

UPPSALA UNIVERSITET
Institutionen för utbildning, kultur och medier
Institutionen för didaktik
Lärarexamensarbete inom allmänt utbildningsområde, 15 hp

Rapport 2009ht4383

Bedömning i matematik

Förutsättningar för bedömning av matematiska kompetenser i tidiga skolår

Författare
Therese Vegerfors
Hanna Skagerlund

Handledare
Johan Prytz

Betygsättande lärare
Mikael Palme

Sammanfattning

Syftet med denna studie är att undersöka förutsättningar för bedömning av matematiska kompetenser i årskurs 1–3. Genom intervjuer har fyra lärares syn på matematisk kunskap och bedömning av denna synliggjorts. Vidare har de skriftliga prov som lärarna använt sig av analyserats. Dessa praxisnära förutsättningar har sedan jämförts med avseende på vilka matematiska kompetenser som går att finna och vilken vikt som läggs vid dem.

Under 2008 och 2009 har en kartläggning av matematisk kunskap genomförts i Uppsala kommun med Skolverkets nya diagnosmaterial Diamant. Vår avsikt har varit att problematisera resultaten av denna kartläggning genom att relatera till de ovan nämnda praxisnära förutsättningarna.

Undersökningen visar att lärarna lägger stort fokus på rutinuppgifter som kan lösas med hjälp av minneskunskaper eller inlärd procedurer. Betoningen av denna algoritmiska kompetens tycks i de analyserade proven gå ut över andra kompetenser som lärarna ger uttryck för att eleverna ska behärska. Lärarna berättar dock att de även använder andra bedömningsformer.

Algoritmkompetens förekommer också rikligt i de analyserade Diamantdiagnoserna. En annan matematisk kompetens som förekommer i Diamant, men som i stort sett saknas i lärarnas skriftliga prov är en djupare förståelse för matematiska begrepp. Möjligtvis skulle detta kunna förklara elevernas svårigheter när det gäller matematiska begrepp i de gjorda Diamantdiagnoserna. Vi har emellertid inte kunnat se tendenser till något självklart samband mellan de kompetenser lärarna lägger vikt vid och de kompetenser eleverna behärskar i Diamant.

Nyckelord: didaktik, grundskola, intervju, textanalys, matematik, bedömning.

Innehåll

1. Inledning	5
2. Bakgrund	6
2.1 Kunskapsformer i styrdokumentet	6
2.2 Diagnosmaterialet Diamant	7
2.2.1 Diamantprojektet i Uppsala	7
3. Teoretiska utgångspunkter	9
3.1 Bedömning och prov	9
3.2 Curriculum	9
3.3 Matematiska kompetenser	10
3.3.1 Två övergripande kategorier	11
3.3.2 Övriga kompetenser	13
4. Syfte och frågeställningar	16
5. Metod	17
5.1 Urval och avgränsningar	17
5.1.1 Presentation av skolorna, lärarna och proven	18
5.1.2 Diamantdiagnoserna	19
5.2 Datainsamling och analys	20
5.2.1 Kvalitativ intervju (ansvarig Hanna Skagerlund)	20
5.2.2 Kvantitativ innehållsanalys (ansvarig Therese Vegerfors)	21
5.2.3 Jämförande analys	22
5.2.4 Metoddiskussion	22
5.3 Forskningsetiska överväganden	23
6. Forskningsläge	25
7. Resultat	28
7.1 Delstudie 1 (ansvarig Hanna Skagerlund)	28
7.1.1 Matematiska kompetenser	28
7.1.2 Bedömning	34

7.1.3 Sammanfattning.....	37
7.2 Delstudie 2 (ansvarig Therese Vegerfors)	38
7.2.1 Lärarnas prov.....	38
7.2.2 Diamantmaterialet.....	43
7.2.3 Överväganden angående analysen av de skriftliga proven....	44
7.2.4 Sammanfattning.....	49
7.3 Jämförande analys.....	49
7.3.1 Praxisnära förutsättningar för bedömning av matematiska kompetenser.....	49
7.3.2 Jämförelse mellan praxisnära förutsättningar och Diamant..	51
7.3.3 Problematisering av Diamantresultaten	52
7.4 Avslutande diskussion	55
7.4.1 Förslag till vidare forskning	56
8. Referenslista.....	58
9. Bilagor.....	61
9.1 Bilaga 1	61
9.2 Bilaga 2	67
9.3 Bilaga 3	68
9.4 Bilaga 4	70

1. Inledning

Vårt examensarbete handlar om bedömning i matematik i grundskolans tidiga skolor. Bedömningen i de lägre årskurserna är en aktuell fråga då flera förändringar har skett på området under de senaste åren. Skriftliga omdömen i den obligatoriska skolan infördes 2008, vilket innebär att läraren skriftligt ska beskriva elevens kunskapsutveckling i olika ämnen i relation till de lokala och nationella målen (Skolverket, 2009b, s. 2).

Under 2008 och 2009 har mål att uppnå och nationella prov i svenska och matematik införts i årskurs 3 (Skolverket, 2008c, s. 1). Syftet med införandet av nya mål var att främja en likvärdig bedömning genom att målen skulle vara distinkt och tydligt utformade. Strävan var därför att beskriva dem mer utförligt än målen för årskurs fem och nio (Skolverket, 2007, s. 3), vilket syns tydligt i den nuvarande kursplanen (Skolverket, 2008b).

En annan förändring som berör bedömning i matematikämnet är diagnosmaterialet Diamant, som kom ut i januari 2009 (Ström, 2009). Materialet är utformat efter en tolkning av målen för år tre och fem och utgör en länk mellan styrdokumentet och de nationella proven i dessa årskurser (Skolverket, 2009c, förord, s. 2). Diamantmaterialet kommer att ligga i fokus i vår undersökning och presenteras därför närmare i avsnitt 2.2.

I avsnittet om bedömning och betyg i grundskolans läroplan står skrivet att läraren ska utvärdera elevens kunskapsutveckling på ett allsidigt sätt med utgångspunkt i kursplanens krav. Utifrån detta ska läraren informera eleven, vårdnadshavare och rektor om hur det går för eleven (Skolverket, 2006, s. 16). Utvärderingen ligger också till grund för den individuella utvecklingsplanen, som ska utgöra ett stöd för eleven i dennes lärande (Skolverket, 2008a, s. 6).

Sammanfattningsvis visar ovanstående att bedömning är ett aktuellt ämne och en viktig lärarkompetens. Vi anser därför att det är angeläget att undersöka förutsättningarna för bedömningen i de tidiga skolorna.

2. Bakgrund

Då studien fokuserar på bedömning av olika kunskapsformer i matematik presenteras här inledningsvis hur kunskapsbegreppet beskrivs i styrdokumentet. Vidare presenteras Diamantmaterialet mer utförligt. En beskrivning av hur materialet har använts vid en kartläggning i Uppsala kommun ges också.

2.1 Kunskapsformer i styrdokumentet

I ett särtryck ur läroplanskommitténs betänkande *Skola för bildning* uttrycks att det finns kunskaper av många olika slag. En distinktion görs därför mellan fyra olika kunskapsformer, nämligen fakta, förståelse, färdighet och förtrogenhet. Syftet med denna indelning är att motverka att en kunskapsform betonas framför andra på ett ensidigt sätt (Skolverket, 1997, s. 31). I läroplanen för grundskolan betonas också att kunskap finns i olika former och att skolan ska ge utrymme för dessa. Här återfinns de ovan nämnda kunskapsformerna. Dessa samspelar med varandra och ska balanseras i undervisningen (Skolverket, 2006, s. 6).

Faktakunskaper innebär kunskap i form av regler, information och konventioner. Eleven vet att något är på ett visst sätt. Förståelsekunskap handlar om att uppfatta innebörden i fenomen. Den kännetecknas av en kvalitativ dimension, eftersom ett fenomen kan förstås på olika sätt. Förståelse av begrepp hör till denna kunskapsform. Fakta och förståelse hänger tätt samman, då förståelsen bestämmer vilka fakta som kan urskiljas samtidigt som fakta är det vi försöker skapa mening i (Skolverket, 1997, s. 32).

Förståelse är en teoretisk kunskapsform till skillnad från färdigheter som är av praktisk art. Det handlar om att veta hur något ska göras och att kunna utföra det, till exempel att kunna simma. Färdigheter kan också vara intellektuella. Ett exempel på detta är tankeoperationer inom matematiken. Trots att färdigheter kan finnas utan förståelse, hänger ofta det praktiska samman med det mentala (Skolverket, 1997, s. 32 ff.).

Förtrogenhetskunskap utgör kunskapens tysta dimension, vilket innebär att den är underförstådd och icke formulerad. Kunskapen är ofta sinnlig, vilket betyder att eleven exempelvis ser, känner eller bara vet något. Det handlar om att kunna använda sina tidigare erfarenheter i nya situationer (Skolverket, 1997, s. 31 ff.).

Utifrån ovanstående är det uppenbart att läraren måste kunna fånga in olika kunskapsformer i sin bedömning av eleverna. Det är därför intressant att undersöka vilka olika former av kunskap lärare ger uttryck för att de fokuserar på samt vad de lägger vikt vid i bedömningen. Läroplanens kunskapsbegrepp har presenterats för att visa på den bredd som förespråkas, men i studien kommer en annan indelning av kunskapsbegreppet att användas. Denna indelning presenteras i avsnitt 3.3.

2.2 Diagnosmaterialet Diamant

Diamantmaterialet har utarbetats av Madeleine Löwing, Wiggo Kilborn och Marie Fredriksson vid Göteborgs universitet på uppdrag av Skolverket (Selin, 2009, s. 4). Det har utvecklats för att kunna kartlägga hur långt eleverna har kommit i sin utveckling i matematiken. Ett huvudsyfte är att läraren därigenom ska få ett underlag för planering av undervisningen (Skolverket, 2009c, s. 1).

Diamantdiagnoserna bygger på tankar om matematiska kompetenser, vilket även genomsyrar strävansmålen i kursplanen. Skolverket (2009c, s. 4) refererar i detta sammanhang till forskningssammanställningen *Adding it Up* (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001) där matematisk kunskap beskrivs i fem olika delar. Dessa anser vi stämmer relativt väl överens med den indelning av kunskapsbegreppet som används i föreliggande studie (se avsnitt 3.3).

Materialet utger sig inte för att testa alla delar av elevernas matematiska förmåga. Problemlösning och kommunikativ förmåga diagnostiseras inte, då konstruktörerna anser att detta inte är möjligt med denna typ av material. Istället avser materialet att säkerställa att eleverna har de redskap som krävs för att nå syftena att kunna ”kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer” samt att ”kunna förstå och lösa problem” (Skolverket, 2009c, s. 2f.).

Materialet består av 55 diagnoser inom sex olika områden: aritmetik, bråk och decimaltal, talmönster och formler, mätning, geometri samt statistik. Dessa är i sin tur indelade i olika delområden (Skolverket, 2009c, s. 1). Diagnoserna är uppbyggda så att läraren med stor säkerhet ska kunna fastställa var eventuella kunskapsbrister ligger (Löwing, 2009, s. 12).

2.2.1 Diamantprojektet i Uppsala

Diamantdiagnoserna har under åren 2006–2008 provats ut i Uppsala kommun. Våren 2008 påbörjades också ett projekt i kommunen som innebar en kartläggning av elevernas kunskaper i matematik. Syftet med projektet är att förbättra elevernas matematikkunskaper (Löwing & Kilborn, 2008b, s. 1). Kartläggningen skedde med Diamant i förskoleklassen och årskurs 1–5 samt med ett material med arbetsnamnet *Briljant* i årskurserna 6–8 (Löwing & Kilborn, 2008a, s. 1).

Utifrån analysen av resultaten finns möjlighet att ge stöd och verktyg till skolor och lärare för att åtgärda de problem som har visat sig. Det handlar bland annat om att upprätta tydliga lokala arbetsplaner samt att kompetensutveckla lärarna. Löwing betonar att det inte handlar om att kritisera lärarna (Selin, 2009, s. 4). Istället menar hon att lärarna inte har fått en tillräcklig kompetens inom matematikdidaktik i sin utbildning (Löwing, 2009, s. 13).

Ett första steg av kartläggningen skedde under våren 2008. Då fokuserades de fyra räknesätten¹, vilket inkluderar räkning med decimaltal, bråk och procent. Skolornas resultat skilde sig mycket åt, men generellt uppvisade elevernas matematikkunskaper relativt stora brister. Detta

¹ Räkning med de fyra räknesätten kallas aritmetik.

överensstämmer med resultat på nationella prov, erfarenheter från andra kommuner samt tidigare forskning. Bland annat har varannan elev svårigheter med grundläggande subtraktioner och var fjärde med grundläggande additioner efter ett år i skolan (Selin, 2009, s. 4ff.).

Kartläggningen visar också att en del av det innehåll som tidigare behandlats i en viss årskurs skjuts upp ett eller två år. Löwing menar att detta kan bero på att lärarna vill vänta in elevens förståelse. Att förstå innebär dock att även kunna tillämpa sina kunskaper, vilket kräver övning av till exempel talraden och matematiska tabeller. Om eleverna inte hanterar de grundläggande räkneoperationerna med flyt och säkerhet får de svårigheter när de möter mer avancerad matematik och större talområden (Selin, 2009, s. 4ff.).

Våren 2009 genomfördes kartläggningens andra del med fokus på mätning och geometri (Löwing & Kilborn, 2009b, s. 1). Resultaten visar bland annat att upp till hälften av eleverna på de flesta av skolorna inte når uppnåendemålen i årskurs 5 (Löwing & Kilborn, 2009a, sid. 1). När det gäller årskurs 1–3 synliggjordes bland annat svårigheter med att mäta i millimeter, att behärska det viktiga symmetribegreppet samt att namnge vanliga geometriska objekt och deras delar (ibid., s. 2ff). Några möjliga orsaker till dessa problem är att lärarna har bristfälliga didaktiska kunskaper inom området samt att de inte behärskar terminologin för geometriska objekt. Att svenska elevers geometrikunskaper inte når internationell standard har länge varit känt (ibid., s. 1). Detta bekräftas av resultaten på den internationella jämförelsen TIMSS från 2007 (Löwing & Kilborn, 2009b, s. 1).

Då kartläggningen i Uppsala kommun har påvisat stora brister i elevernas matematikkunskaper anser vi att det är angeläget att undersöka vad dessa brister beror på. Vår avsikt är därför att undersöka förutsättningarna för bedömning av olika kunskapsformer och utifrån detta problematisera resultaten på Diamant. Studien gör inte anspråk på att ge några definitiva förklaringar, men kan eventuellt bidra med hypoteser som kan undersökas vidare. En förhoppning är också att resultaten kan vara ett stöd för lärare när de reflekterar över sin bedömningspraktik och sin matematikundervisning samt att studien kan utgöra ett underlag för diskussioner kring detta på skolorna.

3. Teoretiska utgångspunkter

I detta avsnitt presenteras de begrepp som är relevanta för undersökningen. Inledningsvis redogörs för begreppen *bedömning* och *prov*. Därefter diskuteras det engelska begreppet *curriculum*, som används för att problematisera relationen mellan styrdokument, undervisningsinnehåll och elevernas lärande. Slutligen diskuteras kunskapsbegreppet i termer av matematiska kompetenser.

