Svar och lösningar

1 B: 3 — Ta bort två trianglar på vardera sidan om likhetstecknet. Det ger två trianglar = 6, alltså en triangel = 3.

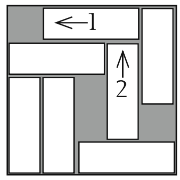
2 C: 

3 C: 12 — Skriv talen i ordning och räkna uppifrån. Diskutera med eleverna varför vi inte behöver räkna nedifrån om vi har talraden.

4 D: 30 — Från var och en av de fem punkterna i övre raden utgår 6 streck. Dessa är desamma som utgår från punkterna i nedre raden.

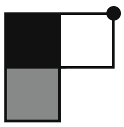
5 C: 4 katter — 2 flugor och 3 spindlar har tillsammans 12 + 24 = 36 ben. 10 fåglar har 20 ben, återstår 16 ben som motsvarar 4 katter.

6 B:2 — Skjut den översta åt vänster och skjut upp den lodräta klossen i det utrymme som bildas.



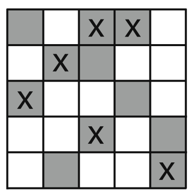
7 B: 2, 4, 6 och 8

8 D 

9 A 

10 E: 24 — 10 + 4 = 13 + 1, 10 + 7 = 13 + 4, 4 + 7 = 10 + 1. Störst summa får vi om vi sätter 13 i mittrutan, då den räknas två gånger.

11 C: 6 — Vi har 11 grå rutor och vi ska ha 5 grå, alltså måste vi ta bort 6. Figuren visar en möjlig lösning.



12 B: 11 · 11 — Det är de 11 första udda talen som ska adderas.

13 C: 8 — Vi färglägger med rött och gult:
Vi färgar hela röd eller hela gul, 2 sätt.
4 röda + 1 gul eller 4 gula + 1 röd, 2 sätt.
3 röda + 2 gula, bladen intill varandra + motsvarande 3 gula + 2 röda, 2 sätt. Sen har vi dessutom det sätt som illustreras i bilden, 2 sätt.
Totalt 8 sätt.

14 C: 14

Vi vet att summan av prickarna på sidorna på den mittersta tärningen är 7. De två yttersta tärningarna ligger identiskt så vi kan sluta oss till att de ihoplimmade sidorna har 4 respektive 3 prickar.

15 E: 728

Lös problemet genom att arbeta baklänges:

$\frac{777}{7} = 111; 111 - 7 = 104; 104 \cdot 7 = 728$

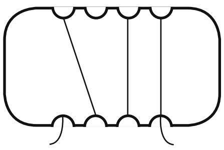
16 B: $\frac{1}{4}$

Kvadratens area är 64 cm². De två vita trianglarna har tillsammans arean $6 \cdot 8 = 48$ cm². Den skuggade fyrhörningens area är alltså 16 cm², vilket är $\frac{1}{4}$ av hela kvadraten.

Vi kan också dela kvadraten längs diagonalen som då delar den skuggade fyrhörningen i två trianglar. Dessa har samma höjd som de vita trianglarna, dvs kvadratens sida. Därav följer att de var och en har en fjärdedel så stor area som halva kvadraten.

17 C: 30

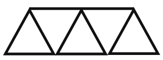
Vi har fyra tillbehör som kan kombineras. Vi betraktar skinka + räkor som samma pizza som räkor + skinka. Vi får så $4 + (\frac{4 \cdot 3}{2}) = 10$ olika pizzor. Dessa finns i 3 storlekar, alltså totalt 30 pizzor.

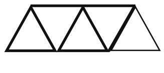
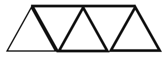
18 B 

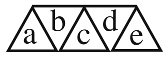
19 E: 118

Jämna platser finns till höger om mittgången. Numrerade från 2 till 20 i första raden, 22 till 40 i nästa etc. Anja sitter längst ut till höger i raden 82 –100. Raden bakom har nummer 102 – 120. Bea hamnar snett bakom Anja om hon har nummer 118.

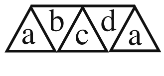
20 B: endast 2.

