Arbeta vidare med Milou

Vi hoppas att problemen i Milou blev en spännande och positiv upplevelse för både elever och lärare. Nu kan ni kontrollera lösningarna genom att pröva laborativt. Diskutera hur olika problem kan formuleras för att andra lösningar ska vara möjliga. För att variera problemen kan förutsättningar, t ex ingående tal, ändras.

Här ger vi några kommentarer och förslag på hur ni kan arbeta vidare. Vi hoppas att några av förslagen passar just i din klass. Säkert har du också egna idéer. Dela gärna med dig av dem, skriv till kanguru@ncm.gu.se

I årets Ecolier finns det ytterligare problem som ni kan arbeta med i par, i grupp och tillsammans i klassen. Om du inte redan har tillgång till det materialet har kanske någon kollega på skolan det. Det kommer att publiceras på *Kängurusidan*, ncm.gu.se/kanguru/ i sommar. Där finns också alla tidigare problem tillgängliga. Många av dessa går att använda även med yngre elever. Vi ger också några lästips, dels i direkt anslutning till förslagen och dels avslutningsvis under rubriken *Att läsa*.

Övningsproblemet, Tolka kontur

Redan i det mycket tidiga lärandet utmanas förmågan att uppfatta föremål i olika lägen och på olika avstånd. Genom många olika erfarenheter utvecklas förståelse för att ett föremål är detsamma trots att barnet ser det från olika håll och i olika positioner, vi talar om form- och storlekskonstans.

Egenskaper hos konkreta föremål eller avbildningar tolkas och kopplas samman med tidigare erfarenheter för att det aktuella objektet, som muggen, ska kännas igen och identifieras.

En annan viktig förmåga är att *kunna beskriva* form, egenskaper, storlek och lägen, med olika representationer och med ökande säkerhet och precision.

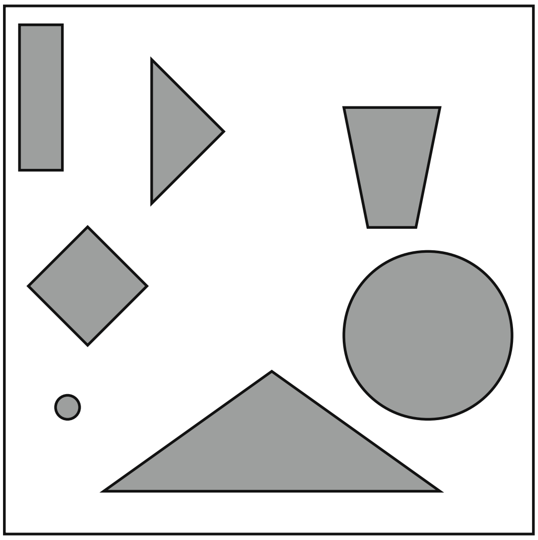
- Låt ett barn i taget titta på olika vardagsföremål, skor, stövlar, leksaker mm rakt ovanifrån och sedan rita det. Beskriv muntligt för varandra hur det såg ut. Fokusera på nödvändiga begrepp och detaljer.
- Använd bilder av föremål, sedda i olika lägen. Låt barnen placera ett konkret föremål så att de motsvarar läget på bilden och beskriva ur vilket perspektiv (ovanifrån, underifrån, från vänster/höger etc) de ser föremålet och hur de vet det.
- Låt två eller fyra barn sitta (parvis) mitt emot varandra med t ex en mugg, med örat rakt åt ena sidan, i ögonhöjd framför sig. Barnen ska rita muggen som de själva ser den och jämföra varandras bilder. Vad är lika/olika. Varför?

För att hantera vardagen och för framgång i geometrilärandet behöver vi kunna föreställa oss, ”se inre bilder”, av objekt i olika lägen, på olika avstånd samt efter ett händelseförlopp.

- Använd bilden i uppgiften och låt barnen föreställa sig och rita de övriga föremålen rakt ovanifrån.
- Placera ett bekant föremål, t ex en kanna med handtag och pip framför eleven ”Kalle”. Låt barnen föreställa sig och rita en bild av hur kannan ser ut ur hans perspektiv. Använd bilderna som samtalsunderlag.
- Låt enskilda elever beskriva hur kannan ska placeras framför dem för att de ska se den på samma sätt som Kalle.
- Använd en enkel bild sedd från sidan från t ex en barnbok. Låt barnen föreställa sig och måla hur motivet ser ut
  - ovanifrån, som om de låg på mage på ett moln och tittade ner,
  - från andra sidan.

Hur ser tvådimensionella geometriska former och geometriska kroppar ut från olika håll? Från vilka håll ser de lika ut? När är de olika? Vilka begrepp behövs för att uttrycka likheter och skillnader?