3.1 Bedömning och prov

Begreppet bedömning är mångtydigt och kan syfta på såväl de verktyg som används för att samla in ett underlag för bedömningen (till exempel prov) samt på den process där detta tolkas och värderas. Uttrycket kan också beteckna bedömning i allmänhet. Bedömningen kan gälla utvärdering av exempelvis individer, undervisning, skolor eller läroplaner (Korp, 2003, s. 72f.). I denna uppsats används begreppet bedömning för att beteckna såväl insamlandet av information som själva tolknings- och värderingsprocessen när det gäller lärares bedömning av elevers individuella prestationer.

Bedömning i skolan kan fylla olika syften. Vid *summativa* bedömningar skapas en bild av elevernas lärande i relation till undervisningsmålen, vilket resulterar i någon form av betygssättning eller omdöme (Korp, 2003, s. 77). *Formativa* bedömningar syftar exempelvis till att utgöra ett underlag för planering av undervisningen, till att upptäcka svårigheter och identifiera behov av stöd samt till att få eleverna att reflektera över sitt lärande och förbättra sina inlärningsstrategier (ibid., s. 81). Dessa begrepp nämns här för att synliggöra att bedömningen kan ha olika syften. I studien problematiseras dock själva insamlandet av information om elevernas kunskaper, inte hur lärarna använder dessa data. Fokus ligger därmed inte på bedömningens syfte.

Enligt Korp står begreppet prov för alla uppgifter som eleverna arbetar med, där intentionen är att skapa en bild av deras kunskaper. Dessa uppgifter kan vara både skriftliga och praktiska (Korp, 2003, s. 93). Vi tolkar detta som att prov ska ha som huvudsaklig avsikt att skapa en bild av elevernas kunskaper. De skriftliga prov som undersöks i vår studie har denna avsikt. Eleverna får, till skillnad mot när de arbetar med andra uppgifter, som regel ingen hjälp vid provtillfället. I undantagsfall kan eleverna få hjälp, men då görs en notering om detta av läraren. Huruvida provresultaten ligger till grund för summativa eller formativa bedömningar har inte beaktats.

3.2 Curriculum

För att sätta studien i ett sammanhang använder vi oss av det engelska begreppet curriculum, som bland annat behandlas i Johansson (2003, s. 4ff.). Hon utgår från en definition av Kilpatrick

(1996) där curriculum omfattar mål, innehåll, undervisning, bedömning och material. Då det inte finns något motsvarande ord för curriculum på svenska används det engelska begreppet i vår studie. I den gemensamma slutdiskussionen relateras resultaten till detta begrepp.

Johansson (2003, s. 6ff.) presenterar en uppdelning av begreppet i bland annat *intended*, *enacted* och *learned curriculum*. Intended curriculum omfattar officiella dokument från bland annat Skolverket. Det inkluderar skollagen, läroplanen och kursplanerna, men också till exempel nationella prov. Enacted curriculum är det innehåll eleverna möter i klassrummet, det vill säga själva klassrumspraktiken. Learned curriculum står för den kunskap eleven tillägnar sig under sin skolgång.

I vår studie fokuseras relationen mellan intended, enacted och learned curriculum, då dessa olika nivåer påverkar varandra. Läraren gör en tolkning av styrdokumenten (intended curriculum) som påverkar undervisningsinnehållet (enacted curriculum). Undervisningsinnehållet påverkar i sin tur vad eleverna har möjlighet att lära sig (learned curriculum). Innehållsfrågan står i centrum då studien fokuserar på matematiska kompetenser. Likheter och skillnader mellan intended, enacted och learned curriculum synliggörs och problematiseras. Det är i sammanhanget viktigt att poängtera att det endast är delar av intended, enacted och learned curriculum som synliggörs i materialet.

I studien utgör Diamantdiagnoserna en del av intended curriculum, då dessa bygger på en av Skolverket sanktionerad tolkning av kursplanens mål. Enacted curriculum synliggörs i lärares prov, eftersom de antagligen bedömer eleverna utifrån undervisningsinnehållet. Det kan också synliggöras i lärares utsagor om undervisningsinnehållet. Vi tittar emellertid inte på hur den faktiska klassrumspraktiken ser ut. Fokus ligger istället på lärares möjligheter att bedöma vilka olika matematiska kompetenser eleverna besitter. De faktorer som belyses är lärarnas syn på matematisk kunskap och på vad som bedöms samt utformningen av deras skriftliga prov. Dessa faktorer utgör i denna studie *praxisnära förutsättningar* för bedömning av matematiska kompetenser. Fokus ligger med andra ord inte på mer indirekta förutsättningar, till exempel styrdokument och ekonomiska villkor. Slutligen utgör resultaten på de analyserade Diamantdiagnoserna en bild av learned curriculum. Eleven kan dock ha andra kunskaper, som inte synliggörs i dessa resultat.

3.3 Matematiska kompetenser

I studien definieras lärares kunskapssyn inom matematikämnet som de matematiska kompetenser de ger uttryck för att eleverna ska förvärva. Det är dock möjligt att lärarna har en bredare kunskapssyn än vad som framkommer under intervjuerna.

Utgångspunkten är en tolkning av läroplan, program mål, kursplan och betygs kriterier för den svenska gymnasimatematiken gjord av en forskningsgrupp vid Umeå universitet. Tolkningen har resulterat i ett antal matematiska kompetenser som ses som centralt matematiskt kunnande i gymnasiet s kurser. Huvudsyftet är att den ska ligga till grund för konstruktionen av nationella

kursprov i matematik för gymnasiet. Då kunskap om matematikens idéhistoria inte anses lämplig att inkludera i de nationella kursproven har kompetens inom detta område inte beskrivits (Palm m.fl., 2004, s. 1f.).

Denna definition av matematiska kompetenser ligger till grund både för analyser av intervjuer med lärare samt av prov och av Diamantdiagnoser. Då föreliggande studie fokuserar på de tidiga skolåren har vi tolkat kompetenserna i ljuset av detta. Exempeluppgifterna (bilaga 1) är i de flesta fall hämtade från det insamlade materialet. Övriga uppgifter har vi utformat själva.

Utöver ovanstående tolkning finns andra beskrivningar av vad som utgör matematisk kunskap. I den internationella PISA-undersökningen, där elevers matematikkunskaper jämförs, beskrivs åtta kompetenser. En annan internationell studie är TIMSS 2003. Viktig matematisk kunskap anses här vara fyra kognitiva domäner samt kommunikation. Två exempel från enskilda länder är de elva kompetenser som beskrivs av en arbetsgrupp i syfte att utveckla den danska matematikundervisningen samt de fem processmål som beskrivs av den amerikanska organisationen National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Alla dessa beskrivningar liknar de kompetenser som används i vår studie (Palm m.fl., 2004, s. 8f.).

En annan beskrivning från USA finns i forskningssammanställningen *Adding it Up* (2001). Här delas det grundläggande matematiska kunnandet in i fem olika delar (Skolverket, 2009c, s. 4), som vi anser stämmer väl överens med de kompetenser som finns i Palm m.fl. (2004).

Vi har funnit några svenska studier som använder tolkningen av Palm m.fl. (2004) som utgångspunkt, bland annat doktorsavhandlingen *Assessing mathematical creativity* (Boesen, 2006a) samt några studentuppsatser, till exempel Andersson och Vernersson (2008) samt Halltorp och Persson (2009). Definitionen har inte tidigare använts i årskurs 1–3 och för att analysera intervjuer, vilket innebär att studien eventuellt kan bidra med en viss teoriutveckling.

Genom att använda samma ramverk i vår studie som i tidigare svenska studier kan resultaten jämföras lättare. Boesen (2006a, s. 50) menar dessutom att det fungerade bra att kategorisera prov med hjälp av detta ramverk.

3.3.1 Två övergripande kategorier

Algoritmkompetens och problemlösningskompetens

En algoritm står för en inlärd procedur i ett eller flera steg, där stegen och deras ordningsföljd är väl kända för eleven. Att inneha *algoritmkompetens* innebär att kunna ta fram begrepp, satser och standardprocedurer ur minnet samt att behärska grundläggande standardprocedurer rutinmässigt. Att besitta algoritmkompetens innebär också att kunna behärska relevanta hjälpmedel, till exempel miniräknare (Palm m.fl., 2004, s. 4). Sammantaget kan sägas att kompetensen innefattar behärskning av rutinuppgifter som kan lösas endast med hjälp av minneskunskaper och/eller inlärd procedurer. I bilaga 1 finns ett antal exempel på uppgifter, varav uppgift 1–5 och 6b räknas till bland annat denna kategori.

Problemlösningsskompetens krävs vid lösning av matematiska problem, vilket här betyder uppgifter där eleven inte har tillgång till någon färdig lösningsmetod. Problemlösning ses som en skapande aktivitet som kräver mer än att enbart använda memorerade regler (Palm m.fl., 2004, s. 4). Att inneha problemlösningsskompetens innebär att kunna tillämpa sina kunskaper i en för eleven ny situation, vilket betyder att både uppgiftens egenskaper och elevens erfarenheter avgör om en uppgift kräver problemlösningsskompetens för att lösas. För att en uppgift ska kräva problemlösningsskompetens måste den antingen vara av en annan typ än vad eleven är van vid eller vara så komplex att eleven inte kan använda sig av en färdig standardprocedur som kan kopplas till uppgiften (ibid., s. 9). Uppgift 6a och 7–12 räknas till denna kategori (se bilaga 1).

Då algoritmkompetens handlar om att kunna lösa rutinuppgifter, medan problemlösningsskompetens gäller de uppgifter där eleven inte har någon färdig lösningsprocedur tillgänglig anser vi att dessa två kompetenser utgör varandras motsatser och att alla uppgifter kan placeras i någon av de två kategorierna. Eftersom det inte helt säkert går att avgöra vilka typer av uppgifter, procedurer och fakta som eleven är bekant med kan det vara svårt att avgöra om en uppgift är av rutinkaraktär. Följande tas i beaktande:

- Eleven kan förväntas vara väl förtrogen med uppgiftstyper som hon/han har mött många gånger tidigare, till exempel i det läromedel som används. Dessa uppgifter torde därför vara av rutinkaraktär.
- Om eleven får tydliga ledtrådar till hur en uppgift ska lösas kan den betraktas som rutinmässig. Nedan följer ett exempel hämtat från en diagnos som enbart behandlar addition. Detta gör det enkelt för eleven att välja räknesätt, vilket underlättas ytterligare av att det till uppgiften hör ett rutnät med ett utskrivet plustecken där det är meningen att eleven ska kunna göra en uppställning. Slutligen behöver eleven inte fundera över vilka värden som ska användas, då det varken saknas eller finns för mycket information i uppgiften.

Trixi köper en vådräkt [för 867 kr] och en snorkel [för 126 kr]. Hur mycket får hon betala?

(Exemplet är hämtat från Falck, Picetti & Elofsdotter Meijer, 2008a, s. 49)

- Problemlösning är att tillämpa sina kunskaper i en ny situation, vilket vi tolkar som att eleven möter en typ av uppgift eller en typ av problem som denne inte är van vid. En uppgift som handlar om hur mycket Karin ska betala för en chokladkaka för 10 kr och en bulle för 15 kr är av samma typ som exemplet ovan. Om eleven har mött många liknande uppgifter betraktas den därför som en rutinuppgift, trots att den beskriver en ny händelse.

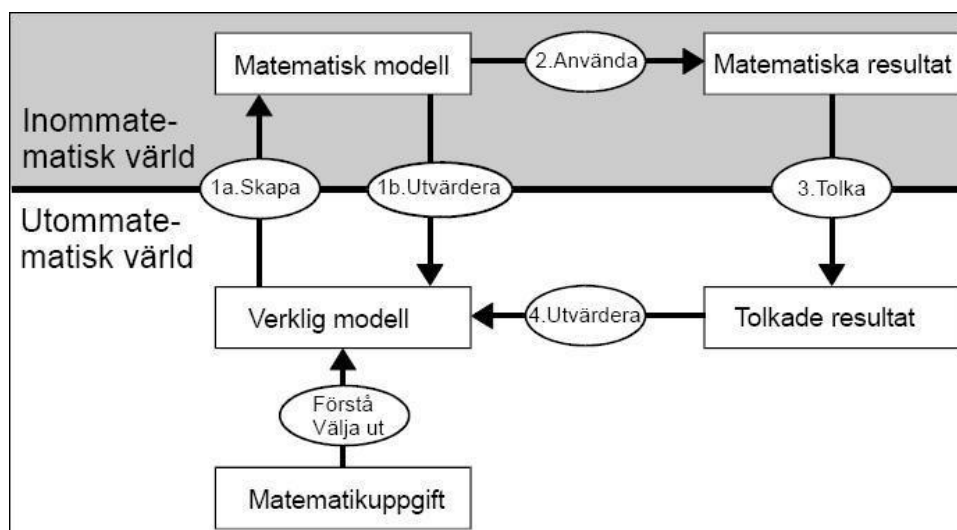
3.3.2 Övriga kompetenser

Begreppskompetens

Att inneha *begreppskompetens* innebär att ha förståelse för relevanta begrepp, det vill säga att kunna definiera och använda innebörden av dessa (Palm m.fl., 2004, s. 5, 13). Uppgifter där eleven ska definiera och använda ett begrepp, men som kan lösas genom att eleven använder en memorerad definition, indikerar begreppskompetens i begränsad utsträckning, då det inte är säkert att eleven förstått begreppet (ibid., s. 14). Det framgår inte om denna typ av uppgifter räknas till begreppskompetens, men vi har valt att utesluta dem. Det betyder att uppgifter som testar begreppskompetens ska kräva mer än enbart minneskunskaper. De är med andra ord av problemlösningskaraktär. Uppgift 6a, 7–9 och 12 testar bland annat begreppskompetens (se bilaga 1).

Modelleringskompetens

För att kunna använda matematiken i situationer utanför skolan behöver eleverna ha *modelleringskompetens*. Kompetensen innebär att kunna skapa en matematisk modell utifrån en utommatematisk situation, att kunna använda och utvärdera modellen samt att kunna tolka de resultat modellen ger (Palm m.fl., 2004, s. 5, 17). Modeller skulle i tidiga skolår kunna vara exempelvis algebraiska uttryck², tabeller och diagram. Palm m.fl. (2004, s. 18) beskriver modelleringsprocessen på följande sätt:



Processen startar med att eleven läser matematikuppgiften och bildar sig en förståelse av den. Eleven skapar sedan en verklig modell av uppgiften, där uppgiftens komplexitet reduceras genom att eleven gör en förenklad bild av den. Eleven väljer medvetet eller omedvetet ut väsentliga fakta.

² Detta kan i de tidiga skolåren innebära uttryck som innehåller endast siffror, tecken för räkneoperationer samt likhetstecken, t.ex. $7 - 2 = \underline{\quad}$. Uttrycket kan exempelvis beskriva att Jonna har 7 kronor och köper en klubba för 2 kronor.