De givna talen får vara utgångspunkt för resonemanget.
Vi kan också konstruerar ett verktyg som kan hjälpa oss.
Det ser ut så här: 

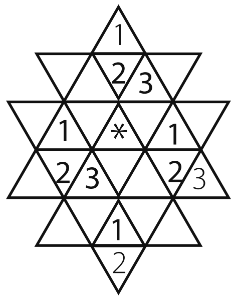
en parallelltrapets med baser 3 och 2 bildad av 5 trianglar.
Parallellogrammen, den som i problemet kallas ”biten till vänster”, kan placeras på två sätt i parallelltrapetsen:  

Vi markerar talen a, b, c, och e i vårt verktyg: 

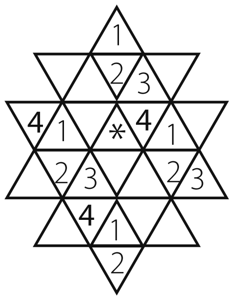
a, b, c och d är olika samt b, c, d och e är olika. Men eftersom vi bara har 4 tillåtna siffror måste a = e. Därför kan vi kan rita så här istället:



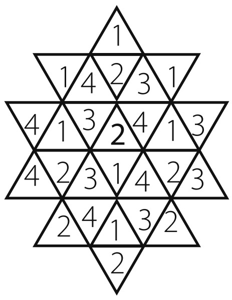
Om vi nu placerar trapetsen i stjärnan så att dess spets täcker ettan så ser vi var det måste finnas en etta till. Fortsätter vi så och om vi gör på samma sätt också från de givna 2 och 3 får vi mycket ifyllt:



Sedan kan vi använda uteslutningsmetoden, och placera 4 där inget annat passar.



Genom att blanda de två metoder (mest uteslutningsmetoden i fortsättningen) får vi följande slutresultat:



En tvåa hamnade på stjärnas plats och alla trianglar blev ifyllda. Vi behöver inte gissa och vi ser att det bara finns ett sätt att fylla i stjärnan.

21 A: grön

Vi vet att det är fyra bläckfiskar. Om alla fyra ljuger skulle påståendet 28 armar vara sant. Det innebär en motsägelse. Högst en talar sanning, vi måste alltså ha tre sjuarmade bläckfiskar, 21 armar. Den fjärde kan därför ha sex eller åtta armar, men summan 29 finns det ingen som anger så totalt har de 27 armar, vilket den gröna bläckfisken påstår. Han har alltså sex armar.

Arbeta vidare med Benjamin

Nu är tävlingsdelen av Kängurun avslutad, men vi hoppas att problemen ska kunna vara underlag för många intressanta diskussioner. I samband med genomgång passar det bra att låta eleverna resonera sig fram till lösningarna i grupp. Låt alla först få möjlighet att lösa alla problem på egen hand. Vid det gemensamma arbetet med problemen är det lämpligt att återkomma till några punkter för att eleverna ska utveckla sin problemlösningsförmåga. Dessa passar alltså till i stort sett alla problem.

Vi ger här först några förslag till arbete med problemen generellt och därefter några förslag utifrån problemets innehåll.

– Diskutera gruppernas lösningar i klassen och jämför idéer och angreppssätt. Låt också eleverna få granska kamraternas lösningar: Har de tagit hänsyn till alla förutsättningar? Är de tydliga? Är resonemanget korrekt? Fungerar lösningsmetoden på andra, liknande problem?

Att analysera och diskutera varandras lösningar är bra, men det kräver förstås att man arbetar långsiktigt så att eleverna vänjer sig vid att både ge kritik på ett konstruktivt sätt och att granskas. Om de redan från början får uppleva att det är en del av undervisningen kan det bli en naturlig och uppskattad form av arbete med problem.

– Diskutera vilken information i problemet som är nödvändig och vad som kan ändras utan att problemet förändras.

