryggen åt dörren, lägg boken på stolen, vänd ansiktet åt Zerah, lägg pennan under bordet, lägg höger hand på huvudet...
- Fortsätt tillsammans, men rikta uppmaningarna till enskilda elever: sätt dig mellan Jasmine och bänken, sätt dig till vänster om Mario. Var sitter Pelle i förhållande till dig? Till mig? Lena? Arman?
- Låt en elev vara ledare och ge uppmaningar till sina kamrater.
- Sitt i ring runt en elev. Låt eleven mitt i ringen berätta, från sin position, var några av kamraterna befinner sig.
Placera ett objekt med tydlig fram- och baksida (t ex ett gosedjur) mitt i ringen. Var sitter Johan, Kari, Lisa, i förhållande till föremålet?

För att orientera sig och hitta i omvärlden behöver man ibland samordna uttryck för flera positioner, t ex vantarna ligger i andra lådan i byrån i hallen. Positioner på sjökort, kartor och i koordinatsystem anges med två samordnade positioner. Några förslag för undervisningen:

- Sätt ett papper med stora rutor på tavlan, t ex åtta rader med sex rutor. Titta tillsammans på hur många rutor det finns i varje **rad** och hur många raderna är räknat nerifrån. Placera en bild i valfri ruta. Beskriv positionen: *bollen är i tredje rutan på första raden*. Sätt upp fler bilder och hjälps åt att beskriva positionerna. Inför ordet **kolumn**. Diskutera likheter och skillnader mellan rad och kolumn. Ge raderna sifferbeteckningar och kolumnerna bokstavsbezeichnungar: *bollen är i A3*. Placera ut fler bilder. Låt eleverna ange position.
- Pararbete. Varje elev behöver två spelplaner och fyra lösa bilder. En spelplan ska vara t ex tio gånger tio rutor. Märk raderna med siffror och kolumnerna med bokstäver. Sätt upp en skärm av något slag mellan eleverna. Båda ska placera fyra bilder (t ex stjärna, bil, hus, penna) i valfria rutor på sitt ena papper, utan att visa kamraten. Eleverna ska sedan turas om att lokalisera kamratens bilder. *Jag gissar att det finns något på D7*. Antingen är rutan tom och kamraten svarar bom eller så är det en träff och kamraten berättar vad som har träffats. Eleven som frågar markerar bommar och träffar på sitt tomma rutpapper. Den som först hittar kamratens fyra bilder vinner.



Flera förslag för att utveckla förmågan att tolka och uttrycka positioner som koordinater finns i aktiviteten Var är den?, Strävorna 5C, ncm.gu.se/stravorna

Fler förslag att arbeta vidare med:

- Bilden visar två sidor av husen. Föreställ er hur varje hus ser ut sett från vänster, höger och baki-från. Samtala om huskroppens form. Är husets sidor lika stora? Vilken form har de? Vilken form har taket? Skorstenen?
- Hur stora är husen i verkligheten? Diskutera hur man kan ta reda på det. Vilket avstånd är det mellan golvet och taket i en våning inomhus? Vad finns ovanför innertaket? Hur skulle huset se ut om ytterväggen var av glas? Hur stora är fönstren? Balkongerna?
- Gör modeller av husen. Utgå från bilderna i uppgiften. Använd förslagsvis längdskala 10:1. Samtala om att alla mått ska vara tio gånger större än på bilden och om vad det innebär. Eleverna har kanske förslag på hur de ska få fram måtten. Ett förslag är att mäta med snöre på bilden och sedan mäta av tio sådana mått på ett längre snöre. Se till att det inte blir mellanrum eller överlappningar. Märk snörena med, t ex höjd, bredd osv.

Att läsa

Bergius, B. & Emanuelsson, L. (2008). *Hur många prickar har en gepard?* s 39-41. Göteborgs Universitet, NCM.

Brown, A. Med kartor från det lilla rummet till den stora världen. *Nämnamnaren 2011 (4)*.

C. Eriksson, C. Mattsson & C. Strömbom. (2004). Matematikspaning. *Nämnamnaren 2004 (1)*.

Solem Heiberg, I. & Lie Reikerås, E. K. (2004). *Det matematiska barnet*, kap 4. Stockholm: Natur och kultur.

4. Rätt svar: 9

Uppgiftens figur representerar olika antal som tillsammans bildar en helhet. Flera kvadrater kan urskiljas. Inifrån och utåt blir de allt större, i ett växande mönster.