Eleven skapar (steg 1a) sedan en matematisk modell, [...] som avbildar det viktigaste i den verkliga modellen. Eleven kan utvärdera modellen (steg 1b), genom att kritiskt granska modellen och klargöra dess begränsningar och förutsättningar. Eleven använder modellen (steg 2) och får, via t ex beräkningar, matematiska resultat. De matematiska resultaten tolkas (steg 3), i förhållande till uppgiften och den verkliga modellen för att besvara frågeställningen i uppgiften, och ett tolkat resultat erhålles. [...] Det sista steget är utvärderingsfasen (steg 4), där eleven utvärderar om resultatet är rimligt.

Då eleven har mött den utommatematiska situationen tidigare blir modelleringsarbetet rutinmässigt, det vill säga av algoritmisk karaktär. Om situationen är ny handlar det om ett genuint modelleringsarbete, vilket innebär att det är av problemlösningskaraktär (Palm m.fl., 2004, s. 5, 18). Vad som menas med en ny situation framkommer inte tydligt, men vi tolkar detta på samma sätt som tidigare (se avsnitt 3.3.1).

Hela eller delar av modelleringsprocessen kan testas. Då endast vissa delar av modelleringsprocessen testas är det viktigt att de steg då eleven gör kopplingar mellan den utommatematiska situationen och den inommatematiska världen (steg 1a, 1b och 3) finns representerade, eftersom dessa faser är karaktäristiska för den matematiska modelleringsprocessen (Palm m.fl., 2004, s. 19). Vår tolkning är att minst ett av dessa steg måste förekomma. I tidigare skolor handlar det troligtvis oftast om steg 1a. Uppgift 4, 8 och 11 testat elevernas modelleringskompetens (se bilaga 1).

Kommunikationskompetens

Kommunikationskompetensen innefattar förmågan att kommunicera matematiska tankegångar och idéer muntligt och i skrift. Här inkluderas både förmågan att förstå och tolka information med matematiskt innehåll samt att själv kunna producera och förmedla information med matematikens språk. Bland annat måste eleven förstå och kunna använda matematisk terminologi och matematiska begrepp. Alla uppgifter kräver att eleven kan tolka information med matematiskt innehåll (Palm m.fl., 2004, s. 8, 30). Vi har därför valt att endast räkna de uppgifter där eleverna själva ska producera och förmedla sådan information till denna kategori. Uppgifterna ska kräva mer än att enbart namnge något eller att skriva svar till en textuppgift. Uppgift 9 och 12 tillhör kategorin (se bilaga 1).

Resonemangskompetens

Att besitta *resonemangskompetens* innebär att kunna föra en matematisk argumentation på logiska och ämnesteoretiska grunder. I kompetensen ingår att kunna göra slutledningar utifrån specifika antaganden och regler (deduktiva resonemang) samt att dra slutsatser utifrån iakttagelser av mönster och regelbundenheter (induktiva resonemang). Kompetensen innefattar förmågan att hitta mönster, att formulera, förbättra och undersöka hypoteser samt förmågan till kritisk granskning. Resonemangskompetensen kan vara både en algoritmisk aktivitet, där eleven använder kända argument och bevis, och en problemlösande aktivitet, där eleven för resonemang i nya situationer (Palm m.fl., 2004, s. 25).

Det är svårt att avgöra om eleverna måste föra en argumentation muntligt eller skriftligt för att sägas besitta kompetensen, eller om det räcker med att de kan föra inre resonemang och sedan redovisa resultaten av dessa. I denna studie tolkas resonemangskompetens som att eleverna ska kunna upptäcka mönster och dra slutsatser utifrån dessa (induktiva resonemang) samt kritiskt granska till exempel påståenden och metoder. Resonemangen behöver i dessa fall inte uttryckas skriftligt eller muntligt. Uppgifter där eleven uttryckligen ska argumentera för till exempel ett ställningstagande ger också möjlighet att visa resonemangskompetens. Deduktiva resonemang tror vi inte förekommer i tidiga skolår, varför detta har uteslutits ur kategorin. Uppgift 5 och 10–12 testar resonemangskompetens (se bilaga 1).

4. Syfte och frågeställningar

Syftet med studien är att undersöka förutsättningar för bedömning av olika kompetenser i matematik i grundskolans tidiga skolor. Avsikten är att undersöka praxisnära förutsättningar i årskurs 1–3, i form av lärares syn på matematisk kunskap och vad som är viktigt att bedöma samt utformningen av skriftliga prov. Dessa faktorer utgör bilder av enacted curriculum. Syftet är också att göra en jämförelse mellan dessa förutsättningar och Diamantmaterialets utformning för att därigenom kunna problematisera resultaten av kartläggningen med Diamant i Uppsala kommun. En jämförelse görs med andra ord mellan intended och enacted curriculum för att utifrån detta problematisera learned curriculum. Utifrån dessa syften har följande frågeställningar formulerats:

1. Vilka matematiska kompetenser ger lärare uttryck för att eleverna ska utveckla och vilken vikt uttrycker lärarna att de lägger vid de olika kompetenserna?
2. Vilket matematiskt kunnande hos eleverna, i form av olika kompetenser, ger lärare uttryck för att de samlar in information om?
3. Vilka matematiska kompetenser kan bedömas genom de skriftliga prov som lärare använder och vilken vikt läggs vid de olika kompetenserna?
4. Vilka matematiska kompetenser kan bedömas genom Diamant och vilken vikt läggs vid de olika kompetenserna?
5. Vilka likheter och/eller skillnader finns mellan de respektive praxisnära förutsättningarna (fråga 1–3) samt mellan dessa och Diamant (fråga 4) med avseende på matematiska kompetenser?

5. Metod

Studien består av två delstudier samt en avslutande jämförande analys. I den första delstudien används kvalitativa intervjuer av lärare för att besvara frågeställning nummer ett och två (ansvarig Hanna Skagerlund). I den andra delstudien besvaras frågeställning nummer tre och fyra genom kvantitativa innehållsanalyser av lärarnas skriftliga prov samt Diamant (ansvarig Therese Vegerfors). Slutligen görs en gemensam jämförelse mellan resultaten från de två delstudierna och resultaten på Diamantdiagnoserna problematiseras.

5.1 Urval och avgränsningar

Undersökningsobjekten i denna studie är lärare i årskurs 1–3, de skriftliga prov som de har använt sig av samt ett urval Diamantdiagnoser. Slumpmässiga urval av ett stort antal fall är det bästa ur generaliseringssynpunkt, men av arbetsmässiga skäl kan strategiska urval av ett mindre antal vara det bästa alternativet (Esaiasson m.fl., 2007, s. 180). En princip vid strategiska urval är att välja typiska fall. Det innebär att undersökningsobjekten inte skiljer sig systematiskt från den övriga populationen och att hänsyn tas till faktorer som kan tänkas påverka det som studeras (ibid., s. 187f).

Av praktiska skäl, speciellt studiens begränsade tidsram, valdes fyra lärare från tre skolor i Uppsala kommun ut. I enlighet med principen om typiska fall har hänsyn tagits till hur länge lärarna har varit verksamma och när de har genomfört sin lärarutbildning. Dessa faktorer kan eventuellt ha en inverkan på deras kunskapssyn och på hur de konstruerar eller väljer ut skriftliga prov. Två av lärarna har en längre erfarenhet och en äldre utbildning medan de båda andra har en kortare erfarenhet och en nyare utbildning. Detta urval har visat sig vara fruktbart då det har lett till intressanta jämförelser mellan lärarna.

Även andra faktorer, exempelvis utbildningsort och etniskt ursprung, kan troligtvis ha en inverkan på lärares kunskapssyn och konstruktion/val av prov, men det har inte funnits möjlighet att ta hänsyn till detta i föreliggande studie. Utifrån detta och på grund av det lilla antalet individer kan studien sägas ha begränsade generaliserande ambitioner. Studier av enskilda fall utan generaliserande ambitioner kan dock vara intressanta då de kan vidga diskursen om något (Esaiasson m.fl., 2007, s. 26). Resultaten från vår studie kan exempelvis utgöra underlag för en större och generaliserbar studie. De kan också användas av lärare för att reflektera över sin bedömningspraktik samt vid diskussioner av fortbildningsinsatser.

Vid urvalet av prov har alla skriftliga prov som lärarna har använt sig av i sin bedömning under vårterminen och höstterminen 2009³ samlats in. Detta inkluderar både prov som lärarna

³ Insamlingen av proven skedde under vecka 49–50 2009. Eventuella prov som gjorts efter denna tidpunkt har inte samlats in.

har konstruerat själva och prov från andra källor, exempelvis läromedel, eftersom båda typerna av prov är ett resultat av val som lärarna har gjort⁴. För att kunna jämföra resultaten från våra båda delstudier samlades proven in från de fyra lärare som intervjuades. De Diamantdiagnoser som analyserats är de som skolorna har varit ålagda att genomföra i årskurs 1–3 i samband med kartläggningen i Uppsala kommun.⁵ Muntliga diagnoser har dock inte analyserats.

Den första kontakten med lärarna togs via telefon eller e-mail. Lärarna fick sedan ett brev (bilaga 2) med mer information om studien samt en förfrågan om samtycke till att delta. En lärare tackade nej på grund av tidsbrist. Läraren ersattes därför med en annan lärare som uppfyllde våra kriterier.

5.1.1 Presentation av skolorna, lärarna och proven

Kerstin

Kerstin⁶ är 60-årsåldern⁷ och arbetar i årskurs 2 på en F–5-skola med 300–400 elever. Läsåret 2008/2009 hade hon samma klass i årskurs 1. Skolan ligger i ett mindre samhälle utanför Uppsala. Kerstin tog sin lärarexamen i slutet av 1960-talet och är behörig 1–3-lärare. Hon har kompletterat sin utbildning med bland annat matematik. Läromedlet som används i matematikundervisningen är *Matte Direkt Safari* (Falck, Picetti & Elofsdotter Meijer, 2008a). Under vårterminen och höstterminen 2009 har 13 prov genomförts i matematik, varav nio kommer från läromedlet.

Maria

Maria är i 40-årsåldern och arbetar i årskurs 2. Även hon har haft samma klass sedan årskurs 1. Skolan ligger i ett mindre samhälle utanför Uppsala och har 400–500 elever i årskurs F–6. Maria tog sin lärarexamen i början av 2000-talet med inriktning mot NO och matematik. Hon har behörighet för årskurs 1–7. Hon har även fått fortbildning i Diamant. I matematikundervisningen används läromedlet *Mästerkatten* (Öreberg), där åtta av 22 insamlade prov återfinns. Av övriga prov är två Diamantdiagnoser (AG1 och AG2, se Skolverket 2009a, s. 11–19) som har gjorts gemensamt på skolan, dock inte i samband med kommunens kartläggning.

Stina

Stina är i 40-årsåldern och arbetar i årskurs 1 på samma skola som Maria. Vårterminen 2009 undervisade hon i årskurs 2. Hon är 1–7-lärare med svenska- och SO-inriktning och tog sin

⁴ Det finns några undantag till detta, exempelvis då man gemensamt på skolan har kommit överens om att göra ett visst prov.

⁵ Dessa obligatoriska Diamantdiagnoser har endast analyserats i samband med frågeställning nummer fyra, det vill säga inte ytterligare en gång för frågeställning nummer tre.

⁶ Lärarnas namn är fingerade.

⁷ Med 60-årsåldern avses här en ålder mellan 55 och 64 år.

examen i början av 1990-talet. Hon har även behörighet i matematik för årskurs 1–3 samt har deltagit i fortbildning i bland annat Diamant och utematematik. Nio av 13 prov kommer från läromedlet *Mästerkatten* (Öreberg). Ett av de övriga proven är Diamantdiagnosen AG2 (Skolverket, 2009a, s. 16ff.), som gjorts oberoende av kommunens kartläggning.

Gun

Gun är i 60-årsåldern och tog sin examen som lågstadielärare i början av 1970-talet. Hon har behörighet i alla ämnen utom slöjd. Hon arbetar i årskurs 3 på en F–5-skola med 200–300 elever och har följt eleverna sedan årskurs 1. Skolan ligger i ett mindre samhälle utanför Uppsala.

Gun har inte deltagit i någon fortbildning inom matematik, men ingår i en matematikgrupp på skolan som arbetar med Diamant. Vårterminen 2009 användes läromedlet *Matteboken* (Rockström & Lantz), men sedan höstterminen används *Matte Direkt Safari* (Falck, Picetti & Elofsdotter Meijer, 2008a). Av totalt 17 prov kommer fyra från *Matteboken* och fyra från *Matte Direkt Safari*. Tre prov kommer från *Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2* (Skolverket, 1996). Gun har även gjort fyra Diamantdiagnoser på eget initiativ, nämligen AG2, AG3, AG4 och AG5 (Skolverket, 2009a, s. 16–30).

5.1.2 Diamantdiagnoserna

De skriftliga Diamantdiagnoser som skolorna i Uppsala kommun har gjort i samband med kartläggningen är i årskurs 1–3 följande (Uppsala kommun, 2009-12-08):

Områden och delområden	Diagnoser	Årskurs
Aritmetik: Grundläggande aritmetik (AG)	AG1	1
	AG2	1–2
	AG3	2–3
	AG4	3
	AG5	2–3
	AG6	3
Geometri: - Symmetri (GSy) - Geometriska former (GFo) - Skala (GSk)	GSy	1–3
	GFo1	3
	GSk1	3
Mätning Mätning av längd (MLä)	MLä1	1–3
	MLä2	2–3

I årskurs 1 gjordes också en diagnos i förberedande geometri (MGF), men eftersom den är muntlig har den inte räknats in i materialet (Uppsala kommun, 2009-12-08). För utförligare beskrivningar av diagnoserna se Skolverket (2009a, s. 9–33; 2009d, s. 3–12; 2009e, s. 10–17).

5.2 Datainsamling och analys

5.2.1 Kvalitativ intervju (ansvarig Hanna Skagerlund)

För att synliggöra vilka matematiska kompetenser lärarna ger uttryck för att eleverna ska utveckla och vilken vikt som läggs vid dessa, samt hur lärarna uttrycker att de samlar in information om dessa kompetenser, har kvalitativa intervjuer som forskningsmetod använts. Metoden lämpar sig bra då undersökningen syftar till att försöka förstå den intervjuades perspektiv och värld och endast undersöker ett fåtal lärares uppfattningar (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 39; Esaiasson m.fl., 2007, s. 259).

Intervjuguiden (bilaga 3) som har använts är halvstrukturerad med frågeområden inom olika teman och frågorna är av öppen karaktär utan fasta svarsalternativ (Lantz, 2007, s. 33). En provintervju genomfördes för att testa intervjuguiden. Syftet var att testa huruvida frågorna fungerade, hur mycket tid som krävdes och om svaren gick att relatera till undersökningens syfte (Trost, 2005, s. 123f.). Det mest optimala hade varit att intervjua en lärare som motsvarar intervjupersonerna (Lantz, 2007, s. 60), då det hade gett en mer rättvis bild av hur frågorna fungerar. På grund av tidsbrist intervjuades dock en lärarutbildare (med utbildning i matematik) på institutionen för didaktik. Frågorna bearbetades och omformulerades därefter.