– I samband med diskussion av problemen kommer ett antal termer att aktualiseras. Gå igenom dem. Låt eleverna använda och själva få definiera olika begrepp och återkom till dem i olika sammanhang. Några exempel från årets Benjamin: *diagonal, kvadrat, triangel, bas och höjd, symmetrisk, symmetrilinje, spegling, rotation, rad och kolumn, summa, faktor, produkt, multiplikation, kvot, division, delbarhet.* För definitioner hänvisar vi till *Matematiktermer för skolan* (Kiselman & Mouwitz, 2008).

– Kontrollera att lösningen verkligen svarar mot frågan. Är det ett rimligt svar? Hur vet vi det?
Påminner problemet om något annat problem vi löst tidigare?
Vilka kunskaper hade vi nytta av när vi löste problemet?
Vilka nya frågor kan problemet väcka?
Lärde vi oss något nytt av problemet?

– Gå igenom de felaktiga svarsalternativen och resonera om varför dessa inte är riktiga. Låt eleverna göra förändringar i uppgiften så att de andra alternativen blir riktiga. Utmaningen kan vara att göra så små förändringar som möjligt.

– Avsluta med att låta eleverna konstruera egna liknande problem. Det är ett sätt att se om de har förstått det som varit centralt i problemet.

Rumsuppfattning och geometri

Som vanligt handlar flera problem om geometri. I flera av dem måste man hantera former i huvudet. Dessa problem är enklare att lösa med hjälp av laborativt material. Under tävlingen är det inte tillåtet att använda sådant, syftet med problemen är inte att hitta det korrekta svaret i första hand. I efterarbetet kan man gärna plocka fram material eller klippa ut figurer och undersöka. Det konkreta arbetet ska hjälpa eleverna att få förståelse. Därför är det också viktigt att samtala om det konkreta arbetet och lyfta fram de samband som ska illustreras. Låt eleverna jämföra hur de tänkt, dvs deras föreställning, med en konkret representation.

Symmetri och spegling

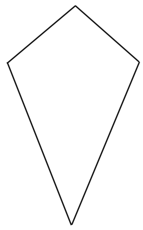
2 I problem 2 handlar det om spegling. Siffran ska först speglas i en linje och därefter ska den nya figuren speglas i en annan linje. Undersök hur våra andra siffror skulle speglas på motsvarande sätt. Vilka blir oförändrade? Vad beror det på? Undersök också bokstäver på samma sätt. Pröva att vrida speglingslinjen. Påverkar det speglingen?

Anknyt till elevernas erfarenhet från textilslöjden. Därifrån vet de att man ofta måste spegelvända för att det ska bli rätt, tex när man syr ärmar och byxben.

Låt eleverna teckna eller måla en halv bild som en kamrat sedan ska färdigställa genom spegling.

Arbeta i ett koordinatsystem. Låt eleverna placera ut klossar eller markera punkter någonstans. Kamratens uppgift blir att spegla i x- och y-axeln. Inledningsvis räcker det att bara ha en axel. Resonera om hur punkter betecknas med koordinater och låt eleverna bokföra sina exempel. Jämför och diskutera koordinaterna för de speglade punkterna. Hur ändras de när vi speglar i x-axeln? Hur ändras de när de speglas i y-axeln?

Gör sedan motsvarande med linjer och polygoner.



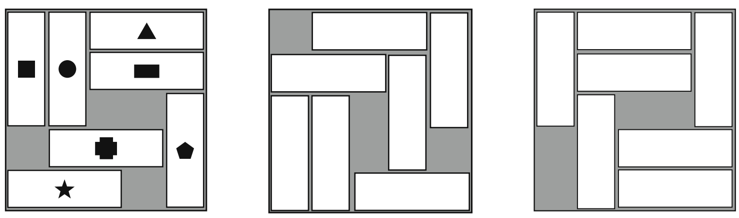
Undersök symmetrier i geometriska former: olika fyrhörningar, olika trianglar, andra månghörningar. Sortera formerna med avseende på deras symmetrier. Vad skiljer en kvadrat från andra rektanglar? Titta också på den form som vi kallar drake. Hur många symmetrilinjer har den?

Sök efter symmetri i omvärlden, på byggnader och i naturen. Bestäm symmetrilinjer.