Låt eleverna beskriva hur de löser uppgiften. Räknar de rutorna färgvis en och en? Jämför de sedan 17 och 8? Hur då? Uppåträkning? Dubbelt 8 och en till? $17 - 7$ och sedan -1 ? Räknar de $10 - 8$ och sedan $+7$? Vilka tankeformer är mest effektiva?

Uppfattar någon de mörka rutorna i figurens rader eller kolumner: $5 + 2 + 3 + 2 + 5$?

Liknande uppgifter: 2013 M3; 2011M3; 2007 E18; 2006 E12

Arbeta vidare

- Kvadratens ytterkant och mittbit är grå. Hur ser närmast större kvadrat ut där mittbiten och ytterkanten är grå och diagonalen har varannan ruta vit och varannan grå. Nästa storlek? Och nästa? Hur många mörka och ljusa rutor? Skillnad?
- I arbeta vidare till Milou 2013 uppgift 4 finns fler förslag.

Att läsa

Bergius, B. & Emanuelsson, L. (2008). *Hur många prickar har en gepard?* s 59 - 68. NCM, Göteborgs Universitet.



5 Rätt svar

Ännu en uppgift om position och riktning. Eleverna ska tolka och följa en vägbeskrivning formulerad med symboler. För att komma rätt måste innebörden i såväl siffror som pilar tolkas och användas i det givna rutnätet.

Låt eleverna berätta om hur de tolkar beskrivningen $2 \rightarrow, 2 \downarrow, 3 \rightarrow, 3 \uparrow, 2 \rightarrow, 2 \uparrow$. Vilka språkliga



uttryck för riktning använder de? Räknar eleverna förflyttningar, steg? Observera om någon hamnar fel för att hon i varje eller någon förflyttning räknar med den ruta som myran redan befinner sig i.

Liknande uppgifter, se nr 2

Arbeta vidare:

- Gör olika vägbeskrivningar. Hur kan myran gå för att komma till biet, till larven, till grodan? Hitta olika vägar.
- Beskriv hur lejonet kan gå för att komma till biet. Till grodan.
- Beskriv hur myran kan gå för att först komma till biet och sedan gå därifrån till larven och slutligen till grodan.

- Spel: *Hitta skatten*

Material: En pricktärning, en piltärning (rita pilar på en tom tärning eller sätt lappar på en pricktärning), ett rutnät som spelplan (tex kopieringsunderlaget med 2 cm-rutor på ncm.gu.se/matematikpapper utskrivet i A3-format). Markera startrutan och placera en skattkista på spelplanen. Använd flyttbara markeringar så att platserna kan varieras. Bestäm tillsammans hur ni ska hantera vägbeskrivningar som leder utanför spelplanen.

Slå tärningarna. Pilen visar i vilken riktning spelpjäsen ska flyttas och pricktärningen hur många steg.

Kanske finns det hinder, eller faror på spelplanen, en clown, ett spöke, en gris... som innebär att spelaren får gå tillbaka till starten, stå över ett slag, backa tre steg... Vem kommer först till skatten?

Låt eleverna anteckna sin väg till målet i en tabell:

Alfons	Vilma	Amanda	Liam
3 ↑	4 ↑	1 →	1 →
1 ↑	1 ↑	2 →	5 ↑
2 →	3 ↓	4 ↑	4 ↓
...

Jämför olika vägar. Vem har gått kortast väg? Längst? Hur vet ni det?

6. Rätt svar: 3

Att kunna urskilja enskilda cirklar när de korsar varandra är en perceptuell utmaning. Vilken linje bildar en helhet? Hur löper linjen? Uppfattar eleverna helheten? Klarar de att följa bågen i varje cirkel? Vad fokuserar de på? Inser de vilken information som har betydelse och vilken de kan bortse från? Låt eleverna berätta om sina strategier.

Förstora gärna bilden och hjälps åt att placera ringar (tex ihopknutna snören) på bilden eller på samma sätt som i bilden. Hur många cirklar är det? Vilka positioner har de? Lokalisera känguruns position i bilden. Placera en känguru (eller annat föremål) där. Prova vilka ringar som kan dras åt sidan utan att röra kängurun. Låt eleverna flytta kängurun till olika platser. Hur många cirklar är då den omringad av?