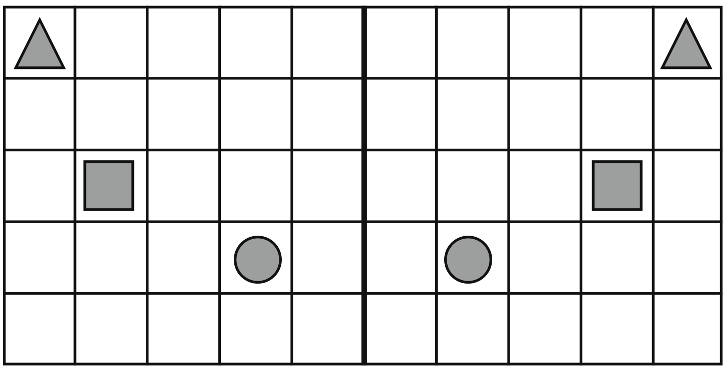
– Lägg olika geometriska figurer på ett bord, t ex som bilden visar. Ställ ett barn vid varje sida. Hur ser den stora triangeln ut från barnens olika håll? Rektangeln, kvadraten… ? Fråga en elev i taget: Var på bordet ligger de olika formerna? Låt eleven sätta upp en likadan form i motsvarande läge på väggen. Diskutera och jämför. Varför ser det olika ut?



– Placera några barn runt ett bord eller i ring på golvet. Lägg några logiska block på ett bord eller på golvet. Låt barnen lägga block eller klistra pappersformer på ett papper, så som de ser ditt exempel. Fotografera lösningarna om barnen använder blocken. Sätt bilderna intill varandra. Diskutera vad som är lika och olika samt vad detta beror på.

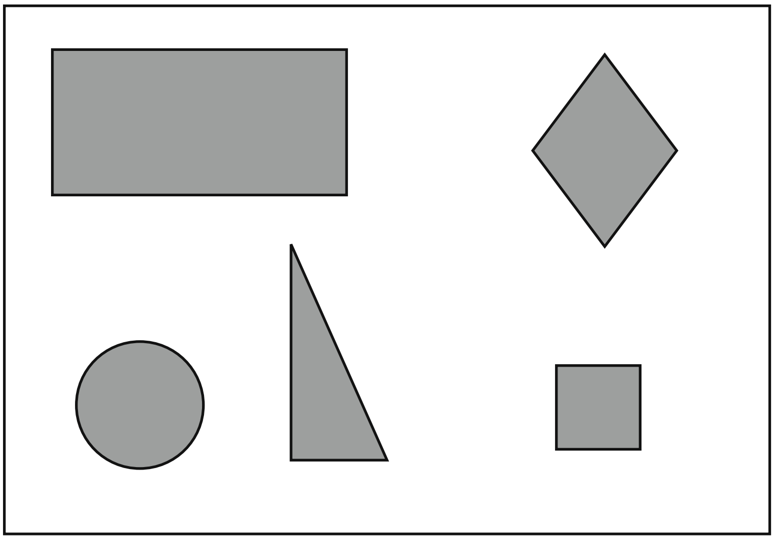
– Arbeta med logiska block eller andra geometriska figurer. Låt två barn sitta med en skärm emellan sig. Det ena barnet ska bygga en figur och beskriva den. Det andra barnet ska bygga en likadan figur. Diskutera vad som är lätt och vad som är svårt. I uppgiften får barnen både uttrycka sig och tolka kamratens formuleringar. Resonera och pröva hur man kan beskriva så att kamraten förstår.

– Låt två elever sitta mitt emot varandra och turas om att lägga ett logiskt block på sin sida om ett gemensamt papper med stora rutor, med tydligt markerad mittlinje, gräns. I varje ”drag” ska kamraten lägga ett likadant block på motsvarande plats på sin sida av pappret. Eleverna får här tolkar form, färg, storlek och position på blocket och position på pappret.



När aktiviteten är slut kan spegelsymmetrin lyftas diskuteras. I en förlängning kan positionerna uttryckas som koordinater.

– Placera flyttbara geometriska former på tavlan, t ex



Låt eleverna *föreställa* sig hur det ser ut när man:

– vrider rektangeln ett halvt varv,

– lägger kvadraten mitt i rektangeln,

– vrider triangeln ett halvt varv,

– flyttar cirkeln diagonalt så långt det går,

– vrider bilden ett halvt varv.

Låt eleverna först beskriva det nya läget *med ord* och sedan visa konkret. Varje ”drag” utgår från utgångsläget. Hur skulle bilden se ut till slut om istället varje förändring utgick från den tidigare?

Tidigare Känguruproblem Finns tillgängliga på ncm.gu.se/kanguru
2001: Ecolier 12
2004: Ecolier 6, 12, 18
2005: Ecolier 3, 7, 13
2006: Ecolier 11
2007: Ecolier 5, 11
2008: Milou 10, 14, 18; Ecolier 10, 14, 18
2009: Milou 7, 9, 12; Ecolier 4, 6

Att läsa
Eriksson, C., Mattson, C. & Strömbom, C. (2004). Matematikspaning. Former och mönster. *Nämnaren* 2004 (1).
Elf, L. (2007). En overheadapparat. *Nämnaren* 2007 (4).
Johansson, A. & Isaksson, B-M. (2005). Möjligheter med Mollan och mormor. *Nämnaren* 2005 (4).