11 Tidigare problem kring symmetri i Kängurun har rört rutmönster. Använd gärna problem 11 och låt eleverna med så få ändringar som möjligt av rutornas färg få bilden symmetrisk. Variera problemets svårighetsgrad med hjälp av antalet rutor och val av symmetrilinje.

Mentala förflyttningar, visualisering

6 Problem 6 förekommer i flera tävlingsklasser i år. Lös gärna också de andra. Uppgiften i alla är att flytta på klossar för att få rum med en kloss till:



Hur ska klossarna flyttas?

Låt eleverna göra egna pussel åt varandra. En utmaning kan vara att konstruera ett pussel som har tillräckligt med tom plats för att rymma ytterligare klossar, men där detta ändå är omöjligt. Variera storlek på både pussel och klossar. Problemet passar bra för att låta eleverna beskriva med ord hur de flyttar klossar, lägesord och riktning blir då viktiga.

7 Att tolka en tredimensionell bild är inte lätt och många måste få rikliga möjligheter att jämföra bild och verklighet för att utveckla den förmågan. Klipp kvadraten i problem 7 och låt eleverna identifiera alla streck och alla ytor och jämföra verklighet med bild. Låt eleverna arbeta parvis och konstruera liknande problem till varandra.

8 Problem 8, knuten, är ett liknande problem. Här handlar det om att ha kontroll på om snöret går över eller under. Låt eleverna förklara med ord varför knuten är en knut. Hur ska man göra för att visa att de andra alternativen inte är knutar? Diskutera med eleverna så att de ser att alla de övriga går att lösa upp till en ring, en sluten kurva.

9 Problem 9 handlar om vridning runt en punkt och *rotationssymmetri*. Hur ska vi få de andra alternativen? Vad menas med ett kvarts varv? Vad händer om man vrider 360°? 720°? Spelar rotationsriktningen någon roll?

Vi använder ofta begreppen medurs och moturs eller medsols och motsols. Resonera kring dessa ord som är vanliga i vardagslivet men kanske inte helt enkla, speciellt inte medsols och motsols.

Gör egna liknande problem.

Undersök andra figurer, också sådana som inte behöver vridas ett helt varv för att se likadan ut.

Låt eleverna konstruera mönster med en figur som de roterar stegvis upprepade gånger och ritar eller målar efter varandra. Detta kan bli vackra bårder att sätta upp i klassrummet. Studera också tapetbårder och andra utsmyckningar och undersök rotationssymmetrier i dem.

18 I problem 18 måste vi tänka oss baksidan. Resonera och låt eleverna med ord beskriva hur snöret löper.

Undersök olika kroppar. Hur ser de ut från olika håll? Rita framifrån, bakifrån, från ena sidan och den andra. Sådana ritningar har eleverna säkert gjort i slöjden.

Låt eleverna bygga olika kroppar med kuber och rita dem från olika håll. Prata om vad man ser och hur det ser ut. En modell som kan användas är att bygga med multilink, dvs olikfärgade kuber, och sen rita bygget från fyra håll: framifrån, bakifrån, från vänster och från höger. Varje bygge beskrivs alltså av fyra ritningar. Eleverna kan arbeta i par och sen byta ritningar med ett par kamrater, som får i uppgift att bygga efter ritningarna.

Låt eleverna rita av något i omgivningen från ett annat perspektiv än de kan se, t ex huset ovanifrån. Använd tidningsbilder och låt dem rita motivet så som det skulle ha sett ut från ett annat håll. (Se Nämnaren 2, 1996. *Matematiken i bilden eller bilden i matematiken*)

Tal

Många problem som förkommer i Kängurun handlar om heltalen. Elevernas förmåga att räkna börjar med de positiva heltalen och där byggs den grundläggande talförståelsen upp. Det är viktigt att eleverna har säkerhet i de positiva heltalens egenskaper och beräkningar med dem, innan nya talområden införs. Resonera om de positiva heltalen. Låt eleverna fundera på ”Vilket är det största talet?” och motivera sina svar. Använd en tallinje som stöd. Resonera också om räknesättens innebörd. Det passar t ex i samband med problem 12, där beräkningen inte efterfrågas. Problem 15 illustrerar räknesättens inbördes relation. Diskutera hur vi kan utnyttja sambanden mellan räknesätten när vi gör beräkningar. Låt eleverna göra egna liknande problem som 12 och 15.