Under intervjuerna fick lärarna ordentligt med tid att reflektera över frågorna för att de skulle kunna utveckla sina svar (Lantz, 2007, s. 151f.). För att motivera den intervjuade att berätta mer användes uppföljningsfrågor och instämmande nickar (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 150f). Uppföljningsfrågorna bidrog också till att tydliggöra lärarnas svar och innebörden i dem. För att kunna koda och kartlägga dessa svar i olika kategorier vid analysen var det nämligen nödvändigt att reda ut vad lärarna verkligen menade (ibid., s. 147).

Intervjupersonerna fick själva välja plats för intervjun för att de skulle känna sig så trygga och bekväma som möjligt (Lantz, 2007, s. 73), och samtliga lärare valde att bli intervjuade på sin arbetsplats. Efter intervjupersonernas tillåtelse spelades intervjuerna in. Fördelarna med att slippa anteckna är stora då det kan upplevas som distraherande för den intervjuade. Inspelningarna underlättar också då jag inte behöver förlita mig enbart på minnet. Nackdelar kan vara att respondenterna blir nervösa, men även att tekniken kan gå sönder eller att det är dålig ljudkvalitet (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 195).

Steg ett i analysen var transkriberingen av intervjuerna, detta för att få mer överskådlig data att arbeta med (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 196). Materialet kodades därefter genom att ord och meningar markerades (Lantz, 2007, s. 109) med kommentarer i ordbehandlingsprogrammet. Därefter tolkades kommentarerna och kategoriserades med hjälp av de sex matematiska kompetenserna som presenterats i avsnitt 3.3 (Palm m.fl., 2004). Ett slags schema som fylldes i under tidens gång, med citat från de olika lärarna som karaktäriserade de olika kategorierna (Lantz, 2007, s. 110f; Esaiasson m.fl., 2007, s. 306f.), användes vid analysen. Då fokus även låg på

hur lärarna uttryckte att de samlar in information om dessa kompetenser, placerades även dessa svar i olika kategorier i schemat. Alla utsagor behandlades inte, utan vikten låg vid dem som gav möjlighet till att besvara forskningsfrågorna.

5.2.2 Kvantitativ innehållsanalys (ansvarig Therese Vegerfors)

Kvantitativ innehållsanalys är en passande metod vid frågor som handlar om hur ofta olika kategorier förekommer eller hur stort utrymme de får i ett material. Kategorier som förekommer ofta eller får stort utrymme anses viktiga (Esaiasson m.fl., 2007, s. 223). Kvantitativ innehållsanalys är med andra ord en lämplig metod för att besvara frågeställning nummer tre och fyra.

Uppgifterna i proven har kategoriserats med hjälp av de sex matematiska kompetenser som presenterats i avsnitt 3.3. Varje uppgift räknas som en separat analysenhet, även underuppgifter, som till exempel a-, b- och c-uppgifter. Då uppgifterna måste tolkas är det viktigt att det finns tolkningsregler i form av tydligt definierade variabelvärden (Esaiasson m.fl., 2007, s. 224, 233). Innebörden i de matematiska kompetenserna har därför tydliggjorts och diskuterats. Överväganden som gjorts vid tolkningen av uppgifterna beskrivs i avsnitt 7.2.3.

Alla uppgifter har placerats i någon av kategorierna algoritmkompetens eller problemlösningskompetens. En del uppgifter har även kunnat hänföras till ytterligare en eller flera kompetenser. För att lösa problemet med att en uppgift kan placeras i mer än en kategori kan man antingen tillämpa någon form av kodningsprincip eller utöka antalet kategorier (Esaiasson m.fl., 2007, s. 233f.). I en studie av Boesen (2006b, s. 11) används exempelvis en prioriteringsordning, som innebär att om en uppgift kan hänföras till mer än en kategori placeras den i kategorin som är högst prioriterad. Ett problem med denna princip är naturligtvis att lågt prioriterade kompetenser riskerar att bli underrepresenterade. Valet har därför istället varit att utöka antalet kategorier, så att vissa kategorier representerar kombinationer av kompetenser. Det totala antalet kategorier är därmed nio stycken. Detta beskrivs mer utförligt i resultatdelen (avsnitt 7.2).

Slutligen räknades hur många uppgifter som hamnade i respektive kategori. Denna frekvensmätning innebär att alla uppgifter ges lika stor vikt, till skillnad mot vid utrymmesmätning där stora eller långa analysenheter ges större vikt (Esaiasson m.fl., 2007, s. 229). För att resultaten ska bli lätta att överblicka har frekvenserna räknats om till procentandelar.

För att möjliggöra en jämförelse mellan lärarproven och Diamantdiagnoserna med avseende på vilken vikt olika kompetenser ges har uppgifterna i lärarnas prov också delats in i områdena aritmetik respektive geometri och mätning. Detta beskrivs mer utförligt i avsnitt 7.2.1.

5.2.3 Jämförande analys

Genom den jämförande analysen besvarades frågeställning nummer fem. Analysen inleddes med en jämförelse mellan de kompetenser lärarna gav uttryck för och de kompetenser som kunde bedömas i deras prov. Vidare gjordes en jämförelse mellan dessa båda faktorer och Diamantdiagnoserna med avseende på vilka matematiska kompetenser som förekom.

De likheter och/eller skillnader som framkom användes för att problematisera resultaten på de analyserade Diamantdiagnoserna. Vi kontaktade Karin Stacksteg på Uppsala kommun för att få statistik över dessa resultat. De uppgifter som många elever behärskade samt de uppgifter som många elever inte klarade låg i fokus vid problematiseringen. Genom statistiken och analysen av Diamantdiagnoserna kunde vi få en bild av i vilken utsträckning eleverna behärskade de olika matematiska kompetenserna. Detta kunde sedan sättas i relation till vilka matematiska kompetenser lärarna fokuserade.

5.2.4 Metoddiskussion

När det gäller frågeställning nummer ett och två förutsätts någon form av kommunikation med lärarna. En av samtalsintervjuns stora fördelar är möjligheten att ställa följdfrågor och därmed fördjupa svaren (Esaïasson m.fl., 2007, s. 283). Alternativet att använda enkäter som datainsamlingsmetod ger ingen möjlighet att ställa flexibla följdfrågor.

Frågeställning nummer tre och fyra handlar om vilka kompetenser som kan bedömas i provuppgifter och i Diamant. Att exempelvis fråga lärarna om detta ger svar på hur de tolkar uppgifterna, inte på hur proven och Diamant verkligen ser ut. Innehållsanalys är därför en lämplig metod att använda, även om detta också innebär en tolkning av uppgifterna. Tolkningsförfarandet är i detta fall väl beskrivet och genomtänkt.

För att stärka en studies validitet kan tidigare forskares tillvägagångssätt användas (Esaïasson m.fl., 2007 s. 66). Vi har delvis använt samma tillvägagångssätt som Boesen (2006b) har använt i en av sina delstudier, det vill säga en kategorisering av materialet med hjälp av de kompetenser som tagits fram av Palm m.fl. (2004). Då resultaten från de båda delstudierna ska jämföras har strävan varit att genom grundliga diskussioner, provanalys och konkreta exempel skapa en gemensam förståelse för vad kompetenserna innebär och hur de kan utläsas ur materialet.

Ett validitetsproblem som kan uppstå vid innehållsanalys är att delar av texten rycks ur sitt sammanhang (Boréus & Bergström, 2005, s. 78). Vid tolkningen av uppgifterna har därför kontexten tagits i beaktande, speciellt när det gäller att avgöra om de är rutinuppgifter eller inte.

Omedvetet ledande frågor under intervjun kan inverka på svaren och därmed påverka reliabiliteten (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 263). Slump- och slarvfel under datainsamling och analys ger också en sämre reliabilitet (Esaïasson m.fl., 2007, s. 70). I denna studie kan det exempelvis handla om slarvfel vid transkriptioner, inkonsekvent tolkning av materialet och felaktiga statistiska beräkningar.

För att förbättra reliabiliteten har inspelningarna och transkriptionerna av intervjuerna gått igenom en extra gång. Transkriberingarna har lästs igenom samtidigt som inspelningarna har avlyssnats för att säkerställa att allt har skrivits ner. Transkriberingarna har sedan under själva analysen och kategoriseringen av svaren kontinuerligt lästs igenom för att se till att all väsentlig information har förts in i analysformatet.

Ett reliabilitetsproblem vid textanalys är systematiska glidningar, vilket innebär att man gradvis förändrar sitt sätt att bedöma. De tidigt analyserade uppgifterna skulle därmed kunna tolkas på ett annat sätt än de som analyseras senare. För att undvika att lärarproven bedöms annorlunda än Diamantdiagnoserna har lärarnas uppgifter och uppgifterna i Diamant analyserats om vartannat (Boréus & Bergström, 2005, s. 52). För att säkerställa en konsekvent bedömning har också alla uppgifter gått igenom flera gånger, i olika ordningsföljd, och uppgifter av liknande slag har jämförts. För att undvika felberäkningar har antalet uppgifter kontrollerats och procentandelarna har räknats ut med hjälp av Microsoft Excel. Allt detta har gjorts av Therese, då det inte funnits resurser att ta in en utomstående bedömare.

I en textanalys⁸/innehållsanalys måste texten alltid tolkas. För att läsaren ska förstå hur tolkningen har gjorts och kunna bedöma dess rimlighet beskrivs de matematiska kompetenserna så tydligt som möjligt och tolkningarna underbyggs med exempel, citat och referat (Bergström & Boréus, 2005, s. 23).

5.3 Forskningsetiska överväganden

Utgångspunkten för forskningsetiska överväganden är det så kallade individskyddskravet, som innebär att individer har rätt att skyddas mot otillbörlig insyn och inte får utsättas för förödmjukelse, kränkning eller skada (Vetenskapsrådet, 1990, s. 5). Individskyddskravet innefattar de fyra kraven informations-, samtyckes-, konfidentialitets-, och nyttjandekravet (ibid., s. 6). Hänsyn har tagits till dessa fyra krav och lärarna har också informerats om vad detta innebär (bilaga 2).

Lärarna har fått information om syftet med studien samt om att deltagandet är frivilligt och när som helst kan avbrytas. Detta utgör det så kallade informationskravet (Vetenskapsrådet, 1990, s. 7). Lärarnas samtycke till att delta har inhämtats i enlighet med samtyckeskravet (ibid., s. 9).

I enlighet med konfidentialitetskravet anges inte skolornas eller lärarnas namn i rapporten och lärarna presenteras på ett sådant sätt att identifiering ej är möjlig. Endast vi och vår handledare har haft tillgång till de inspelade intervjuerna (Vetenskapsrådet, 1990, s. 12f.). Vidare har insamlade personuppgifter endast använts som underlag i studien och inte för andra ändamål, vilket uppfyller nyttjandekravet (ibid., s. 14).

⁸ Vi menar att analysen av transkriptionerna i detta fall kan ses som en form av textanalys.

Vid forskning ska den kunskap man kan bidra med vägas mot eventuella risker (Vetenskapsrådet, 1990, s. 5). Vi anser att studien inte innebär några uppenbara risker för lärarna, men det är viktigt att framställa resultaten på ett sådant sätt att lärarna inte känner sig kritiserade.

6. Forskningsläge

När det gäller tidigare forskning om bedömning finns det relativt lite skrivet om det område som fokuseras i denna studie, nämligen förutsättningar för bedömningar av olika kunskapsformer i matematik i den svenska skolan. Nedan presenteras de svenska studier som vi menar mer eller mindre berör detta område. De fokuserar dock mestadels på andra årskurser än föreliggande studie. Den första studien handlar om bedömning i allmänhet, medan de två sista behandlar bedömning i matematik.

I en studie av Törnvall (2001, s. 80, 102) undersöks bland annat lärares uppfattningar av bedömning, genom enkäter som skickades till lärare i årskurs 1–9. Törnvall (2001, s. 158ff.) menar exempelvis att lärarna främst använder sig av lättträttade prov och prov som fokuserar på faktakunskaper i bedömningen, vilket hon menar stämmer med tidigare forskning. I bedömningen återspeglas sänkta krav på eleverna, vilket enligt lärarna bland annat beror på att det tar mycket tid att skapa arbetsro, till exempel att ta sig an oroliga och splittrade elever.

Törnvall (2001) pekar också på att det finns en konflikt mellan bedömningen och läroplanens mål. Läroplanen betonar bland annat att eleverna ska utveckla förmågan att förstå, tillämpa, tolka och analysera. Prov som fokuserar på fakta och färdigheter är inte ett tillräckligt bedömningsunderlag, då det krävs en bedömning av elevens hela kompetens. Lärarna är medvetna om detta, men det verkar problematiskt att genomföra (s. 159f). Det framgår inte helt klart vad Törnvall (2001) menar med färdigheter. Vid en historisk genomgång av bedömning i läroplanerna nämns i samband med dagens läroplan (Lpo94) de fyra kunskapsformer som beskrivits i avsnitt 2.1 (ibid., s. 79). Begreppet färdighet torde därför syfta på denna definition.

Hälften av lärarna anser att de har förändrat sitt sätt att bedöma under de senaste fem åren (Törnvall, 2001, s. 117). Förändringarna har bland annat inneburit att eleverna oftare bedöms ur ett helhetsperspektiv och att bedömningen är mer formativ och kvalitativ (ibid., s. 121). Törnvals undersökning av lärarnas uppfattning gör inget anspråk på generaliserbarhet då bortfallet var stort. Totalt svarade 127 av 270 lärare på enkäten (ibid., s. 103).

I Lindqvists undersökning (2003) intervjuades nio elever i årskurs fem med syftet att synliggöra deras uppfattningar och upplevelser av bedömning i matematik. En bild ges också av klasslärarens undervisning och uppfattning av bedömning i matematikämnet (s. 9). Läraren har skriftligt besvarat tre frågor som berör synen på matematikämnet, matematikundervisningen och bedömning i matematik (ibid., s. 13). Även observation av undervisning och samtal med läraren har genomförts (ibid., s. 41).

Läraren, som utbildades på 1960-talet, betonar räknefärdigheter och algoritmräkning. Undervisningen kretsar kring läromedlet, skriftliga prov, prov på tid som testar multiplikationstabellerna samt att läraren går igenom ett moment i klassen och därefter låter eleverna lösa ett antal uppgifter. Dessa fyra delar av matematikundervisningen utgör också det

främsta underlaget för bedömningen. Provet är viktigast, men även arbetet under lektionerna ligger till grund för bedömningen (Lindqvist, 2003, s. 41ff.).

Boesens (2006a, s. 3) doktorsavhandling behandlar bedömning i matematik på gymnasiet. Avhandlingen, som består av fyra delstudier (Palm, Boesen & Lithner, 2005; Boesen, Lithner & Palm, 2005; Boesen, 2006c; Boesen, 2006b), tar avstamp i tidigare forskning som visar att en viktig orsak till elevers matematiksvårigheter är deras strävan efter ytliga Lösningsstrategier när de löser uppgifter. Dessa *imitativa resonemang* (imitative reasoning) kännetecknas av att eleverna kopierar eller reproducerar hela eller delar av Lösningsstrategier som de har mött tidigare, vilket dock inte fungerar när eleverna ska lösa obekanta uppgifter där det inte finns någon färdig Lösningsmetod. Boesen refererar också till ett antal studier som pekar på att centralt administrerade prov kan påverka lärares undervisnings- och bedömningspraxis (Boesen, 2006a, s. 3ff.). Utifrån dessa utgångspunkter undersöks dels orsaker bakom fokuseringen på imitativa resonemang, dels påverkan av nationella kursprov på lärares skriftliga prov (ibid., s. 9).