1. Hitta mönster

I vardagen möter vi mönster av olika slag. De kan finnas på kläder, i stensättningar, i arkitektur mm, men också i vardagsbeteenden. Många har rutiner som upprepas på samma sätt varje dag. Att upptäcka, fullfölja och beskriva mönster är att generalisera. Hur ska mönstret fortsätta?

Arbete med mönster kan ske med hjälp av rörelselekar, sagor, sånger, laborativt material, bilder och symboler. Mönstren kan bestå av olika många komponenter, ju fler desto mer att hålla ordning på.

– Läs sagor och ramsor och sjung sånger som innehåller upprepade strofer, t ex sagan om ”Pannkakan” och visan ”Per Olssons bonnagård”. Samtala med barnen om hur mönster hjälper oss att vara uppmärksamma och att minnas.
– Låt barnen skapa, avbilda och beskriva olika mönster. Använd kottar och likadana löv, kopiera och klipp ut bilderna i uppgiften, använd andra bilder eller konkreta föremål.
– Lägg mönster med olikfärgade plastfigurer och låt barnen fortsätta mönstret.
– Skapa mönster och låt plastfigurerna representeras av tecknade symboler t ex:

  groda = ◇, nalle = □ , äpple = ○

  ”Vilket mönster har jag gjort? Vad ska komma sedan?”

  ◇ ◇ ○ □ □ ◇

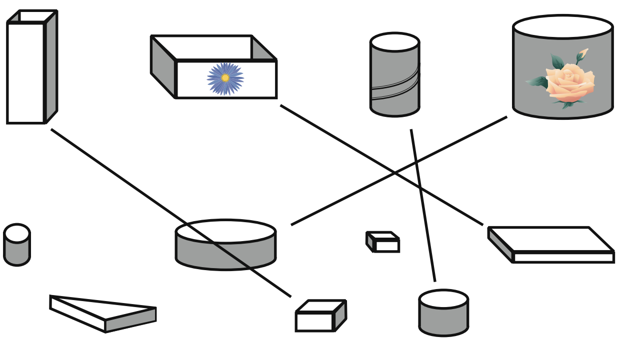
– Arbeta med talmönster: 2, 4, 6, 8 …? 1, 3, 5, 7…? 400, 200, 100, 50…?

Tidigare problem
2002: Ecolier 13
2003: Ecolier 3
2004: Ecolier 6
2005: Ecolier 14
2006: Ecolier 1
2008: Ecolier 11

Att läsa
Bergius, B. & Emanuelsson, L. (2008). *Hur många prickar har en gepard?* s 59-68. NCM, Göteborgs universitet.
Bergius, B. & Emanuelsson, L. Mönster. *Nämnaren* 1996(2).
Doverborg, E. & Emanuelsson, G. (red). *Små barns matematik* s 117-128, 143-168. NCM, Göteborgs universitet.
Emanuelsson, G., Wallby, K., Johansson, B. & Ryding. R. (1996). *Nämnaren TEMA Matematik – ett kommunikationsämne.* (kap 6). NCM, Göteborgs universitet.
Emanuelsson, G. & Emanuelsson, L. (1994) Uppslaget: Kvadrater i kvadrat. *Nämnaren* 1994(4).
Magne, O. (1990). Små barn leker geometri. *Nämnaren* 1990 (3-4).

2. Vad hör ihop?

För att kunna hitta rätt lock till en burk måste man uppfatta likheter och skillnader i form och storlek. Utvecklingen av dessa förmågor utmanas ofta tidigt genom t ex plocklådor, där de små barnen ska hitta rätt hål till olika klossar. Det räcker inte att de inser vilket hål de ska välja. För att få igenom klossen måste den också ha ett visst läge. Små barn tycker också om att bygga torn av öppna kuber, som dessutom kan sättas i varandra. Aktiviteterna utvecklar förståelse för storlek.



Uppgift 2 bygger på att eleven kan tolka bilderna. Burkens form och storlek måste jämföras med tänkbara lock. Ibland ses lock och burk i olika perspektiv. Låt barnen berätta hur de tänkte för att para ihop burk och lock – egenskaper, begrepp. Hur uttrycker de sig? Hur tolkar de varandras språkliga uttryck?

– Använd smålådor med olika form och storlek. Låt eleverna avgöra vilket lock som passar till vilken lådan. Diskutera varför. Räkna hörn, kanter och sidor och gör tabeller. Leta efter samband.

– Resonera om vad som skulle få plats i burkarna. Kan någon burk få plats i en annan? Hur stora är de i verkligheten?