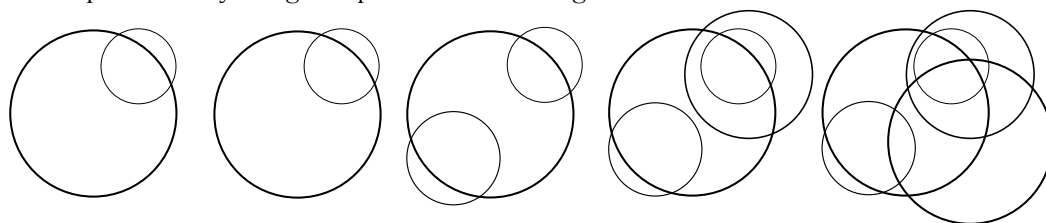
Liknande uppgifter: 2009 E2, 2008 M7

Arbeta vidare

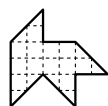
- Knyt ihop snören i olika färger och längder till ringar eller använd färdiga ringar. Lägg en ring på golvet. Placera ett gosedjur på olika platser i och utanför ringen. Diskutera om det är innanför eller utanför. Lägg ut fler ringar, en i taget. Flytta gosedjuret till olika positioner. Låt eleverna visa och beskriva vilka och hur många ringar den är innanför och vilka och hur många den är utanför. Tex



Nallen är innanför den röda ringen, men utanför den svarta och den gröna. Komplexiteten stegras beroende på hur de nya ringarna placeras. Ett förslag:



7. Rätt svar:



En förutsättning för att lösa uppgiften är att eleven kan urskilja att de olika helheterna är sammansatta av delar. Eftersom helheten är dominerande i det tidiga lärandet kan det vara svårt. För att lösa uppgiften måste eleven också föreställa sig hur pusselbitarna ser ut i olika positioner.

Det mest naturliga sättet att följa upp uppgiften är att klippa ut pusselbitarna och undersöka praktiskt. Lägg bitarna ovanpå eller intill de olika formerna. Dokumentera lösningarna genom att färglägga delarna i helheten.

Liknande uppgifter: 2013 M12; 2012 M9, M12; 2009 M2; 2008 M6

Arbeta vidare

Tre av bitarna i Mias pussel är trianglar. Jämför dem. Vad är lika? Vad skiljer?

Många elever har en begränsad uppfattning om vad en triangel är och hur den ser ut. Samtala om vad som kännetecknar en triangel och låt eleverna möta trianglar av olika slag.

- Knyt ihop ändarna på ett snöre, minst 1m långt. Låt tre elever hålla i snöret med var sitt finger och forma olika trianglar genom att sträcka repet mellan sig. Kan sidorna vara lika långa? Kan alla vara olika? Hitta olika möjligheter.
Dokumentera på lämpligt sätt. Jämför och beskriv likheter och skillnader mellan olika trianglar som bildas. Lyssna på elevernas beskrivningar. Aktualisera komparativa former av *lång* och *kort* och introducera gärna geometriska begrepp som *sidor* och *vinklar*. Kanske använder eleverna ord som kant och hörn. Låt dem göra det, men använd själv de korrekta begreppen. För att beskriva och tolka vinklar är begreppen *spetsig*, *trubbig vinkel* och *rät* lämpliga att använda.

Tangram

Tangram eller sjulistighetsspelet är ett spännande material att utforska. Det består av sju delar: en parallelogram, en kvadrat och fem likbenta, rätvinkliga trianglar i tre storlekar. (Kopieringsunderlag finns på ncm.gu.se/matematikpapper.)

- Varje elev lägger alla delar till en valfri bild och berättar om den. Låt eleven dokumentera sin bild, tex med digitalkamera eller genom att klippa ut pappersformer, lägga dem som i bilden och klistra fast dem. Vad kallar eleven de olika formerna? Vilka läsesord använder eleverna för att uttrycka olika positioner? Vilka begrepp och språkliga uttryck behöver lyftas fram?
Använd kamraternas dokumentationer som förlaga för att pussla en likadan bild. Eleven måste tolka form, storlek och position och hitta motsvarande relativa lägen i den egna bilden, vilket kan vara en utmaning.
- Studera delarnas form. Namnge dem. Vilka ord använder eleverna? Vilka saknar de? Aktivera och introducera kvadrat, triangel, parallelogram. Låt eleverna beskriva egenskaper. Vad är lika? Vad skiljer? Vilka språkliga uttryck använder eleverna spontant? Är de adekvata? Vad behöver tas upp och utvecklas i undervisningen?