1 I problem 1 kan man relativt lätt pröva sig fram till vilket tal som måste dölja sig bakom triangeln. Men det går också att resonera utifrån likhetstecknet. Detta är ett exempel på en prealgebraisk övning och utan att använda algebraiska beteckningar kan eleverna få möta enkla ekvationer. Byt sedan ut trianglarna mot andra former och sen bokstäver, t ex x och förenkla senare uttrycket till $2 \cdot x + 6 = 4 \cdot x$. Att vi kan skriva $2 \cdot x$ som $2x$ är en konvention, och något vi måste berätta för eleverna.

Låt eleverna göra egna ekvationer som kamraterna får lösa.

Låt eleverna också lösa problemet om man tillåter olika tal bakom trianglarna. Diskutera skillnaden.

Läs mer om prealgebra i NämnarenTema *Algebra för alla*.

5 Även problem 5 kan lösas med ekvationer, men troligen använder de allra flesta elever en annan metod. Låt eleverna skriva upp likheten med symboler: $2\cdot 6+3\cdot\ =10\cdot 2+4\cdot 4$ och förklara vad de ingående delarna betyder, relaterat till problemet. Detta illustrerar på ett bra sätt behovet av prioriteringsregler. Vi måste utföra multiplikationerna före additionerna för att det ska vara benens antal vi adderar. Gör egna likheter om konkreta föremål som hjälper till att göra det tydligt vad som ska multipliceras resp adderas eller subtraheras.

Arbeta konkret eller med bilder: Låt eleverna rita eller bygga djurgårdar där antalet ben ska vara konstant. Låt dem variera antalet ingående djur av olika slag. Jämför talen i de olika djurgrupperingarna. Undersök vilka totala antal som är möjliga att få.

Gör en tabell med uppgifterna i problemet. Använd sedan tabellen för att undersöka antalet ben när man har lika många av varje djur. Försök också att finna de antal djur av varje slag man ska ha för att deras ben ska vara lika många, dvs lika många spindelben som flugben, fågelben och kattben. Vilka antal ben kan aldrig förekomma? I diskussionen kan begrepp som gemensam multipel och delbarhet behandlas.

Se också Cadet 8 i årets omgång.

3 Problem 3 är en variant på en problemtyp som förekommit många gånger i Kängurun. Oftast har det handlat om hur många sidor som återstår om man har läst till en viss sida i en bok. Sådana problem är inte så enkla ens för vuxna, vilka tal är det man ska använda om man gör en beräkning med subtraktion?

Om vi utför beräkningen 21 – 10 får vi 11. Varför är inte 11 rätt svar? Låt eleverna rita stegen och konkret uppleva vad 21 – 10 är. Det kan ses som att vi har 21 pinnar och tar bort 10, men också som att från den tionde pinnen är det 11 pinnar upp till pinne 21 eller att från pinne 21 ner till pinne 10 är det 11 steg. Vilken tanke ligger närmast problemet? Om vi plockar pinnar uppifrån och tar bort 10 st, så är den tionde pinnen pinne nummer 12, vi ska ju ha 11 kvar. För att teckna subtraktionen så att den motsvarar problemet får vi tänka att vi har 21 och tar bort 9 pinnar för att hamna på den tionde.

Gör motsvarande undersökningar med sidor i böcker, datum i en månad etc. Diskutera hur subtraktionen ska tecknas för att på bästa sätt motsvara problemet.

Arbeta konkret: Numrera träd, lådor, stolpar, byggklossar mm från två olika håll. Låt eleverna få avgöra vilket nummer som står på baksidan. Detta kan de göra i par och turas om att skapa och lösa problemet.

Lös också Ecolier 13 i årets omgång:

Martin och Klara bor i ett höghus. Klara bor 12 våningar över Martin.
En dag tog Martin trapporna från sin våning för att besöka Klara.
När han hunnit halvvägs var han på våning 8.
På vilken våning bor Klara?