Vilka referensmått använder eleverna? Använder de samma referens för alla burkar?

3. Vilken form

För att lösa uppgiften måste eleven bortse från ovidkommande information, de andra figurerna. Elever som kan föreställa sig lösningen har en annan abstraktionsnivå än den som drar linjer mellan stjärnorna. Triangeln som bildas har också ett annat läge än det som svarsalternativen anger. Eleven behöver kunna föreställa sig formen i olika lägen.

– Sitt i ring. Vilken form bildas när Kalle går till Amanda, Elliot och tillbaka till sin plats? Låt barnen föreställa sig och diskutera. Kontrollera lösningen/lösningarna genom att Kalle håller kvar garnändan och rullar ett garnnystan till Amanda, som tar tag i tråden och sedan rullar nystanet vidare till Elliot och tillbaka till Kalle. Beroende på hur barnen sitter i förhållande till varandra bildas olika trianglar. Diskutera de olika trianglarnas egenskaper.

  Variera antalet ”mellanlandningar” för att få fram olika figurer.
  Låt eleverna hitta vägar till givna figurer, kvadrat, ett rakt streck etc.
  Kan en cirkel bildas?

– Aktiviteter med geobräde, se t ex

  http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/096100_91_3-4.pdf
  http://nrich.maths.org/public/leg.php?codesearch=geoboard

Tidigare problem
2003: Ecolier 9, 12 2004: Ecolier 6
2005: Ecolier 7
2008: Ecolier 10, 18
2009: Ecolier 2, 6

Att läsa
Rönning, F. (2003). En katedral för lärande i geometri. *Nämnaren* 2003 (4).
Fandén, G. (2002). Trianglar kan se olika ut. *Nämnaren* 2002 (2).
Häggmark, C. (2002). Triangeln i förskolan. *Nämnaren* 2002 (1).

4. Halsdukar och mössor (4 st)

För att lösa problemet behöver kanske en del elever göra uppgiften praktiskt. Andra ritar de olika möjligheterna. Den som löser det i huvudet har utvecklat förmåga att föreställa sig – kan abstrahera situationen.

Beroende på hur många variabler som ingår finns olika många lösningar. Här kan den randiga mössan kombineras med antingen en randig eller en vit halsduk, dvs två olika lösningar. Med den vita mössan finns motsvarande möjligheter. Totalt finns fyra lösningar.

Diskutera med eleverna om hur de kan dokumentera sina lösningar. Också här kan de visa olika abstraktionsnivåer. Från det konkreta, laborera med mössor och halsdukar och gradvis mot det mer abstrakta genom att rita bilder, göra tabeller och diagram och använda symboler.

Om vi stegvis lägger till variabler kan ett dynamiskt mönster växa fram för antalet möjliga lösningar t ex, vit, randig och svart mössa och vit och randig halsduk. Sen vit, randig och svart mössa och vit, randig och svart halsduk osv. En tänkbar dokumentation av sex olika plagg:

	Vit mössa	Svart mössa	Randig mössa
Vit halsduk	X	X	X
Svart halsduk	X	X	X
Randig halsduk	X	X	X

– Du kommer till en fest, där alla hälsar i hand på varandra. Hur många handslag behövs när det är tio personer på festen? Diskutera resultatet och hur antalet handslag kan dokumenteras aritmetiskt.

  Lös uppgiften praktiskt. Bestäm hur ni ska hålla reda på antal handslag. Studera hur antalet handslag ökar med alltfler gäster. Ställ hypoteser om antalet och kontrollera praktiskt. Hitta mönstret.

– Du ska köpa glass. Det finns vanilj, jordgubb och choklad. Hur kan din glass se ut om du får köpa två kulor? Tre kulor? Om det finns fyra sorters glass etc. Hur många möjligheter finns? Hitta mönstret.

Tidigare problem
2001: Ecolier 5
2002: Ecolier 16
2009: Ecolier 16

Liknande problem finns också på NCM:s webbplats under *Strävorna*, 4E.

Att läsa

Bergius, B., Emanuelsson, L. & Sterner, G. (2000). Halsdukar och mössor. *Nämnaren* 2000 (3)
Bergsten, C. m fl. (1996). NämnarenTEMA, *Algebra för alla*, s 88 ff. NCM, Göteborgs universitet.

5. Hitta mönster

Uppgift 1 handlar om ett mönster som upprepas statiskt. I andra mönster, som detta, förändras frekvensen av en eller flera av de ingående komponenterna. För vidare arbete och förslag till läsning se uppg 1.

6. Hur många hopp (9 st)

Dramatisera problemet. Blir det lika många hopp hur djuren än hoppar? Pröva med att alla på vänstersidan hoppar först eller alla på högersidan. Jämför med om de turas om med en från varje sida.

Hur blir det om antalet kängurur minskar eller ökar i en eller båda grupperna? Fösök att finna ett mönster.