Pararbete. Uppmuntra samtal och diskussion. Uppmärksamma språkliga uttryck och strategier samt hur eleverna argumenterar. Låt eleverna dokumentera sina lösningar med tex digital teknik. Komplettera bild med korta texter.

- Undersök vilka bitar som kan sättas samman till en kvadrat, triangel eller parallelogram i samma storlek som en av pusselbitarna.
- Jämför bitarna med varandra. Vilka är lika stora (har samma area)? Vilka har samma omkrets? Diskutera hur eleverna kan ta reda på det?

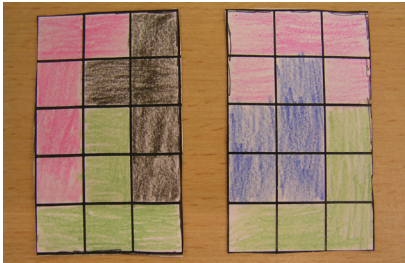
Kejsarens betjänt tappade en dyrbar och ömtålig kvadratisk keramikplatta. Den gick inte i tusen bitar utan i sju. Han försökte förgäves sätta ihop bitarna till en kvadrat. Han misslyckades och behöver din hjälp.

- Kan man vara säker på att det går? Varför? Hur? Låt eleverna dokumentera sina lösningar tex med digital teknik och korta texter.
- Sätt samman alla delar till en rektangel, en triangel och en parallelogram. Dokumentera. Vilken area har rektangeln? Triangeln? Parallelogrammen? Vilken omkrets? Är arean på de olika helheterna lika? Hur är det med omkretsen? Låt eleverna redogöra för likheter och skillnader och hur de vet det.
- Hur stor del av helheten är varje pusselbit? Diskutera tänkbara strategier. Hur kan delens relativa storlek uttryckas?

Pentominos

Ett annat utmanande material är *Pentominos*, som består av fem lika stora kvadrater som fogats ihop sida vid sida. Konstruktionen av de 12 unika bitarna är en spännande utmaning i sig. Här utgår vi från de färdiga bitarna. Kopieringsunderlag finns på ncm.gu.se/matematikpapper. Färglägg gärna bitarna i olika färger för att lättare hålla isär dem.

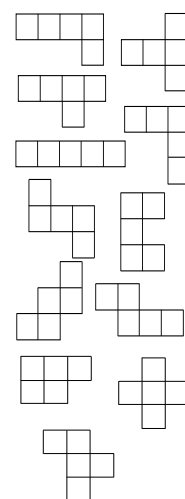
Låt eleverna arbeta i par.

-  Sätt samman tre bitar till en rektangel. Se ex på lösning och dokumentation till vänster. Hur kan rektangeln se ut om ni får använda *likadana* bitar? Finns det flera lösningar? Hur kan rektangeln se ut om bitarna måste vara *olika*? Finns det flera lösningar? Att sätta samman olika former är en utmaning.

Vilka delar passar ihop? Möjligheten att uppfatta formen på ett tomrum i en helhet ökar om man har en bild av helheten att relatera till. Kanske behöver några elever det stödet. Använd i så fall rutpapper i samma storlek som kvadraterna i pentominobitarna. En del elever behöver kanske bli uppmärksammade på att en bit passar om den roteras eller spegelvänds.

- Sätt samman fem *olika* bitar till en kvadrat. Hitta olika lösningar.
- Sätt samman sex bitar till en rektangel. Hur ser den ut om ni får använda flera lika bitar? Om ni bara får använda olika bitar?
- Sätt samman fler än fem bitar till en kvadrat. Hur ser kvadraten ut om ni får använda flera lika bitar? Om ni bara får använda olika bitar?
- *Golombs spel.* Material: En spelplan med 8×8 rutor (i samma storlek som kvadraterna i pentominobitarna). En uppsättning pentominobitar. Två eller fler spelare. Spelarna lägger i tur och ordning en pentominobricka på spelplanen. Den får läggas var som helst, bara den inte överlappar någon annan bricka. Den som kan lägga sista brickan vinner.

Uppmuntra samtal och diskussion. Dokumentera lösningar på rutpapper. Använd dokumentationerna som underlag för samtal i uppföljningen.





Att läsa

Bergius, B. & Emanuelsson, L. (2008). *Hur många prickar har en gepard?* s 42-44; s 106-107 behandlar arbete med tangram, i åk 2 och pentominos i åk 1.