Då bedömning påstås kunna ha en betydande inverkan på elevernas lärande undersöks inledningsvis vilka typer av matematiska resonemang som krävs för att lösa uppgifter i skriftliga prov. En jämförelse mellan lärarkonstruerade prov och nationella prov visade att den största delen av uppgifterna i de lärarkonstruerade proven kunde lösas genom användandet av imitativa resonemang, medan de nationella kursproven krävde kreativa resonemang i mycket högre grad (Boesen, 2006a, s. 11ff.). *Kreativa resonemang* innebär att uppgiftslösaren inte imiterar en Lösningsprocedur, utan resonerar på ett nytt och flexibelt sätt (ibid., s.20). Videoinspelningar och intervjuer med åtta elever som löste uppgifter i nationella kursprov visade också att de sällan använde mer kreativa resonemang än nödvändigt (ibid., s. 13).

Intervjuer med ett urval av lärarna visade att en fokusering på imitativa resonemang i lärarkonstruerade prov tycks kunna förklaras av lärarnas begränsade medvetenhet om olika typer av resonemang, låga förväntningar på eleverna och en önskan att eleverna ska klara proven (Boesen, 2006a, s. 14). Då de flesta elever möter fler lärarkonstruerade prov än nationella prov under en kurs är de troligtvis inte väl förberedda för de uppgifter på nationella prov som inte kan lösas med hjälp av imitativa resonemang. Detta kan eventuellt förklara varför många elever har svårigheter i de nationella proven (ibid., s. 46f.).

Uppgifterna i de lärarkonstruerade proven kategoriserades också med hjälp av ett ramverk som fångar in de flesta av de centrala kompetenser som beskrivs i styrdokumentet (Boesen, 2006a, s. 15). Detta är samma ramverk som används i vår studie. Två av kompetenserna, algoritmkompetens och problemlösningsskompetens, överensstämmer till stor del med imitativa respektive kreativa resonemang (Boesen, 2006b, s. 11). De nationella kursproven tycks vara väl anpassade till styrdokumentet när det gäller testade kompetenser, medan de flesta av de lärarkonstruerade proven endast testar delar av läroplanen/kursplanen (Boesen, 2006a, s. 49f.).

Avhandlingens resultat pekar tillsammans med resultat från tidigare studier på att i princip alla delar av lärandemiljön har ett smalt fokus på fakta och algoritmer, vilket innebär en reduktion av matematikens komplexitet (Boesen, 2006a, s. 48).

Sammanfattningsvis tyder ovanstående studier på att prov är ett viktigt bedömningsunderlag och att bedömningen är inriktad främst på faktakunskaper, algoritmer och färdigheter. Boesens avhandling (2006a) visar dessutom att det finns en diskrepans mellan lärarkonstruerade prov och nationellt utformade prov i matematik, vilket eventuellt kan förklara svårigheter i de nationella proven. Utifrån detta frågar vi oss om liknande tendenser finns i matematikämnet i årskurs 1–3. Då vi inte har hittat någon studie som berör just detta är det relevant att undersöka förutsättningarna för bedömning av olika matematiska kompetenser i dessa årskurser.

Törnvall (2001) riktar in sig på lärares utsagor om bedömning, vilket även vi gör. Vi använder dock kvalitativa intervjuer istället för enkäter, vilket antagligen ger mer djupgående svar. Lindqvists (2003, s. 45, 51) studie tar huvudsakligen ett elevperspektiv, där bland annat elevernas uppfattningar av vad som utgör bedömning inom ämnet och vad som bedöms undersöks genom intervjuer. I föreliggande studie (delstudie ett) tas istället ett lärarperspektiv. Till skillnad mot Törnvall (2001) och Lindqvist (2003) undersöker vi inte bara uppfattningar om bedömning, utan även hur de prov som används faktiskt ser ut. Även Boesen (2006a) undersöker hur proven ser ut, men på gymnasiet. Utifrån ovanstående resonemang anser vi att vi kan medverka till att fylla en kunskapslucka i forskningen om bedömning.

7. Resultat

7.1 Delstudie 1 (ansvarig Hanna Skagerlund)

I detta avsnitt presenteras de resultat som har framkommit ur de analyserade intervjuerna med lärarna.

7.1.1 Matematiska kompetenser

Algoritmkompetens

I intervjuerna framkommer det att algoritmkompetens har en stor plats i samtliga lärares undervisning. Att eleverna ska behärska vissa kunskaper rutinmässigt ses av flera lärare som en nödvändighet för fortsatt lärande. Alla lärare uttrycker att de lägger stor vikt vid tabellkunskaper. Enligt Kerstin är syftet att eleverna ska befästa alla dessa tabeller, i form av lilla minus och lilla plus och stora plus och stora minus. Lilla plus och lilla minus innefattar talområdet 0-10 medan stora plus och stora minus sträcker sig över talområdet 11-19. Att räkna på fingrarna är något som eleven måste arbeta bort och tabellerna ska rent ut sagt nötas in enligt Kerstin. Gun pekar också, vid upprepade tillfällen, på att det är viktigt att eleverna lär sig tabellkunskaper flytande.

[...] plustabellerna och multiplikationstabellerna, de ska sitta. Det tycker jag. Sitter inte det så får de så jobbigt på mellanstadiet. För då ska man helt plötsligt räkna ut ganska svåra algoritmer till exempel och så kan man inte [...] sen, slippa fundera på det [...].

Senare under intervjun är hon inne på samma spår och hon säger:

Men alltså det som jag annars har, som jag säger till alla, det är nu i vår ska de, ett mål i matte för många är multiplikationstabellen, de ska kunna dem och de ska sitta som ett smäck. De ska inte behöva fundera en sekund på vad $9 \cdot 6$ är, det ska de veta.

Stina betonar också vikten av algoritmkompetens och att de just nu har stort fokus på tabellträning i addition, subtraktion och på talkombinationerna upp till 10. Tanken är att eleverna ska få en automatisering av kunskapen, de ska veta att och 7 och 3 hör ihop och att det blir 10 tillsammans. Guns uttalanden tyder på samma sak, det vill säga att eleverna ska befästa tiokamraterna och Maria uttrycker att eleverna måste kunna alla talkombinationer upp till 20 både i addition och i subtraktion. Maria berättar om hur rena aritmetiktest används, där tiden är en viktig aspekt. Hon menar att de flesta skulle kunna lösa uppgifterna om de fick ordentligt med tid på sig, men det hon vill få syn på är om eleverna har automatiserat kunskapen och kan besvara uppgifterna direkt. Gällande rutinkunskaper uttrycker Maria att det är någonting som eleverna gör, det kanske inte är någonting som de behöver förstå. Jag tolkar det som att det inte behöver

finnas någon egentlig förståelse bakom kunskapen utan att eleven kan lära sig någonting utantill som sedan kan användas om och om igen. Ett citat av Maria som belyser detta väl är:

[...] att kunna, matteboken är ju inte det viktigaste men jag tar exemplet om man jobbar i matteboken så ska man kunna se att jaha det är så här jag gör, titta på ett exempel och kunna lösa uppgiften.

Öppna utsagor, det vill säga uppgifter där det står exempelvis $3 + _ = 7$, är något som både Maria och Stina har arbetat mycket med den senaste tiden. Att behärska öppna utsagor tolkar jag som att dessa lärare vill att eleverna ska klara av att genomföra rutinmässigt. Detta baseras på lärarnas uttalanden kring tiokamrater och talkombinationer, exempelvis att eleverna ska veta vilken siffra som hör ihop med 3 för att summan ska bli 7.

Gun berättar att ett stort fokus har legat på att skriva textuppgifter till en given uppgift, det vill säga att formulera egna räknesagor. Ett kapitel i läromedlet lägger stor vikt vid detta och det kan handla om att eleverna exempelvis ska skriva en uppgift till $4 \cdot 5$. Vidare uttrycker Gun att hon ibland skriver upp en uppgift på tavlan ex. $4 \cdot 5$ eller $27/3$ och frågar eleverna vad det skulle kunna handla om.

Då får alla säga en grej till mig. Jag låter inte tre säga och de andra sitta, utan alla måste med egna ord formulera någonting som $4 \cdot 5$ kan handla om. $27/3$ vad kan det handla om? Alla måste, även om de, en säger: Jag har 27 bollar och 3 barn ska dela på det, en säger: Jag har 27 kronor, 3 barn ska dela på det, så ska de säga det. Att de med sina egna ord och ur sin egen mun ska säga någonting som passar till den där uppgiften.

Uppgifterna ovan är av algoritmisk karaktär då räknesagor tycks vara något som Guns elever har arbetat mycket med. Kerstin verkar också tycka att räknesagor är något som eleverna ska behärska rutinmässigt. Men hon menar på att det lätt glöms bort i undervisningen.

Ovanstående signalerar att alla lärare tycker att det är viktigt att eleverna lär sig saker rutinmässigt som de enkelt kan plocka fram ur huvudet. En inlärd kunskap kan användas och automatiseringen står i fokus, vilket jag tolkar som ren och skär algoritmkompetens.

Problemlösningskompetens

Problemlösningskompetens är det bara två lärare, Stina och Gun, som explicit betonar som ett viktigt inslag i elevernas lärande. En tredje lärare nämner det i förbifarten, men tycks inte lägga någon större vikt vid det. Gällande problemlösning säger Stina:

Att kunna liksom lösa problem och då alltså kunna få ett problem och därifrån kunna se vilka, vilken räknemetod ska jag använda mig av eller vilka ledtrådar behöver jag för att kunna ta reda på det och det och så här. Så mycket är ju egentligen problemlösningsteknik där. Det behöver de mycket för att kunna nå målen.

Samtidigt belyser hon avsaknaden av riktiga problem i årskurs 1. Det eleverna ställs mest inför då är lästal, men lästalen, eller textuppgifterna, ser hon inte som riktiga problem egentligen.

Utan då är det någonting du måste undersöka, ta reda på och jämföra och där du kanske inte alltid kan utläsa den siffran och den siffran så. Till exempel om man, vi mäter ju omkrets, det kommer ibland de yngre barnen och så har du då kanske en kvadrat på ett papper då och så ska de mäta sidorna för att få omkretsen där. Och så då kanske man jämför en kvadrat som är 1 cm längre på alla sidor och så ska de ta reda på hur mycket större är då den omkretsen än den andra. Då måste de undersöka och det är en viss problematik där [...]. Det är ett typ av problem. Så att, det är inte riktigt det där att bara tre fåglar sitter på en gren, två fåglar flyger. Hur många är det?

Jag frågar om inte ovanstående exempel med fåglarna kan vara ett problem för vissa elever. Stina svarar då:

[...] men då är det inte problemet, alltså en problemlösning. Utan då är det bara svårt att se vad är det för matematisk metod jag ska ha för att räkna ut, vilket räknesätt använder jag och hur kan jag använda de uppgifterna. Och då har man inte fått den där djupa förståelsen för matte.

Stina är väldigt distinkt i sina tankar kring vad som är problemlösning och vad som inte är det, och jag tolkar det som att hennes definition av problemlösning inte skiljer sig avsevärt från den definition av problemlösning som presenterats i avsnitt 3.3. Guns tankar skiljer sig lite åt från Stinas, då hon menar att problemlösningssuppgifter är just textuppgifter.

Problemlösning är ju att man, om man läser en textuppgift, det är det som kallas för problemlösning, ja. Att då om vi tar som exempel Pelle, Kalle och Stina ska dela på 27 bollar hur många får de var? Det är ju ett problem, att lösa det problemet så att säga.

Palm m.fl. (2004) definierar inte textuppgifter som problemlösning. Däremot kan man i Guns svar dock urskilja det som Palm menar kännetecknar problemlösning, det vill säga att uppgiften faktiskt ger utrymme för flera svar, att det inte bara finns ett rätt svar och en färdig lösningsmetod. Uppgiften ovan ger även utrymme för att testa modelleringskompetens då den utgår från en utommatematisk situation som eleven måste skapa en matematisk modell över.

Efter avslutad intervju återkommer Gun till problemlösning och berättar om något hon kallar för kluringar. Det är uppgifter som hon ibland inleder eller avslutar lektionen med och som diskuteras i helklass. En uppgift kan exempelvis se ut så här: Lisa köper en penna som kostar 5 kronor, fyra block och en pennvässare. Hon har 80 kronor. Vad kostar blocken? De funderar tillsammans kring vilken information som finns och hur problemet ska kunna lösas. Därefter får varje elev anteckna ner sitt svar på ett block för att sedan delge varandra sina svar och lösningsprocedurer. Denna metod använder Gun ofta då hon menar på att alla elever måste tänka till och hon får en tydlig bild över vilka som hänger med och vilka som inte gör det. Då uträkningarna av ovanstående uppgift måste ske i flera steg och ingen färdig lösningsprocedur finns kan den sägas vara av mer komplex karaktär. Detta medför att elevernas förmåga till problemlösningsskompetens testas.

Gun tycks med andra ord värdesätta att eleverna ges rika möjligheter till problemlösning. Eleverna måste få använda sina matematikkunskaper, inte bara till att räkna i boken, utan även till lite större utmaningar. Hennes bakomliggande tankar tycks också vara att utgå från öppna uppgifter där det inte finns ett givet svar och lösningsprocedur, utan där flera svar och lösningar

är möjliga. Även Kerstin belyser att hon tycker det är viktigt att eleven kan komma på egna förslag på hur en uppgift kan lösas. Då det inte alltid verkar finnas en given lösningsprocedur tolkar jag det som att det kan handla om problemlösningskompetens.

Begreppskompetens

Begrepp som fenomen dyker upp vid intervjuerna med samtliga lärare. Vissa motsättningar finns dock i svaren och det är inte helt självklart att det handlar om begreppskompetens alla gånger. Kerstin nämner begrepp som flyktigast då de har förekommit i en diagnos som hade för avsikt att ta reda på om eleverna kunde begreppen högst, längst och så vidare. Efter avslutad intervju återkommer hon dock till att begreppen är väldigt centrala och hon ber mig att anteckna ner det. Som jag tolkar det handlar begreppen här mestadels om jämförelseord. Eftersom Kerstin inte berättar mer om uppgiften i diagnosen är det även svårt att avgöra om det verkligen handlar om begreppskompetens eller inte.

Vi har tolkat Palm m.fl. (2004) definition av begreppskompetens som att det inte handlar om att eleven enbart kan använda sig av exempelvis en memorerad definition, då det inte visar på om eleven verkligen har förstått begreppet. Om eleven däremot måste förklara sina tankar kring varför exempelvis den ena flaggstången är högre än den andra, kan detta visa på att eleven har en djupare begreppsförståelse, vilket synliggör elevens begreppskompetens.