– Skriv siffrorna 1 – 5 på styvt A4-papper och sätt i snören så att pappren kan hängas runt elevens hals. Ge fem elever varsin siffra och instruera dem att ställa sig på rad bredvid varandra enligt föl-

5	1	4	3	2

jande:

– Ordna nu talen från det minsta till det största. Två elever ska byta plats med varandra i varje omgång. Hur många omgångar behövs?

– Kopiera och klipp ut bilder eller använd konkreta föremål och låt eleverna skapa liknande problem.

– Låt eleverna arbeta med Bondgården som finns på NCM:s webbplats under *Strävorna*, 4 E.

Sudoku
En enkel spelplan kan konstrueras av ett papper med fyra gånger fyra rutor. Laminera så håller den länge. Dessutom behövs markörer, till exempel legobitar, fyra stycken i vardera fyra färger. Det gäller att lägga en kloss i varje färg per rad både våg- och lodrät. Gör uppgiften mer komplex genom att utöka antal rutor och färger.

Aktiviteten Inte på rad finns på *Strävorna* 2 C.

Kortproblem – vilket är vilket?
I exemplet behövs tre spelkort: Hjärter dam, spader dam och spader kung. Tre spelkort ligger på bordet med baksidan upp. Lista ut vilket kort som är vilket med hjälp av följande ledtrådar:

1. En dam ligger direkt till höger om en kung.

2. En dam ligger direkt till vänster om en dam.

3. Ett spaderkort ligger direkt till vänster om ett hjärterkort.

4. Ett spaderkort ligger direkt till höger om ett spaderkort.

Vilka är korten från vänster till höger? (Spader kung, spader dam, hjärter dam.)

Låt eleverna hitta på egna kortproblem på liknande sätt. Uppmana eleverna att kontrollera att det egna problemet går att lösa innan de ger det till en kamrat.

Att läsa
Stuguland, R & Söderström, S. (2009). Matteväskan – ett sätt att arbeta med föräldrasamverkan. *Nämnaren* 2009 (4).

7. Vilket av talen tänker jag på? (Talet 6)
För att lösa uppgiften krävs förståelse för begreppen *lika stora*, *större än*, *mindre än*, *jämnt* och *udda* och förmågan att kunna relatera begreppen till ingående tal.

Arbete med tallinjen kan bidra till att lyfta fram talsystemets idé om platsvärde och gruppering Samtidigt kan tallinjen verka abstrakt för många barn så en god idé är att försöka hitta lämplig progression i arbetet där tallinjen kan fungera som ett redskap för att till exempel undersöka och bedöma tals relativa storlek, utveckla räknestrategier etc.

För yngre elever kan det vara lämpligt att börja med en talrad på golvet t ex 1 – 10. Skriv siffrorna på tio kartongark tillräckligt stora för att eleverna ska kunna gå på dem. Tejpa fast arken på golvet.

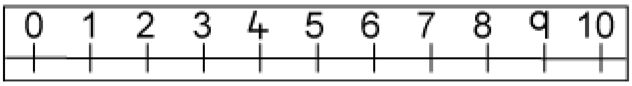
– Uppmuntra eleverna att gå på talraden och räkna högt för varje steg. Uppåträkning är lättast, men öva även bakåträkning.

– Be eleven stanna på ett tal och hämta lika många, en fler, en färre, dubbelt så många, hälften så många saker som det aktuella talet.

Gör en tallinje med hjälp av en tvättlina och sifferkort eller rita en tallinje på tavlan och använd sifferkort och häftmassa. Anpassa talområdet efter elevgruppens förutsättningar (0 – 10, 0 – 20, 0 – 50. 0 – 100 osv). Markera lämpliga ändpunkter på tallinjen med hjälp av sifferkorten, t ex 0 och 100.

– Dela ut ett antal sifferkort och låt eleverna en i taget bedöma var på tallinjen de vill placera talen. Diskutera vad som kan vara lämpliga referensmått. Exempel: Hälften av 100 är 50. Hälften av 50 är 25. Uppmuntra eleverna att komma med förslag och diskutera deras rimlighet.

– Låt eleverna tillverka egna tallinjer på centimeterrutat papper eller använd färdigproducerade tallinjer. De behöver också en lagom stor markör för att markera ett tal. Uppgiften går ut på att bestämma ett visst tal med hjälp av olika ledtrådar. Parvis eller enskilt kan eleverna pröva sig fram till en lösning med hjälp av lärarens ledtrådar och genom att flytta markören på tallinjen allteftersom ledtrådarna ges. Diskutera efter varje ledtråd vilket tal eleverna har valt och låt dem motivera sina val.



Arvid och Nadja har varsin tallinje och varsin markör. De startar alltid med att lägga markören vid noll.

– Arvid gör först ett 3-skutt framåt på tallinjen. Därifrån gör han ett 4-skutt framåt. Vilket tal landar han på?