Fandén, Gunilla. (2002). Trianglar kan se olika ut. *Nämnamnaren 2002 (2)*.

Häggmark, Christina. (2002). Triangeln i förskolan. *Nämnamnaren 2002 (1)*.

8 Rätt svar: 6.

Uppgiften utmanar elevens förståelse för positionssystemet, att siffrans position i ett tal bestämmer värdet. Att talet ska vara tvåsiffrigt är en förutsättning, större än 10 men mindre än 30. Med angivna siffror kan man skriva de tvåsiffriga talen 11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32 och 33. Talen 31, 32 och 33 är större än 30. Återstår 11, 12, 13, 21, 22, 23, dvs sex stycken tal.

Låt eleverna berätta om sitt arbete. Lägga märke till om de beskriver en klar strategi eller om de tagit fram tal slumpmässigt. Diskutera hur man kan göra för att inte skriva samma tal flera gånger. Kanske löste någon elev uppgiften i huvudet? Hur tänkte den eleven?

Åskådliggör med tiobasmaterial för att stärka förståelsen för att siffrornas värde hör samman med positionen.

Uppgiften handlar också om att kombinera de tre objekten, två och två, på så många olika sätt som möjligt. Uppgift 4 i Milou 2010 har ett sådant fokus. Där finns också förslag på vidare arbete med kombinatorik.

Arbeta vidare

Låt eleverna arbeta i par. Uppmuntra samtal och diskussion.

- Vilka tvåsiffriga tal kan skrivas med siffrorna 1, 2 och 3? Med siffrorna 1, 2, 3 och 4? Med siffrorna 5, 6, 7, 8 och 9? Om ni också får använda siffran 0? Låt eleverna säga talen högt. Vilket tal har högst värde? Lägst värde? Hur vet ni det? Låt eleverna representera talens värde med t ex tiobasmaterial, tallinjen, räknehändelser ...
- Skriv tio två- eller tresiffriga tal som är mindre än 1000. Använd siffrorna bara en gång i varje tal. Diskutera värde utifrån siffrornas positioner i några exempel, t ex 317 och 371. Vilket är störst? Varför?
- Slå fram två olika siffror med en 0–9-tärning. Sätt ihop siffrorna till två olika tal. Ett exempel: jag slår fram 4 och 7. Det ger talen 47 och 74. Skillnaden mellan talen är 27. Av siffrorna i talet 27 kan jag också bilda talet 72. Skillnaden mellan dessa tal är 45. Upprepa så länge det går. Vad upptäcker ni? Hur blir det om ni börjar med ett annat tvåsiffrigt tal?

Att läsa

Bergius, B. & Emanuelsson, L. Undringar om hundringar. *Nämnamnaren 2001 (1)*.

Bergius, B. & Emanuelsson, L. Hundringar med undringar. *Nämnamnaren 2001 (2)*.

McIntosh, A. (2008). *Förstå och använd tal*. Göteborg: NCM

McIntosh, A., Reys, B. & Reys, R. Uppslaget: Hur mycket är hundra knappar? *Nämnamnaren 1996 (3)*.

Olsson, I. Räkneramsa, talrad, talsystem. *Matematiklyftet, Taluppfattning och tals användning, åk 1 - 3, del 6*. <https://matematiklyftet.skolverket.se>

Solem Heiberg, L. & Lie Reikerås, E. K. (2004). *Det matematiska barnet*. Kap 6 Tjugonio, tjugotio, tjugolva. Stockholm: Natur och Kultur.

9. Rätt svar: Liam

Uppgiften handlar om förmågan att föreställa sig rumsliga relationer, bakom - framför och över - under och i tanken lyfta bort märke för märke utifrån det stöd som bilden ger. Sannolikt kan många se att inget märke ligger över Sofies. Hon la sitt märke sist. Ju längre ner i högen vi kommer, desto svårare är det att urskilja vad som är över och under. Diskutera vilka svårigheterna är. Vilka strategier kan underlätta?

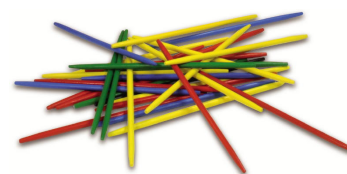


Ett sätt att kontrollera är att tillsammans bygga upp högen med remsor. Vilken ligger överst? Hur vet vi det? Vilken ska ligga närmast under? Nästa? Låt eleverna motivera. Jämför efterhand med originalet.