Maria tycker att begrepp egentligen är lite tidigt att arbeta med i tvåan, men att det handlar om: ”Att förstå begreppens innebörd och kunna jämföra [...]” och att ”[...] de har en känsla för begreppen, för att kunna jämföra.” Hon betonar att eleverna ska veta vad symmetrisk är och att de ska kunna beskriva vad en diagonal är. Eleverna ska också veta vad det är för skillnad mellan de olika formerna, att en triangel har tre sidor exempelvis och de ska kunna hörn och sida. Jag tolkar det som att Maria genom sina uttalanden, i första hand, betonar en djupare begreppslig förståelse i form av begreppskompetens. Hon lägger också vikt vid att eleverna ska veta vad de olika geometriska formerna heter, exempelvis triangel, rektangel och kvadrat. Att endast kunna namnge de olika formerna tyder på en ytlig begreppsförståelse och handlar därmed om algoritmkompetens och inte begreppskompetens.

Stina uttrycker istället: ”Sen på de här lägre stadierna så är det ju mycket praktisk matte och mycket konkret just för att få begreppen, att få begreppsbildningar tidigt. Det tycker jag är jätteviktigt.” På Stinas skola har de bestämt att vid arbetet med geometriska former i årskurs 1 ska de enbart arbeta med trianglar. Eleverna ska kunna egenskaperna för trianglar och att kunna jämföra olika former. Vidare nämner hon att mycket av det de arbetar med i matematiken nu är vardagsbegrepp som lägesbeskrivningar. Även begrepp som dubbelt och hälften är vanliga och viktiga. ”Många barn tror att när man ska ha dubbelt så mycket då lägger man till två stycken eller en. Utan det är ju det här vad betyder det egentligen.”

Enligt Stina så tycks det vara viktigt att eleverna både har en ytlig begreppslig förståelse av mer algoritmisk karaktär som att kunna olika lägesbegrepp. Men även begreppskompetens, vilket

innefattar mer än att exempelvis bara kunna namnge föremål, betonas och är betydelsefullt för att eleverna ska få begreppsbildning tidigt.

Gun betonar begreppens betydelse främst i samband med geometriarbete. De har arbetat med månghörningar, rätblock, kuber, koner, cylindrar och vinklar. Hon berättar även att de har arbetat en del med bråk och begrepp som hel, halv, fjärdedel och sjättedel. Då Gun inte spinner vidare kring denna frågeställning är det svårt att avgöra vad hon egentligen vill att eleverna ska lära sig kring dessa begrepp. Om det handlar om att eleverna rutinmässigt ska lära in dessa begrepp eller om det handlar om en djupare förståelse får jag låta förbli osagt.

Både Stina och Gun betonar också att det är viktigt att eleven kan se sammanhang och samband, till exempel hur saker och ting förhåller sig till varandra. Gun menar att om eleverna ser sambandet att $7+5$ är 12, då vet de också vad $12-7$ är och vad $12-5$ är. Detsamma gäller multiplikation och division, det vill säga att eleverna förstår att det är omvänt. Förstår eleverna detta samband så underlättar det för den vidare matematikinläringen. Gun nämner även sambandet mellan addition och multiplikation. Hon uttrycker att eleverna ska förstå att man exempelvis kan skriva uppgiften: Det finns fem katter med fyra ben som $5 \cdot 4$ eller som $4+4+4+4+4$. Har eleverna förstått detta samband har de också fått en djupare begreppsförståelse, det vill säga begreppskompetens, då det visar på att eleven kan använda sig av mer än enbart minneskunskaper.

Modelleringskompetens

Modelleringskompetens nämns inte särskilt ofta under intervjuerna, men lärarna tycks ändå peka på att detta är en viktig matematisk kompetens. När den betonas av lärarna handlar det framför allt om att eleven ska veta vilket räknesätt som ska användas. Just detta ser Gun, Stina och Kerstin som en av de viktigaste kunskaperna eleverna ska utveckla. Kerstin uttrycker det:

[...] om man läser en uppgift, att man är säker på, ska det vara addition eller subtraktion eller multiplikation? Vilket räknesätt ska det vara här när jag läst en uppgift? Det ska man vara säker på. Ja det är väl det viktigaste.

Jag tolkar Kerstins utsagor om att välja räknesätt som att hon vill att eleverna ska behärska detta rutinmässigt. Det ska finnas en säkerhet i det, vilket jag ser som en algoritmisk aktivitet.

Gun berättar att de har haft stort fokus på övningar som handlar om att välja rätt räknesätt för en uppgift och att skriva textuppgifter till en uppgift, det vill säga att formulera egna räknesagor. Hon framhäver här läromedlet och menar på att den borde ha en eloge då det finns ett helt kapitel som handlar om vilket räknesätt man ska välja.

[...] eller läsa en uppgift och skriva på matematikspråket hur löser jag den. Det växlar hela tiden med det, och vilket räknesätt är det, är det addition, subtraktion. Och det är jättebra, jättebra har det varit faktiskt [...]

Då Guns elever har övat mycket på att välja räknesätt kategoriseras detta som algoritmisk modelleringskompetens. Hennes elever har även fått arbeta med statistik med syftet att de ska

lära sig att läsa av och att skapa egna stapeldiagram. Att läsa av ett diagram kan ses som en algoritmisk aktivitet om eleven har lärt sig hur man gör och har mött en liknande situation förut. Att utforma egna stapeldiagram kräver att eleven kan skapa en matematisk modell över en utommatematisk situation, exempelvis hur många som cyklar till skolan, och sedan överföra dessa resultat till ett diagram. Har eleven gjort detta tidigare ses det som en rutinuppgift, men är det första gången så handlar det om modelleringskompetens av problemlösningsskäraktär.

Modelleringskompetens synliggörs även enligt Gun via problemlösning. Hon säger:

Ja men det är alltså att de får några fakta och sedan ställs en fråga på det och så ska man försöka se hur man löser det och då ska de visa det på matematikspråk också. Det är problemlösning tycker jag.

Här måste eleven tolka informationen och skapa en matematisk modell av situationen och använda modellen för att besvara uppgiften. Då Gun inte beskriver hur uppgiften ser ut är det svårt att avgöra om det handlar om modellering av algoritmisk- eller problemlösningsskäraktär.

Resonemangskompetens

Även resonemangskompetens lyfts fram av nästan alla lärarna i intervjuerna, men i begränsad utsträckning. Att kunna se, urskilja, skapa och fortsätta mönster ses som en viktig kunskap bland de lägre åldrarna och tycks vara det som utmärker resonemangskompetensen till största delen. Är mönstren enkelt uppbyggda och eleverna är vana vid den typen av uppgift sedan tidigare är resonemangen av algoritmisk skäraktär.

Stina menar att det är viktigt att:

[...] kunna se, alltså system, man måste få lite, vad ska man säga. Mycket som talar för det här att kunna se mönster i saker och ting, och då är det inte mönster rutigt och randigt. Utan att kunna se följder, du har sådana här talmönster, talfrekvenser. Hur någonting inleds och hur någonting fortsätter och utvecklas [...].

Gun betonar att kunna se mönster är någonting som kännetecknar en duktig elev. ”Det här när det gäller mönsterarbete och sådant här också kan man se att de här, att de snabbt löser en sådan”. Kerstin uttrycker också att det handlar om att eleverna ska kunna se mönster och strukturer. Vidare menar hon på att eleverna också bör kunna granska sina svar och se om det är rimliga eller inte. ”[...] kunna se, är det rimligt det här, om jag får ett svar till exempel att jag får en hur lång är bussen eller hur långa är, att man får ett väldigt konstigt svar att man reagerar på att det här var orimligt.”

Att eleverna ska förklara sina matematiska tankegångar kan också räknas till resonemangskompetens, då det innebär att eleverna argumenterar för sin lösning av en uppgift. Detta påvisar dessutom kommunikationskompetens och beskrivs därför mer nedan.

Kommunikationskompetens

Att eleverna får möjlighet att uttrycka sina matematiska tankegångar, framför allt muntligt, är något som de flesta lärare verkar lägga stor vikt vid. Maria använder framför allt halvklasstimmar till muntliga och laborativa övningar. Hon menar att hon då hinner se mycket av vad barnen kan och de får möjlighet att prata matematik och att försöka förklara för henne. Av Guns svar att döma tolkar jag det som att kommunikationskompetens får väldigt stor plats i hennes undervisning. Vid flera tillfällen betonar hon att grunden delvis ligger i att tala matematik, att kunna förklara vad man tänker. Det är något som hon menar är mycket viktigt.

Att jag kan ge ord på hur jag tänkte, hur jag kom fram till mitt svar. För barn kommer ofta med ett svar, ja men hur kom du fram till det? Att kunna förklara det och att också träna på att visa det på matematikspråket, hur ser det ut på matematikspråket. Först tänkte jag så, sen tänkte jag så, sen tänkte jag så. Det är ju också oerhört viktigt tycker jag, att hela tiden liksom kunna beskriva själv, så här tänkte jag, och så här ser det ut.

Men för att eleverna ska klara av att sätta ord på sina matematiska tankar måste de få rika tillfällen att öva på det. Gun brukar låta eleverna förklara för varandra, dels för att få de att sätta ord på matematiken, och dels för att få sina kamrater att förstå. Även Stina ser den muntliga kommunikativa aspekten som en viktig del av lärandet. Hon belyser här läromedlet som en viktig källa till kommunikation.

Dels inleds det [min anm. varje kapitel] med en berättelse, en saga och då har man mycket matematiska samtal kring sagan sen och där man då kan ställa frågor och man ska kunna göra matteproblem och så. Så det är bra.

Kerstin betonar att eleverna i en textuppgift ska kunna teckna på matematikspråket, förklara och skriva ett ordentligt svar. Kommunikationskompetens har vi tolkat som att Palm m.fl. (2004) menar, kräver något mer än att enbart teckna ett svar för en matematisk uppgift. Men att eleverna kan förklara, som Kerstin menar är viktigt, anser jag är kommunikationskompetens. Att kunna förklara nämner i princip alla lärare som en viktig del av den kommunikativa aspekten. Det kan förstås ske både algoritmiskt, genom att eleven har lärt sig en förklaring utantill, men syftet borde vara att eleven ska kunna förklara och kommunicera sina matematiska tankegångar och idéer muntligt och i skrift i mer problemlösande anda.

Kommunikationskompetens kommer att behandlas vidare under avsnittet nedan, där nästan samtliga lärarna har tydliggjort det som en viktig bedömningsform i deras undervisning.

7.1.2 Bedömning

Olika former av skriftliga diagnoser och prov tycks vara den mest överhängande bedömningsformen. Samtliga lärare använder sig av diagnoserna i matematikboken som följs av varje kapitel. Eleverna gör diagnoserna när de kommer dit, vilket medför att de genomförs vid olika tillfällen. Kerstin tycker att diagnoserna är bra, men betonar samtidigt att det inte ger henne

en riktigt rättvis bild eftersom diagnoserna i matematikboken är ganska enkla. Det är också svårt att veta om eleverna fuskar och tittar på sin granne eftersom det är omöjligt, enligt henne, att ha koll på 25 elever samtidigt. ”Du vet bara man ska placera en och en, det tar för lång tid, man måste vara lite effektiv också”.

Vilka kompetenser som bedöms i diagnoserna i läromedlet framgår inte tydligt. Men då samtliga lärare använder sig ganska systematiskt av läromedlet i sin undervisning förmodar jag att tanken är att diagnoserna även ska täcka de största bitarna som behandlas. Flera av lärarna betonar dock att de tycker att läromedlet saknar vissa väsentliga delar, som de därför själva får lägga till i sin undervisning.

Maria tittar inte bara på diagnoserna i matematikboken utan även på hur eleverna har löst uppgifterna i övrigt. Men hon menar på att det kan ge en skev bild då de kanske har missuppfattat ett moment eller inte läst uppgiften ordentligt vilket kan resultera i fel svar. Hon använder därför även lite andra diagnoser och test, där algoritmkompetens tycks vara i fokus.

[...] det går ju inte bara att testa på det här på barnen utan man behöver ju andra tidsbegränsade test också för att se vad de verkligen kan. Jag kan inte titta i boken och säga att de verkligen kan det här, för den säger inte mycket, så skulle jag vilja säga.

Stina pekar på att de skriftliga proven och diagnoserna ligger till grund för mycket av det eleverna gör, vilket hon menar på är synd. Samtidigt finner hon vissa fördelar med det skriftliga provet.

[...] det skriftliga är på en lite mer abstrakt nivå och de som har kommit lite längre i matte klarar ju av det bättre. Så på det sättet ser man ju också en liten nivåskillnad på hur långt de har kommit genom att de som klarar av de skriftliga sakerna bättre. Så de behövs nog bägge två [min anm. muntlig bedömning också].

I Stinas undervisning används även tabellträning regelbundet för att eleverna ska automatisera kunskapen och för att kunna jämföra med tidigare tester för att se om eleven gör några framsteg. Gun lägger också stor vikt vid tabelltester, framför allt plustabeller, som är ett stående inslag i undervisningen. Hon säger:

[...] testa plustabell till exempel, det använder jag ju en gång i veckan. Och det är ju, jag kör på, på de som även har klarat och kan 20 uppgifter på en minut därför att det bekräftar. De kör varenda vecka också, så då hoppas man att det sitter.

Tabellkunskaper nämner alla lärare som en av de viktigaste kunskaperna eleverna bör behärska (läs mer under algoritmkompetens) vilket också speglas i den vikt som lärarna lägger vid olika tester för att kontrollera detta.

Samtidigt som prov och diagnoser har en väldigt framträdande roll används även mer informella bedömningsformer i samtliga lärares undervisning. Kerstin menar att hon lär känna sina elever och att hon ser under lektionerna hur pass aktiva de är och hur de tänker när hon går runt och hjälper till. ”Men sen känner man ju på sig lite grann. Hur mycket är de med på lektionerna, hur många gånger får man säga, hörrudva vad var det jag sa nu om det här [...]”

Stina menar också på att hon får förlita sig mycket på detta, att hon har koll på hur eleverna reder ut saker under arbetets gång. Även Gun uttrycker att det är mycket av det dagliga arbetet som ligger till grund för bedömningen. Vilka olika matematiska kompetenser som kan bedömas genom denna typ av bedömning framkommer tyvärr inte helt tydligt.

Så gott som alla lärare beskriver också hur de använder olika muntliga bedömningsformer. I Marias undervisning används dessutom dessa mer än de av skriftlig form. Hon tycker att det är viktigt att samtala med sina elever och få de att prata matematik och försöka förklara hur de tänker. Laborativa arbetssätt tycks hon också lägga stor vikt vid. Oftast sker detta i halvklass för att hon ska hinna se vad barnen kan. Det laborativa arbetssättet menar Maria är viktigt och hon säger: ”Och sen praktiskt, de kan ju lösa andra grejer kanske, de kan bygga och konstruera men de kan visa andra delar som de inte visar i matteboken eller på de här testen.”

Maria berättar att hon har haft muntliga intervjuer med varje enskilt barn och att det har varit mycket bra, för det har täckt väldigt många bitar. Då det finns elever som exempelvis inte kan skriva 31 men säga 31, är det enligt henne en nödvändighet att även prata matematik med sina elever. Hon kan även upptäcka hur eleverna tänker. Om de har svarat fel kan hon ändå få en bild över hur de har tänkt, och tankegångarna kanske har varit bra, men inte hållit hela vägen ut. ”Sådana grejer kan jag komma på, det kan jag ju aldrig se om jag bara tittar i boken, jag kan ana, men jag kan få det bekräftat genom att prata med dem.”

