Svar och korta lösningar

3-poäng

1. (C) Eftersom en pyramid med sju sidor har en sexhörning som basyta har den 12 kanter.

2. (C) Man köper total $m + n$ pennor som tillsammans kostar $2mn$ euro.

3. (C) Det återstår 10 får och x herdar, som tillsammans har $40 + 2x = 50$ fötter. Antal herdar från början var 10 och då fanns det $15 \cdot 4 + 10 \cdot 2 = 80$ fötter.

4. (B) Dra AMX, eftersom $\angle AYX = 90°$ och randvinkel till bågen AX så är AMX en diameter. Triangeln AYX är en halvliksidig triangel.

5. (E) $-\sqrt{2004} \le x \le \sqrt{2004}$.

6. (D) Genomsnittliga antal antenner är $(1 \cdot 3 + 97 \cdot 3 + 2 \cdot 1)/100 = 1{,}99$.

7. (C) Kvadraten har två vinkelräta sidor med vardera 9 småkvadrater (tillsammans 17)

8. (A) Antalet vita rutor är $2003^2 - (2 \cdot 2003 - 1) = 2003^2 - 2 \cdot 2003 + 1 = (2003 - 1)^2$

4-poäng

9. (C) Från varje hörn kan den första sidan dras på 12 sätt. Det ger $14 \cdot 12/2 = 84$ rätvinkliga trianglar.

10. (E) Det räcker att undersöka kvadraten och kubiken på slutsiffran

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n^2	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1
n^3	0	1	8	7	4	5	6	3	2	9

Inom varje tiotalsföljd finns det fyra tal som uppfyller egenskapen.

11. (D) En symmetriaxel längs diagonalen ger två fall och symmetriaxel parallell med en sida ger tre fall.

12. (B) Det finns 50 udda och 50 jämna tal För att få en produkt som är delbar med 4 måste vi plocka två jämna tal.

13. (C) Produkten av talpar (x, y) i andra och fjärde kvadranten uppfyller villkoret $xy \le 0$

14. (E) Triangeln ACE är en halvliksidig triangel med sidan 2. Arean av triangeln ABC är $\sqrt{3}$, triangeln CDE är $\sqrt{3}/4$

15. (C) $\left(\sqrt{22 + 12\sqrt{2}} - \sqrt{22 - 12\sqrt{2}}\right)^2 =$

$22 + 12\sqrt{2} - 2\sqrt{22 + 12\sqrt{2}} \cdot \sqrt{22 - 12\sqrt{2}} + 22 - 12\sqrt{2}$

$= 44 - 2\sqrt{22^2 - 12^2 \cdot 2} \;= 44 - 28 = 16 = 2^4$

16. (B) Vinkelsumman hos en 16-hörning är $14 \cdot 180°$. En sjundedel är $360°$.

5-poäng

17. (B) För en geometrisk talföljd gäller att $a_3 = k \cdot a_2$ och $a_4 = k^2 \cdot a_2$. Eftersom $a_3 < a_2 < a_4$ så måste $k < 0$ och följaktligen är $a_2 \cdot a_3 < 0$.

18. (E) För varje potens ökar den näst sista siffran med 1, dvs den antar alla tio siffervärdena.

19. (A) Antal delare till 120 är 16.

20. (D) Grafen till $f(x+2)$ är förskjuten två steg åt höger jämfört med grafen till $f(x)$.

21. (C) Triangelns area är $4\sqrt{3}$. Cirkelsektorn har medelpunktsvinkeln $\pi/3$ och arean $2\sqrt{3}$.

$A = \dfrac{v \cdot r^2}{2}$ ger $\dfrac{\pi/3 \cdot r^2}{2}$ med lösningen $r = \sqrt{\dfrac{12\sqrt{3}}{\pi}}$.

22. (B) Man får de sex tresiffriga talen *abc*, *abc*, *bac*, *bca*, *cab* och *cba*. Det ger:
$200(a+b+c) + 20(a+b+c) + 2(a+b+c) = 1554$
$100(a+b+c) + 10(a+b+c) + (a+b+c) = 777$
$a+b+c = 7$ ger $c = 4$.

23. (B) $999\ldots999 = 10^{1000} - 1$

$999\ldots999^2 = (10^{1000} - 1)^2 = 10^{2000} - 2 \cdot 10^{1000} + 1 = 10^{1000}(10^{1000} - 2) + 1$

Faktorn $10^{1000} - 2$ består av 998 nior och en åtta. Talet $10^{1000}(10^{1000} - 2) + 1$ kommer att bestå av 998 nior, en åtta, 999 nollor och en etta. Siffersumman blir $998 \cdot 9 + 8 + 1 = 8991$

24. (C) $\sin^8 75° - \cos^8 75° =$

$(\sin^4 75° - \cos^4 75°)(\sin^4 75° + \cos^4 75°) =$

$(\sin^2 75° - \cos^2 75°)(\sin^2 75° + \cos^2 75°)$
$(\sin^2 75°(1 - \cos^2 75°) + \cos^2 75°(1 - \sin^4 75°)) =$

$(-\cos 150°) \cdot 1 \cdot \left(1 - \dfrac{\sin^2 150°}{2}\right) =$

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(1 - \dfrac{1}{8}\right) = \dfrac{7\sqrt{3}}{8}$