Liknande uppgifter: se nr 2

Arbeta vidare:

- Gör tillsammans högar med tre, fyra, fem remsor i olika färger. Diskutera om det är lättare att urskilja ordningen när remsorna har olika färg.
- Låt grupper av elever göra lika långa och lika breda remsor i olika färger och lägga i "högar". Variera antal remsor. Dokumentera varje "hög" digitalt. Varje grupp gör ett facit, till sin bild, med text prickar i remsornas färgordning. Kamraterna använder de digitala bilderna som underlag för att ta reda på i vilken ordning remsorna ligger. Jämför lösningen med facit. Stämmer den? Vad skiljer?
- Gör högar där remsorna har olika bredd, olika färger, olika mönster ... Diskutera hur antal, bredd, färger, mönster... påverkar möjligheterna att lösa problemet.
- Spela *Plockepinn*, som handlar om att lyfta bort stickor i en hög utan att andra stickor rubbas. För att lyckas måste man uppfatta andra stickors positioner. Spelet utmanar både rumsuppfattning och finmotorik. Om ni inte har tillgång till spelet kan text grillpinnar användas. I "trädgårdsversionen" är stickorna större men antalet färre - en bra grovmotorisk övning.



10. Rätt svar: 40

Vet eleverna att en vecka har sju dagar? Förstår de innebörden i att han *antingen* äter morötter *eller* kålrötter på en dag. Hur resonerar de?

Hela veckan är sju dagar. Tre dagar åt han kålrötter. Hur många dagar åt han då morötter ($7 - 3 = ?$ alt $3 + ? = 7$)? Hur utför eleverna den beräkningen? Hur tar de reda på antalet morötter på fyra dagar? Behöver de stöd av konkret material? Hur? Använder de upprepad addition, $10 + 10 + 10 + 10$? Räkner de tio i taget? Använder de multiplikation, $4 \cdot 10$ alt $10 \cdot 4$? Inser de att $4 \cdot 10$ och $10 \cdot 4$ är lika mycket? Förslag för undervisningen finns till den inledande övningsuppgiften.

Liknande uppgifter: 2011 E7; 2003 E19

Arbeta vidare:


- Låt eleverna göra uppgifter till varandra om andra kaniner som äter andra antal kålrötter och morötter.
- Lägg till fler grönsaker som kaniner äter.
- Ändra på tidsomfattningen.

11. Rätt svar:







Ytterligare en uppgift om rumsuppfattning. Nu med fokus på att upptäcka och föreställa sig rumsliga samband och förändringar. Anns brickor kan vridas och på så sätt pusslas samman till en sammanhållen helhet, en väg.

Låt eleverna berätta hur de löste uppgiften. Kan de föreställa sig hur brickorna ska vridas? Behöver de stöd av konkreta brickor? Det enklaste sättet att visa lösningen är att använda tolv likadana brickor och studera hur kurvan ser ut i olika lägen. Låt eleverna beskriva hur vägen går. Använd uttryck som åt vänster, åt höger, helt varv, halvt varv, en fjärdedels varv ...Titta tillsammans på hur brickornas läge för

ändras. När brickan  vrids ett halvt varv åt vänster blir positionen . Ett halvt varv åt höger



ger samma läge. Diskutera varför. När brickan  vrids ett kvarts varv (en fjärdedels varv) åt höger blir positionen . När den istället roteras lika mycket åt vänster blir positionen .

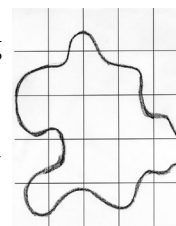
Hur blir det när brickan  vrids först ett halvt varv åt vänster och sedan ett helt varv åt höger? När den först vrids ett kvarts varv åt höger och sedan ett halvt varv åt vänster?

Liknande uppgifter: 2012 M3; 2011 E13; 2010 E1; 2008 E10

Arbeta vidare

- Ann lägger nio brickor i ett 3 · 3 rutnät, så att de bildar en kurvig väg. Hur ser den ut?

- Rita tillsammans en slinga på ett 5 · 5 - rutnät med stora rutor, t ex som i bilden. (3cm-rutat papper finns på ncm.gu.se/matematikpapper. Förstora gärna till A3.) Tag en digital bild på slingan eller gör en kopia. Klipp isär rutnätet och ta bort tomma rutor. Nu har ni ett tantrixliknande pussel, att sätta samman. Dokumentera lösningarna. Jämför med originalet. Finns det olika lösningar?