Stina betonar också detta, att det skriftliga bara ger ett svar svart på vitt, rätt eller fel. Gällande muntlig bedömning säger hon: ”Medan något som egentligen ser tokigt ut egentligen är rätt tankesätt och det får man fram i det muntliga. Så där är ju det muntliga bättre.” Stina menar också att det oftast är enklare för elever i ettan att förklara sig muntligt än skriftligt, vilket är en tillräcklig anledning i sig att inte enbart använda skriftliga prov. En önskan uttrycks om att kunna använda den muntliga bedömningen mer, men att man sitter som i en rävsax när man är själv med 25 stycken, och att detta utgör ett hinder i denna önskan.

Att tala mycket matematik är kärnpunkten i all undervisning enligt Gun. Hennes elever brukar få skriva ner hur de tänker kring ett givet problem på ett block. Därefter tas problemet upp till diskussion i helklass.

Då ser ju jag ganska mycket hela tiden där att, har den här, hänger den här med, kopplar han hur man ska tänka. Så får de också höra andra beskriva hur man ska tänka, så man lär sig, så att där har man ju två bitar, dels att den som inte kan får höra, kanske lär sig.

Det är dock viktigt att göra en åtskillnad mellan muntlig bedömning och bedömning av kommunikationskompetens. Då lärarna bedömer eleverna muntligt, är det inte en självklarhet att det är just kommunikationskompetens som de är ute efter att bedöma utan det kan handla om andra saker. Som jag tolkar dessa fyra lärares uttalanden är syftet med den muntliga bedömningen till stora delar att stämma av elevens kommunikationskompetens då fokus ligger på att eleverna ges möjlighet till att uttrycka sig matematiskt, framför allt muntligt. Några lärare uttrycker vidare hur det muntliga kan ge dem en tydligare bild av hur eleverna tänker. I detta fall kanske det inte

handlar om att bedömningen fokuserar just kommunikationen i sig, utan mer på att få syn på vilka svårigheter och brister eleven eventuellt har och hur hjälp kan ges för att denna ska kunna komma vidare i sin utveckling.

7.1.3 Sammanfattning

De fyra lärarna ger i intervjuerna uttryck för samtliga sex matematiska kompetenser som presenteras av Palm m.fl. (2004). Algoritmkompetens kan enkelt urskiljas som den mest betydelsefulla kompetensen hos samtliga lärare. Främst tycks algoritmkompetens handla om att eleverna ska lära in procedurer utantill, memorera begrepp, termer och lära sig tabeller flytande. Kunskapen ska enkelt kunna plockas fram ur huvudet.

Problemlösningsskompetens nämner framför allt två av lärarna som en viktig och betydelsefull kompetens i elevernas kunskapsutveckling. Problemlösning handlar om att eleverna inte kan tillämpa en färdig lösningsprocedur, det finns olika lösningsmetoder och eventuellt finns också olika svar. Samtliga lärare betonar även begrepp som en viktig kunskap. Begreppsförståelsen kan vara av mer ytlig karaktär (algoritmkompetens) där det räcker att eleven kan benämna exempelvis olika geometriska former. Tre av lärarna betonar dock en djupare begreppsförståelse vilket signalerar begreppskompetens.

Modelleringskompetens nämns inte ofta under intervjuerna, men tre av lärarna ger uttryck för att det är viktigt och tycks lägga relativt stor vikt vid det. Modelleringen som uttrycks är av algoritmisk karaktär då det främst handlar om att eleven med säkerhet ska veta vilket räknesätt som ska användas. Resonemangskompetensen betonas av tre lärare, men i begränsad utsträckning. Det är framför allt att eleven ska kunna se, skapa och fullfölja mönster som karaktäriserar denna kompetens enligt lärarna. Om resonemangen är av algoritmisk- eller problemlösningsskaraktär framgår inte. En lärare uttrycker även att det handlar om att eleven ska kunna granska svaren och se om de är rimliga.

Kommunikationskompetens, framför allt muntlig sådan, belyser samtliga lärare och relativt stor vikt tycks läggas vid kompetensen. Enligt lärarna handlar kompetensen om att eleverna ska få uttrycka sig både muntligt och i skrift, och framför allt om eleverna ska förklara hur de tänker kring olika uppgifter.

Algoritmkompetens ger lärarna tydligast uttryck för att de bedömer. Detta sker i form av olika tabelltester på tid, med syftet att kolla om eleverna har lyckats automatisera kunskapen. Vidare betonas ett särskilt fokus på bedömning av kommunikationskompetens, framför allt muntlig sådan. Lärarna uttrycker att det är viktigt att eleverna ges möjlighet att sätta ord på sina tankar och förklara hur de tänker. Bedömning av problemlösningss- och modelleringskompetens kan jag endast urskilja ur en lärares svar och det kommer in i bilden då stort fokus även ligger på den muntliga och kommunikativa aspekten. Begrepps- och resonemangskompetens däremot är det egentligen ingen av de fyra lärarna som tydligt uttrycker hur de faktiskt bedömer.

7.2 Delstudie 2 (ansvarig Therese Vegerfors)

I detta avsnitt presenteras resultaten av analysen av lärarnas skriftliga prov respektive Diamantdiagnoserna. Några viktiga överväganden som gjorts kommer också att nämnas, för att ge en inblick i hur tolkningsarbetet har gått till.

Som nämnts tidigare utgör algoritmkompetens och problemlösningsskompetens två överordnade kategorier i vilka alla uppgifter kan placeras. En uppgift kan även tilldelas en eller flera andra kompetenser. I diagrammen betyder A att uppgiften är av algoritmisk karaktär och P att den är av problemlösningsskaraktär. Endast ett A eller ett P betyder att uppgiften inte kan hänföras till ytterligare kompetenser. Detta kallas i texten för ren algoritmkompetens respektive ren problemlösningsskompetens. I de fall en uppgift kan påvisa flera kompetenser anges M för modelleringskompetens, B för begreppskompetens, K för kommunikationskompetens eller R för resonemangskompetens. Nedan visas de beteckningar som förekommer i diagrammen och vad de betyder.

A	Ren algoritmkompetens.
AM	Algoritmisk modelleringskompetens.
AR	Algoritmisk resonemangskompetens.
P	Ren problemlösningsskompetens.
PB	Begreppskompetens. (Denna kompetens är alltid av problemlösningsskaraktär.)
PM	Modelleringskompetens av problemlösningsskaraktär.
PBM	Modelleringskompetens av problemlösningsskaraktär samt begreppskompetens.
PR	Resonemangskompetens av problemlösningsskaraktär.
PBKR	Problemlösningssuppgifter som även påvisar begrepps-, kommunikations- och resonemangskompetens.

7.2.1 Lärarnas prov

Totalt analyserades 1784 uppgifter fördelade på 64 prov. Antalet prov och uppgifter för respektive lärare redovisas i tabellen nedan. Eftersom Stina hade en annan klass vårterminen 2009 kom hon inte ihåg alla prov de gjorde under den terminen. Hon vet dock att de gjorde alla diagnoser i läroboken och dessa är därmed inkluderade i materialet. Det finns med andra ord ett visst bortfall av prov i Stinas fall. I de analyserade proven från *Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2* (Skolverket, 1996) finns tre gruppuppgifter, som bland annat syftar till att eleverna ska få uttrycka sig muntligt. Då studien fokuserar på skriftliga prov har dessa uppgifter inte räknats in i materialet.

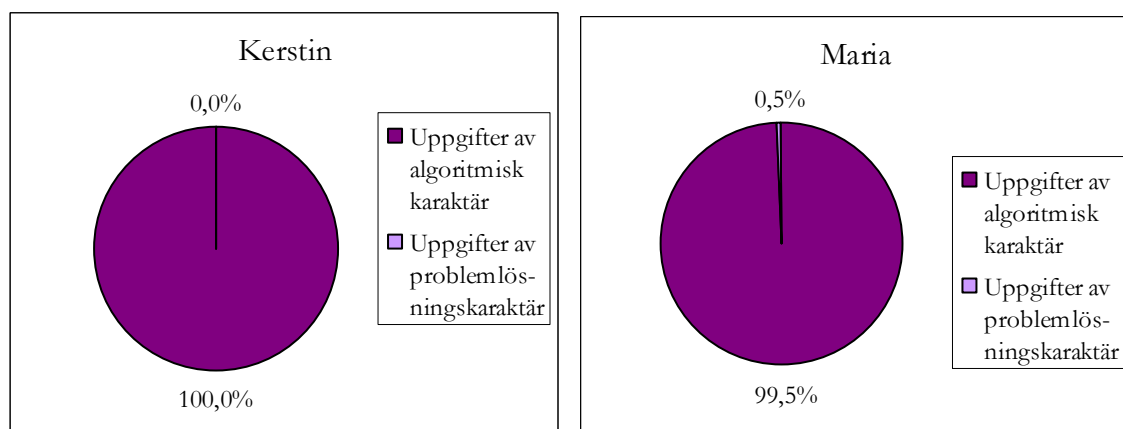
	Kerstin	Maria	Stina	Gun
Antal prov	13	22	12	17
Antal uppgifter	420	442	399	523

Vilka kompetenser kan bedömas och vilken vikt läggs vid dem?

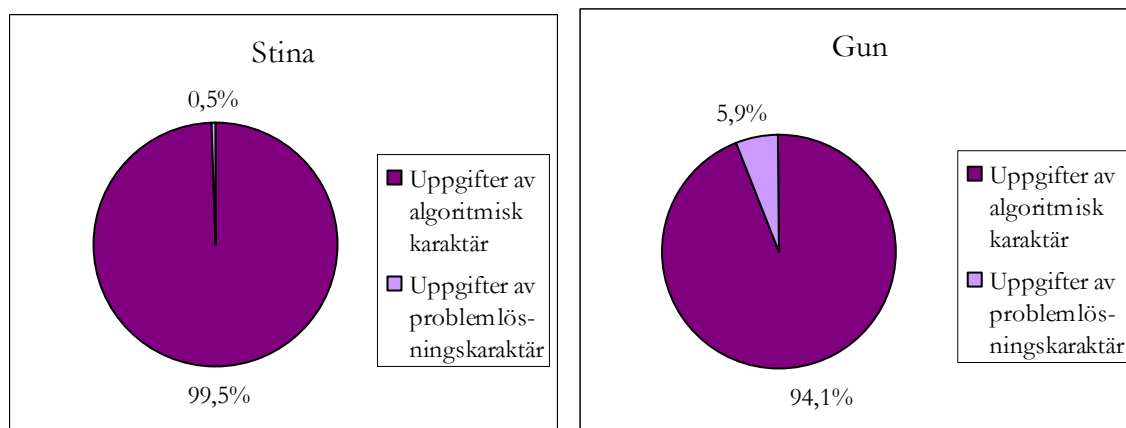
Sammantaget kan sägas att alla de sex kompetenser som Palm m.fl. (2004) presenterar finns representerade i lärarnas skriftliga prov. Dels finns rena algoritmiska uppgifter och rena problemlösningsuppgifter, dels finns olika kombinationer av kompetenser. När det gäller modelleringskompetens och resonemangskompetens finns det uppgifter av både algoritmisk art och av problemlösningskaraktär. Uppgifterna som testar begreppskompetens är per definition alltid av problemlösningskaraktär. De uppgifter i materialet som behandlar kommunikationskompetens är av problemlösningskaraktär. Nedan visas en översikt över de kompetenser som förekommer i materialet.

	Algoritmkompetens	Problemlösningskompetens
Ren	X	X
Begreppskompetens ⁹	-----	X
Modelleringskompetens	X	X
Kommunikationskompetens		X
Resonemangskompetens	X	X

En övervägande stor del av uppgifterna i lärarproven kan hänföras till algoritmkompetens, antingen ren sådan eller i kombination med andra kompetenser. Lärarna uppvisar här stora likheter, då mellan 94,1 och 100 procent av uppgifterna är av algoritmisk karaktär. Detta visas i nedanstående diagram.

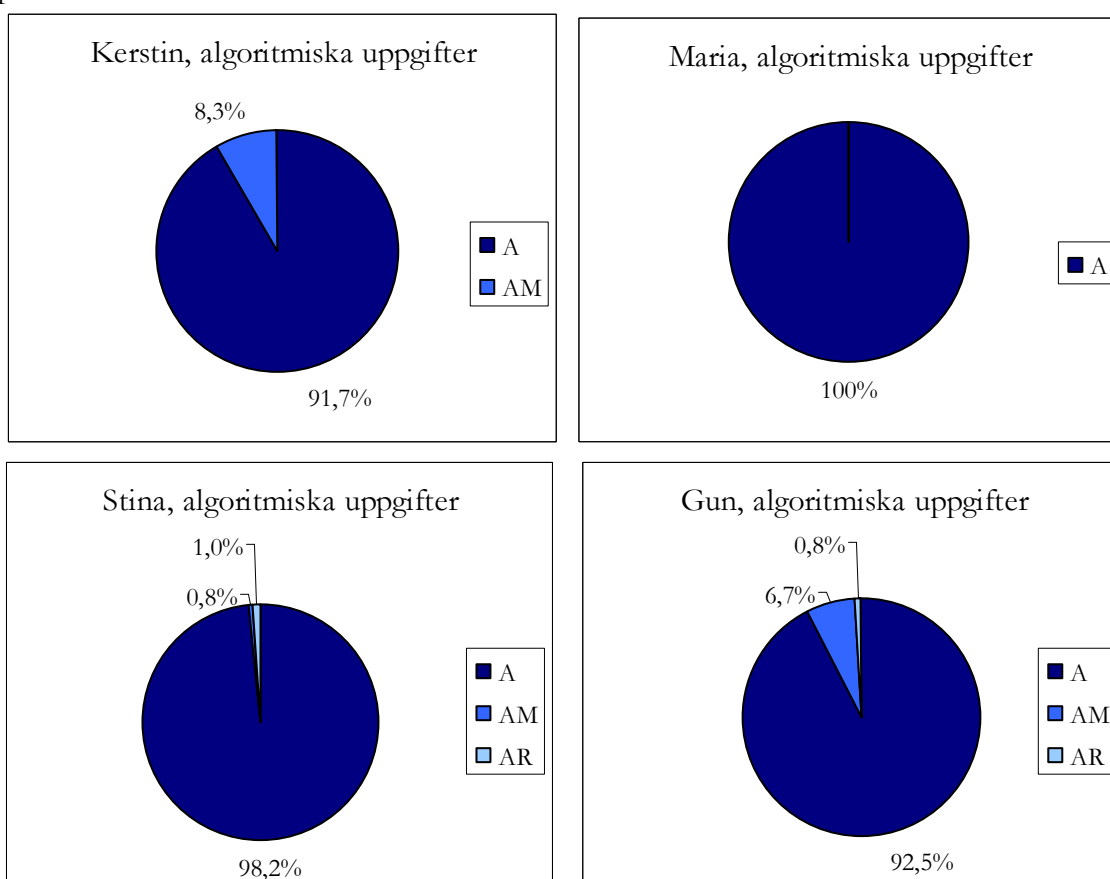


⁹ Begreppskompetens är alltid av problemlösningskaraktär, se avsnitt 3.3.2.