Vilken våning skulle Martin ha hunnit till om alternativet 12, 16, 20 eller 24 var korrekt? Vilken våning bor Martin respektive Klara på om Martin har hunnit en tredjedels väg eller en fjärdedels väg när han var på våning 8. Låt eleverna konstruera liknande problem åt varandra.

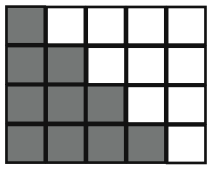
10 Problem 10 handlar om att maximera summor. Vi kan prova oss fram till rätt svar, men vi kan också resonera kring att utnyttja de största talen på bästa sätt. Låt eleverna lösa samma problem men byt ut några tal så att det högsta inte går att placera i mittrutan. Låt eleverna konstruera liknande rutor och undersöka under vilka förutsättningar problemet går att lösa.

12 Problem 12 behandlar talmönster och figurativa tal. Resonera om hur bilden illustrerar varför summan av de sju första udda talen är $7 \cdot 7$. Låt eleverna få upptäcka att vi inte kan använda samma idé för de jämna talen.

Undersök den aritmetiska summan $1 + 2 + 3 + 4 + ... + 100$. Låt eleverna försöka finna olika sätt att beräkna den. Börja eventuellt med talen 1 – 10. De flesta kommer nog att addera tiokamrater. Gör då talraden längre, t ex upp till 50. Då kanske någon ser att om man parar ihop första och sista, andra och näst sista osv, så blir summorna 51. Hur många sådana summor av 51 får vi? Vad blir totalsumman?

Ett annat sätt att illustrera denna summa är att ställa upp talen efter varandra i två rader, den översta från 1 och den nedre från 100. Sen adderar vi parvis och därefter adderas summorna, $100 \cdot 101$. Den summan måste sedan delas med 2. Varför?

1	2	3	4	5	6	7	8	......	100
+ 100	99	98	97	96	95	94	93	...	1
101	101	101	101	101	101	101	101	...	101



Detta kan också illustreras geometrisk. Med två likadana trappor som läggs samman till en rektangel ser vi att summan är hälften av rektangeln. Dvs $\frac{n(n+1)}{2}$. Hur man kan arbeta med denna summa finns beskrivet på många håll, t ex i *Rika matematiska problem* (Hagland, Hedrén & Taflin, 2005).

Berätta historien om C. F. Gauss som påstås ha slagit sin lärare med häpnad då han på ett ögonblick löste den uppgift som läraren hoppats skulle hålla honom sysselsatt under resten av lektionen. Det finns fler berättelser om Gauss om man söker på nätet.

På Strävorna 4A finns aktiviteten Talserie.

Problemlösningsstrategier

I flera problem är det främst förmågan att hitta en bra strategi som utmanas. För att utveckla problemlösningsförmågan krävs det att eleverna får lösa många problem av olika slag, och också resonera kring problemlösningen, t ex så som vi beskrivit inledningsvis. Vi ser i redovisningen av resultat från Kängurutävlingen att vissa problem som ingår i flera tävlingsklasser inte har tydligt bättre lösningsfrekvens bland de äldre eleverna. Vi funderar ibland vad det kan bero på.

4 Problem 4 illustrerar multiplikationsprincipen, som är användbar i många olika kombinatorikproblem. Låt eleverna systematiskt undersöka hur antalet streck ändras med antalet punkter. Börja med två punkter i övre raden och två i den undre. Variera antalet och låt det vara olika antal i övre och undre raden. Gör tabeller för att se hur antalet streck ökar. Pröva också att sätta punkter i tre ”våningar” och dra linjer mellan alla punkterna. Börja med en punkt på översta våningen, två punkter därunder och tre på den understa.

Om man vill arbeta estetiskt i anknytning till uppgiften kan eleverna färglägga det mönster som bildas när man drar linjer mellan olika punkter.

En annan uppgift kan vara att göra mönstret med spik på en bräda och dra garn mellan spikarna. Detta kan göras som ett samarbete med slöjden. Denna teknik var vanlig på 60-talet i tavlor och väggprydnader. Läs om och se på bilder av Naum Gabo.