– Nadja gör först ett 2-skutt och därefter ett 5-skutt. Vilket tal landar Nadja på?

– Nadja startar på 0 igen och gör ett hemligt hopp på sin tallinje. Därefter gör hon ett 5-skutt och landar på talet 9. Hur långt var Nadjas hemliga skutt?

– Arvid gör ett nytt skutt med start på noll. Han gör först ett 6-skutt och sedan ett hemligt skutt och landar på talet 10. Hur långt var Arvids hemliga skutt?

– Arvid gör ett 10-skutt framåt och sedan ett 2-skutt bakåt. Vilket tal landar Arvid på?

– Nadja gör ett 8-skutt framåt och sedan ett hemligt skutt bakåt. Hon landar på talet 5. Hur långt var Nadjas hemliga skutt?

Gissa mitt tal

I den här aktiviteten får eleverna ställa frågor till en annan elev som bara får svara ”ja” eller ”nej”. Exempel på frågor och svar:

– Är talet större än 20?
– Nej.
– Är det större än 10?
– Ja.
– Är det udda?
– Nej.
– Så det är ett jämnt tal, större än 10 men mindre än 20?
– Ja
– Är entalssiffran större än 6?
– Ja.
– Talet är 18!
– Det stämmer.

Hundrarutan

Hundrarutan är en variant av den traditionella tallinjen. För en del barn kan det vara svårt att förstå hur den är konstruerad. Därför kan det vara en god idé att låta eleverna själva klippa en talremsa 0 –99 eller 1 – 100 i tio lika stora remsor och klistra upp dem på styvt papper. Därefter kan hundrarutan

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

kopieras på vanligt papper.
Eleverna kan gärna arbeta i par. Allteftersom ledtrådar ges stryker eleverna de tal som inte kan vara det aktuella. Exempel:

– Talet är större än 9. (Talen 1 – 9 stryks).
– Det är inte en multipel av 10. (Alla jämna tiotal stryks).
– Det är en multipel av 7. (Alla tal som inte är multipler av 7 stryks).
– Tiotalssiffran är större än entalssiffran. (Alla tal utom 63, 70, 84, 91 och 98 stryks).
– Det är ett udda tal. (Talen 70, 84 och 98 stryks).
– Talet är närmare 100 än 50. (63 stryks).
– Vilket är talet? (91).

På NCM:s webbplats *Strävorna* 4A finns många förslag på aktiviteter att arbeta vidare med. Där finns även olika typer av hundrarutor för kopiering.

Att läsa
McIntosh, A. (2008). *Förstå och använda tal – en handbok*. NCM, Göteborgs universitet.

8. Vem är vem? (12 år)

Uppgiften handlar om förståelse för begreppen *äldst*, *yngst*, *dubbelt*, *hälften* och *tillsammans*, att relatera dem till angivna tal och att förknippa äldst med det största talet och yngst med det minsta. Vad är dubbelt så mycket som 4? Hälften av 100? Förknippa ”tillsammans” med addition.

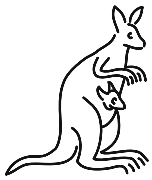
Ålder är viktigt för Milou-elever. Det kan också vara ett känsligt område så arbetet med begrepp som äldre/äldst och yngre/yngst kan med fördel handla om sagosammanhang. Sortera efter ålder och resonera om åldersförhållanden. Samma person kan vara både ”äldre än” och ”yngre än”.

Arbeta med begreppen *dubbelt* och *hälften*.

– Använd konkreta föremål. Ta fram dubbelt så många, ge bort hälften osv. Parbilda för att visa för elever som har svårigheter. Tänk på konsekvensen av hälften av udda tal.
– Använd tår, fötter, ben, fingrar, händer, armar, ögon, öron till uppgifter om dubbelt och hälften. Hitta djur med dubbelt så många ben som vi; varelser med dubbelt så många ben som katten eller hälften så många ben som hunden/spindeln…
– Hämta något som är dubbelt/hälften så långt som din tumme, din arm, du själv, min pinne.
– Katten Murre tar hälften/dubbelt så långa steg som … Visa hur långt ett ”murresteg” är.
– Slå med pricktärning – klappa dubbelt så många; ta hälften så många pärlor... / slå med två pricktärningar – ta utgångspunkt i summan av synliga prickar.
– Gör ett band av indianpärlor i tre färger. Använd dubbelt så många pärlor av färg två som färg ett och hälften så många av färg tre som färg två. Vilka antal är möjliga?
– Sätt dubbelt och hälften i relation till åldrar – gärna om en fantasifamilj.

Liknande problem
2005: Ecolier 11
2007: Ecolier 14
2008: Ecolier 13

Läs mer
Emanuelsson, L. & Bergius, B. (2001). Undringar om hundringar. *Nämnaren* 2001(1).
Emanuelsson, L. & Bergius, B. (2002). Hundringar med undringar. *Nämnaren* 2001(2).
Gunnarsson, A. (1999). Herr Odal och grönsakerna. *Nämnaren* 1999(1).
Sterner, G. (2003). Morötter i Bergasalen. *Nämnaren* 2003(2).