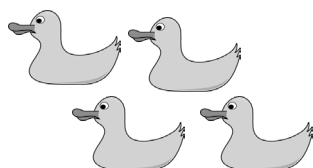
Låt eleverna göra fler pussel. Gör slingorna i olika färger.

Låt eleverna parvis pussla samman de olika slingorna. Hur diskuterar de? Vilka uttryck för att rotera bitar använder de? Hittar de olika lösningar? Dokumentera och jämför med originalet. Går det att sätta samman två slingor? Fler?

- Spela Tantrix, om ni har sådana brickor. Låt eleverna lösa allt mer avancerade slingor.

Liknande uppgifter: 2010 E1; 2008 E10

12. Rätt svar:



Uppgiften handlar om dubbelt och hälften, ett proportionellt samband. En förutsättning för att tolka informationen i uppgiften är att eleverna vet hur en balansvåg fungerar. En krokodil väger lika mycket som två lejon och är således dubbelt så tung som ett lejon. Ett lejon väger lika mycket som två ankor, det är dubbelt så tungt som en anka. Eller omvänt, en anka är hälften så tung som ett lejon och ett lejon hälften så tungt som en krokodil. De proportionella sambanden är 1:2:4.

Diskutera begreppen dubbelt och hälften. Det kan finnas elever som tror att dubbelt betyder en ökning med två i taget och att hälften innebär en minskning med ett i taget. Se till att i undervisningen ge eleverna erfarenheter som ger korrekt förståelse.

Liknande uppgifter: 2013 E13; 2011 M5, E2, E8; 2008 M5; 2004 E8; 2003 E20; 2002 E5

Arbeta vidare

Material: Snören / pappersremсор i några olika längder och gärna i olika färger att använda som underlag.

Pararbete: Eleverna ska klippa snören/remсор som är dubbelt eller hälften så långa som förlagorna. Ha en gemensam redovisning där grupperna redogör för och visar sina lösningar. Hur har de arbetat? Hur vet de att lösningarna stämmer?



Material: t ex indianpärlor att trä på tråd eller piprensare.
Låt eleverna arbeta enskilt eller i par:

- Alfons gör band av pärlor i olika färger. Han börjar med en färg. Sedan tar han dubbelt så många i en annan färg. Hur ser pärlbanden ut?
- Mario börjar med en färg. Sedan tar han dubbelt så många i en annan färg. Hur ser pärlbanden ut om det är sammanlagt nio pärlor? Femton? Sextio?
- Halvan börjar med en färg. Sedan tar han hälften så många i en annan färg. Till sist tar han en tredje färg, dubbelt så många som pärlorna i den första färgen. Hur ser pärlbanden ut? Hur ser de ut om det är sammanlagt sju pärlor? Tjugoen? Tjugoåtta? Trettiofem? Sjuttio?

Material: Kvadrater och rektanglar av papper med stora rutor, 2×2 , 4×4 , 5×5 , 6×6 , 1×9 , 3×9 , 2×8 , 4×6 , 4×8 , 6×10 , 10×10 , gärna flera av varje. (T ex 3cm-rutat papper finns på ncm.gu.se/matematik-papper)

Introduktion: Loppan och Myran tar en promenad precis längs kanten på det här området. (Lägg fram 6×6 - kvadraten.) Nästa dag vill de gå dubbelt så långt. Vilket område ska de då välja? (Lägg fram övrigt material.) Diskutera tänkbara sätt att lösa problemet.

Låt eleverna arbeta i par med följande problem:

- Vilket annat område kan de välja om de vill gå lika långt som den första dagen? Finns det flera?
- Vilket område ska de välja om de vill gå hälften så långt?
- Hur kan området se ut om de vill gå dubbelt så långt som rektangeln $4 \cdot 8$?

Andra proportionella samband

- Använd "jämförbjörnar" och en balansvåg. Undersök de proportionella sambanden mellan de tre storlekarna på björnar. Hur många små björnar väger lika mycket som en stor? Två stora? Gå vidare med fler stora björnar. Anteckna resultaten överskådligt, gärna i en tabell. Försök upptäcka ett mönster.

Stora björnar	Små björnar
1	?
2	?
3	?
4	?

Jämför vikten på en mellanstor björn och en liten. Hur många små behövs för att det ska väga lika? Hur många små björnar behövs för att väga lika mycket som en stor och en mellanstor björn?