Även problem 13 och 17 är kombinatoriska problem.

Andra exempel på problem inom detta område är:

Hälsa på varandra: Hur många handskakningar blir det om alla hälsar på alla vid en fest?

Köpa glass: Hur många olika glassar kan man kombinera om man har fyra smaker om får ta två kulor?

*Mössor och halsdukar (*Milou 4, 2010). På hur många olika sätt kan man klä sig i mössa och halsduk om man har två mössor och två halsdukar? Det kan förstås varieras med byxor och tröja, skor och strumpor etc.

Gör flera olika exempel på kombinatoriska problem och låt eleverna upptäcka vad som är gemensamt. Börja med få möjligheter, ett litet antal gäster på festen etc. Gör det konkret, illustrera på olika sätt och gör en tabell. Öka sedan antalet och jämför. Om det är ett litet antal objekt kan man finna en lösning genom ett systematiskt tillvägagångssätt. Blir antalet för stort måste man finna en mer generell metod. Att utveckla förståelse för dessa metoder så att de kan användas som verktyg vid liknande frågeställningar är det långsiktiga målet. För att nå dit behöver eleverna många exempel där de kan lösa problemet konkret och ha överblick över alla möjligheter. Utifrån sådana erfarenheter kan de senare generaliseras.

Problemen handlar också om att veta att man funnit alla tänkbara möjligheter och att kunna motivera det. Låt eleverna få motivera och övertyga kamraterna.

21 I problem 21 måste man resonera logiskt och stegvis. Varje påstående måste tolkas och granskas. Man måste också finna ett bra sätt att hålla ordning på all information. Många gånger är tabeller, bilder eller enkla skisser användbara.

Arbeta igenom problemet gemensamt och diskutera påståendena ett i taget. Vilken information får vi i varje uttalande?

Hur kan vi veta att bara en bläckfisk talar sanning?

Hur kan talen delas upp i termer av 6, 7 och 8?

Hur skulle förutsättningarna ändras om en bläckfisk hade påstått att de hade 29 armar?

En utmaning kan vara att konstruera ett eget liknande problem. Samma problem men med frågan ”Hur många armar har den röda bläckfisken” finns i årets Junior och Student.

Problem av den här typen tycker många är svåra. Det blir mycket information att hålla reda på och man behöver gå tillbaka och kontrollera mot förutsättningarna flera gånger. Problemet är komplext. Vi har haft en hel del liknande problem tidigare i alla tävlingsklasser. De är inte beroende av vilka matematikkurser eleverna läst utan handlar mer om förmågan att resonera logiskt. Pröva därför liknande problem från andra klasser och andra år. T ex: Ecolier 17 och GyCadet 24, 2010; Cadet 13, 2009; Benjamin 19 och Cadet 17, 2008; Benjamin 13, Junior 10 2007, Ecoier 17, 2006; Benjamin 21, 2005.

Att läsa

Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem – inspiration till variation*. Stockholm: Liber.

Kiselmn, C. & Mouwitz, L. (2008). *Matematiktermer för skolan*. NCM, Göteborgs universitet.

McIntosh, A. (2008). *Förstå och använda tal*. NCM, Göteborgs universitet.

NämnarenTema (1997) *Algebra för alla*. NCM, Göteborgs universitet.

Rystedt, E. &Trygg, L. (2010). *Laborativ matematikundervisning – vad vet vi?* NCM, Göteborgs universitet.

Nämnaren. I varje nummer finns Problemavdelningen och Kängurusidan. Läs också tidigare artiklar kring problemlösning. Nämnarenartiklar publicerade 1990–2007 finns fritt tillgängliga som pdf-dokument på Nämnaren på nätet, namnaren.ncm.gu.se. Du finner dem via *artikeldatabasen*. Under *ArkivN* finns alla publicerade Uppslag och Problemavdelningar samlade. Nämnaren på nätet presenterar varje månad nya problem under rubriken *Månadens problem*.

Strävorna finns på ncm.gu.se/stravorna. Där finns aktiviteter, problem och artiklar samlade och ordnade efter kursplanens mål