9. Spegling

För att lösa problemet måste eleven inse att när stämpeln används, vänds den nedåt mot pappret och bilden speglas, så som på ett fotografi. Det som på den stämplade och den fotograferade bilden är åt höger från betraktarens håll är åt vänster ur bildens perspektiv. Det som i spegeln är högerögat är i verkligheten vänsterögat.

– Arbeta i par med spegelaktiviteter. Ett barn gör olika rörelser och den andra ”speglar” sin partner genom att göra exakt likadant. Observera vad som händer om barnet som leder aktiviteten t ex vinkar med höger hand, stampar med vänster fot osv.

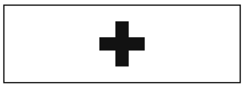
– Rita av varandra framifrån, bakifrån, från sidan. Någon kan ligga ned och t ex sträcka ut ett ben och en arm. Hur ser avbildningarna ut ur olika perspektiv?

– Låt 4 – 5 barn ställa upp sig på rad bredvid varandra. Placera några föremål framför och vid sidan av barnen. Några barn kan göra gester t ex hålla upp vänster hand, vrida huvudet åt höger, ha en väska på ena axeln osv. Ta en bild med digitalkamera och resonera om hur bilden ser ut när den är tagen framifrån. Rita samma bild men ur ett annat perspektiv t ex bakifrån. Jämför sedan likheter och skillnader mellan de olika perspektiven.

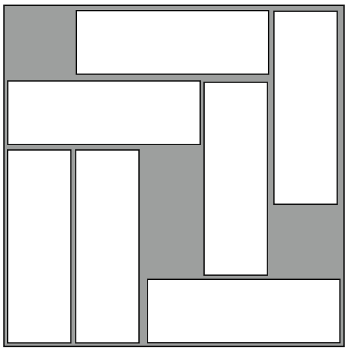
– Studera porträttmålningar och -fotografier. Vad är till höger och vänster för personen som syns på bilden?

Liknande problem
2001: Ecolier 9
2002: Ecolier 4
2009: Milou 5

Att läsa
Wallby,K. (1996). Matematiken i bilden eller bilden i matematiken. *Nämnaren* 1996 (2).

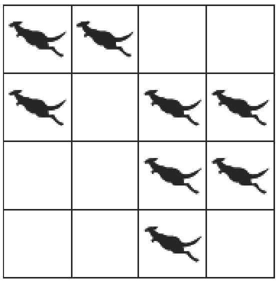
10. En kloss till 

Det finns sju klossar i lådan nedan. Dessa går att skjuta åt olika håll. En till likadan kloss ska få plats. Hur många klossar måste vi då minst flytta?

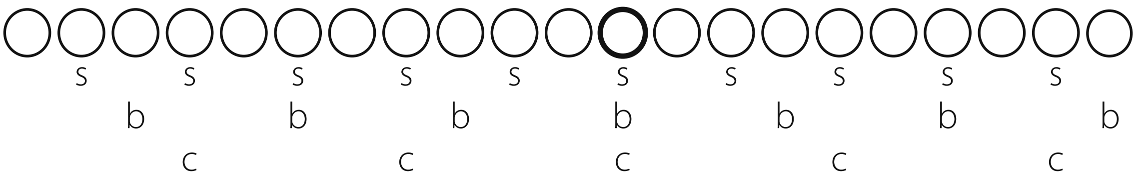


Gör följande uppgift laborativt.

– Det finns åtta kängurur i rutnätet. Vi vill att det ska bli precis två kängurur i varje rad och i varje kolumn. Vilket är då det minsta antal kängurur som måste hoppa till en annan ruta?



11. Kak-kalas



Här gäller det att kunna tolka begreppet *varannan* samt ordningstalen *tredje* och *fjärde*.

Gör uppgiften praktiskt med t ex bilder och be eleverna berätta om hur de tänkte och hur de höll ordning på kakorna.

Ställ klassen på led. Ge följande instruktioner en i sänder. Diskutera betydelsen av begreppen.
– varje elev ska göra ett jämfotahopp
– varannan ska sätta sig på golvet
– var tredje ska ropa ”hej”
– var fjärde ska ställa sig på knä

Låt instruktionerna följa på varandra så att några måste göra fler saker. Undersök vad som händer om barnen istället står i ring?

– Någon har flyttat runt bokstäverna i ordet SKOLA till ALKOS. Låt eleverna ge varandra instruktioner för att med hjälp av ordningstal få bokstäverna på rätt plats, t ex ”första och femte ska byta plats”.

Använd andra ord, t ex
P A M A L (LAMPA);
G R U N K Ä N U (KÄNGURU);
T I M T A K E M A (MATEMATIK)

– Alla barn i Adams och Evas klass har ställt upp sig på ett led efter varandra. Bakom Adam står 16 barn. Ett av dem är Eva. Framför Eva står 14 barn. Ett av dem är Adam. Mellan Adam och Eva står det 7 barn. Hur många barn står uppställda i ledet?

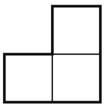
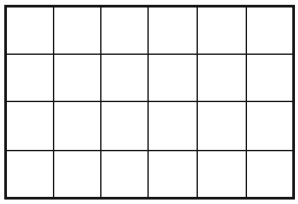
12. Kamelpussel (7st)

Som i andra pussel måste delarna passa ihop och gemensamt täcka den avgränsade ytan. För att följa upp lösningen kan det vara lämpligt att förstora bild och pusselbitar, klippa ut dem och låta eleverna berätta och visa praktiskt för varandra hur de löste problemet.

Uppgiften utmanar elevens spatiala förmågor samt förmågan att föreställa sig hur den givna formen ser ut när den roteras och speglas. Ibland måste man läsa av ”hålet”. För att hitta rätt bit behöver man kunna se likheten i form även om hålet och delen har olika lägen. Elever behöver många och olika erfarenheter för att hantera problem av detta slag.

Observera särskilt de elever som inte löste uppgiften – hur ser deras spatiala förmågor ut?

Exempel på liknande problem.

– Hur många sådana bitar  får plats i  ? Visa hur du vet det.

– Kan en 8 x 8-rektangel täckas med figurer där fyra rutor är sammansatta på olika sätt?
http://nrich.maths.org/814

– På vilka olika sätt kan fem kvadrater sättas samman?
Totalt finns 12 möjligheter, kallade pentominos. Vilka av dessa former kan enskilt eller tillsammans täcka rektanglar av olika storlek?
http://nrich.maths.org/94
http://www.gottfriedville.net/puzzles/colorgame/pentomino.htm

– Jämför storlek (area och omkrets) på pentominobitarna. Vad upptäcker ni?

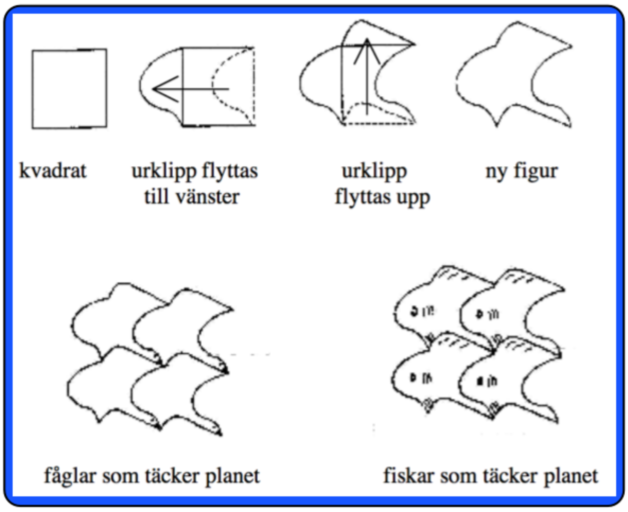
– Sätt samman kvadrater till bokstäver. Vilka kan enskilt eller tillsammans täcka ett område?
http://nrich.maths.org/4976

– Vilka regelbundna månghörningar (månghörningar där alla sidor är lika långa) kan täcka ett område? Om alla är likadana? Om ni får använda flera olika månghörningar?
Låt eleverna undersöka med konkret material och dokumentera sina upptäckter.
http://mathforum.org/sum95/suzanne/tess.intro.html
http://library.thinkquest.org/16661/of.regular.polygons/index.html
http://members.cox.net/tessellations/index.html

– Utgå från en kvadrat, 1 dm^2 stor. Klipp längs
  – mittlinjen och sätt samman delarna till en rektangel
  – längs diagonalen och sätt samman delarna till en triangel
  – längs diagonalen och sätt samman delarna till en parallellogram
  – mittlinjen och sedan diagonalt i båda rektanglarna. Sätt samman delarna till en romb.

– Jämför arean på alla figurerna. Vad upptäcker ni?

– Gör enkla urklipp och förflytta enligt skissen. Använd formen som mall och klipp t ex ut fyra bitar i två färger. ”Pussla” samman delarna till en helhet. Studera variationen i områdena med samma arean. Förblir omkretsen också densamma när vi flyttar urklipp på detta vis?



Att läsa

Bergius, B. & Emanuelsson, L. (2008). *Hur många prickar har en gepard?* s 75 – 79; 106 - 107. NCM, Göteborgs Universitet.

Furness, A. (1988). Mosaik, geometri och tal. *Nämnaren*, 1988(2).

Wallby, K. (1996). Uppslaget: Tessellering. *Nämnaren* 1996(4).