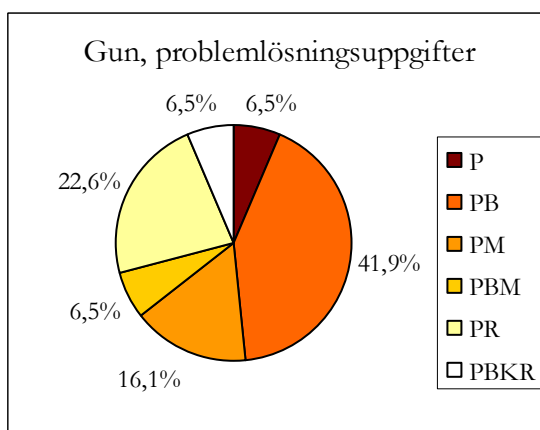
När det gäller vilken vikt som läggs vid olika kompetenser är vissa procentandelar mycket små. På grund av detta blir det oöverskådligt att redovisa alla kompetenser i samma diagram. Nedan redovisas därför algoritmiska uppgifter respektive problemlösningssuppgifter var för sig.

De algoritmiska uppgifterna i lärarnas prov fördelar sig på ren algoritmkompetens, modelleringskompetens samt resonemangskompetens. Samtliga lärare lägger stor vikt vid ren algoritmkompetens. I övrigt förekommer algoritmisk modelleringskompetens hos tre av lärarna: Kerstin, Stina och Gun. I Kerstins och Guns prov utgör dessa uppgifter en relativt stor andel av de algoritmiska uppgifterna. Vidare förekommer en liten andel algoritmisk resonemangskompetens i Stinas och Guns prov. Fördelningen av algoritmiska uppgifter för respektive lärare visas nedan.

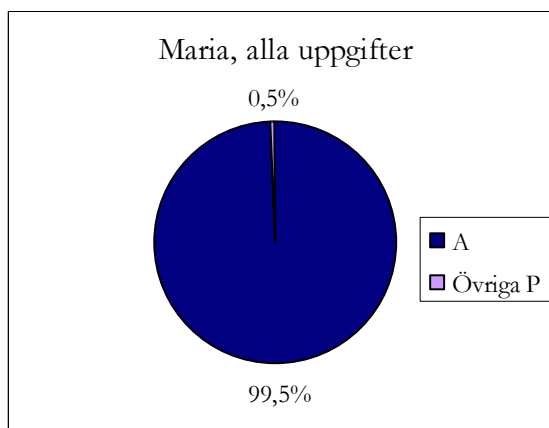
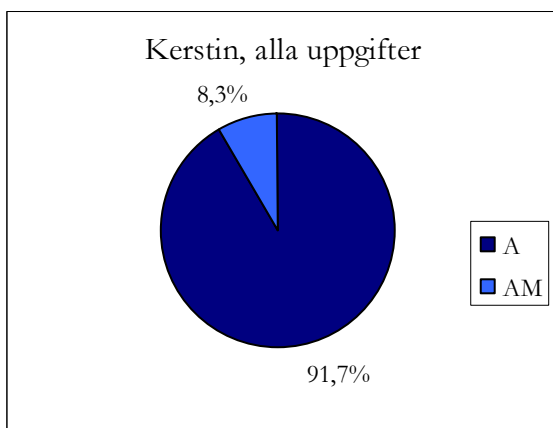


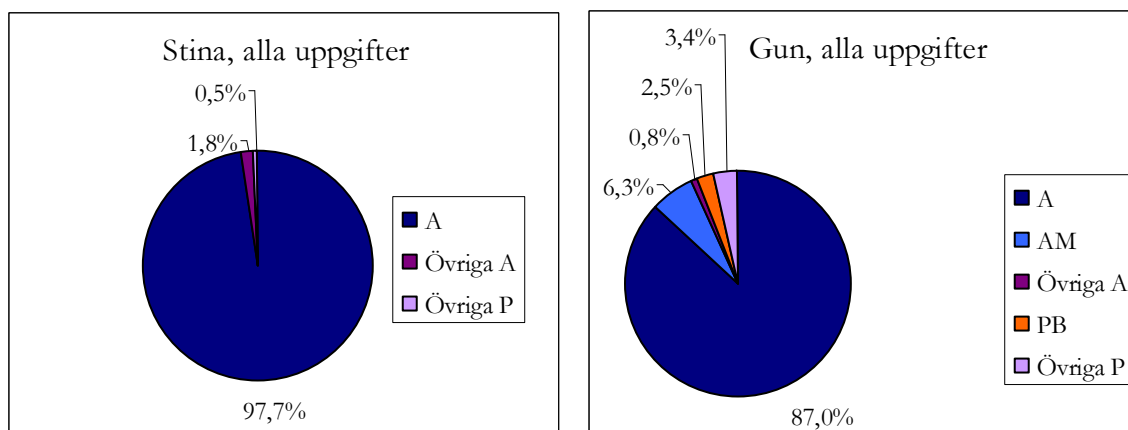
Problemlösningssuppgifter förekommer mycket sparsamt i lärarproven. Hos Kerstin förekommer de inte alls. Marias och Stinas prov innehåller en ren problemlösningssuppgift vardera. Vidare återfinns en uppgift som testar begreppskompetens i Marias prov och en modelleringsuppgift av problemlösningsskaraktär i Stinas prov.

Guns prov uppvisar den största andelen av problemlösningssuppgifter (totalt 5,9 procent). Dessa fördelar sig något mer jämnt och på fler olika kompetenser än de algoritmiska uppgifterna. Begreppskompetens är här den klart dominerande kategorin, följt av resonemangskompetens och modelleringskompetens. Resonemangskompetensen består mestadels i att eleverna ska upptäcka och fullfölja mönster. Fördelningen visas i nedanstående diagram.



För att få en rättvisande bild av uppgifternas fördelning presenteras också algoritmiska uppgifter och problemlösningssuppgifter i samma diagram. För att göra diagrammen överskådliga har jag valt att hänföra alla kompetenser som utgör en mindre andel än 2 procent till kategorierna övriga algoritmuppgifter (övriga A) respektive övriga problemlösningssuppgifter (övriga P).





Den tydligaste likheten mellan lärarna är att de alla lägger stor vikt vid ren algoritmkompetens i sina prov. Övriga kompetenser utgör en mycket liten andel av uppgifterna. Undantagen är möjligtvis förekomsten av algoritmisk modelleringskompetens hos Kerstin och Gun. Jämfört med de andra lärarna lägger Gun också relativt stor vikt vid olika typer av problemlösningskompetens.

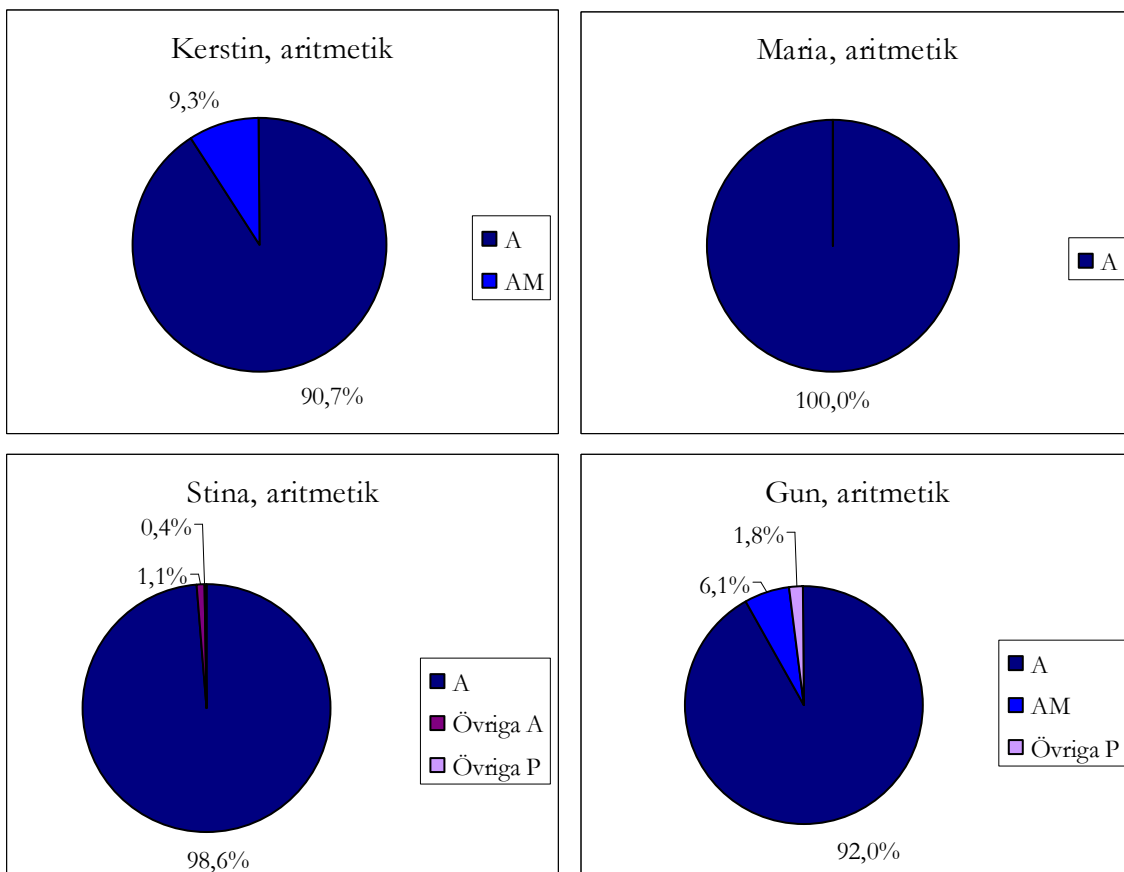
Sammanfattningsvis har alla lärare utom Gun ett mycket smalt fokus på algoritmiska uppgifter i sina prov. Anmärkningsvärt är att det är *Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2* som skapar den stora bredden av kompetenser och den relativt stora andelen problemlösningsuppgifter i Guns prov. Även om det inte är studiens ambition att utvärdera diagnosmaterialet vill jag gärna peka på den bredd som det uppvisar.

Intressant i detta sammanhang är också att Kerstin och Gun uppvisar vissa likheter i sin betoning av algoritmisk modelleringskompetens i sina prov, medan Maria och Stina har nästan bara rena algoritmuppgifter i sina prov. Kerstin och Gun har som tidigare nämnts delvis använt sig av samma läromedel. Likaså använder både Maria och Stina *Mästerkatten* (Öreberg). Vidare finns likheter mellan Kerstin och Gun respektive Maria och Stina med tanke på ålder och under vilken period de gick sin lärarutbildning. Å andra sidan finns inte dessa kopplingar mellan lärarna när det gäller vilka och hur många kompetenser som förekommer. Jag har varken ambitionen eller möjligheten att ytterligare utröna eventuella samband mellan lärarnas egenskaper, läromedlens uppbyggnad och mina resultat, men anser att det är av intresse att nämna dessa iakttagelser.

Resultat för olika ämnesområden

För att underlätta en jämförelse med Diamantmaterialet har en uppdelning av lärarnas provuppgifter i områdena aritmetik respektive geometri och mätning gjorts. Mellan 71,2 och 89,8 procent av lärarnas provuppgifter faller inom området aritmetik. Till området har jag räknat uppgifter av liknande typ som i Diamant, vilket innebär enklare uppgifter av typen $10 + 4 = \underline{\quad}$, luckuppgifter samt textuppgifter där eleverna ska välja räknesätt och göra en uträkning. Likaså har övriga uppgifter där huvudsyftet tycks vara att testa elevernas behärskning och förståelse av

de fyra räknesätten eller talfakta räknats till området. Det gäller exempelvis räknesagor och uppgifter där eleverna ska para ihop talkamrater. Fördelningen av kompetenser i lärarproven inom området aritmetik visas nedan.



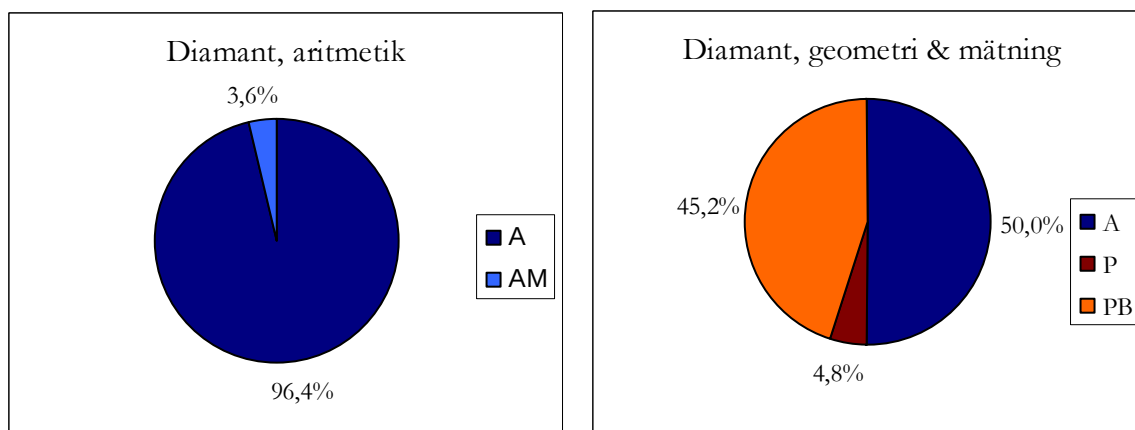
Diagrammen visar att ren algoritmkompetens är klart dominerande inom området aritmetik hos samtliga lärare. Vidare ges algoritmisk modelleringskompetens en viss vikt i Kerstins och Guns aritmetikuppgifter. De likheter som tidigare nämnts mellan å ena sidan Kerstin och Gun och å andra sidan Maria och Stina kvarstår. I Guns prov faller nästan alla problemlösningssuppgifter bort när man ser endast till ämnesområdet aritmetik, vilket gör att likheten mellan Kerstin och Gun blir än större.

Vad gäller uppgifter inom områdena geometri och mätning är dessa försvinnande få i lärarproven, varför det inte är möjligt att säga något om fördelningen av kompetenser inom dessa områden.

7.2.2 Diamantmaterialet

Totalt analyserades elva Diamantdiagnoser, varav sex hör till området aritmetik, tre till geometri och två till mätning. Antalet uppgifter var för aritmetikdiagnoserna 224 stycken och för geometri och mätning 42 stycken. Totalt har därmed 266 uppgifter analyserats.

De kompetenser som återfunnits i de analyserade Diamantdiagnoserna är ren algoritmkompetens och algoritmisk modelleringskompetens samt ren problemlösningskompetens och begreppskompetens. Fördelningen av kompetenser inom de olika diagnosområdena redovisas nedan.



Den dominerande kompetensen i aritmetikdiagnoserna är ren algoritmkompetens, medan denna kompetens och begreppskompetens utgör ungefär lika stor andel i de diagnoser som rör mätning och geometri. Diamant utger sig som sagt inte för att testa alla aspekter av matematisk kunskap, däribland problemlösning. Vid analysen har dock 21 uppgifter av problemlösningskaraktär påträffats, vilket innebär att studiens definition av problemlösning inte är densamma som den definition Diamant syftar på.

Att säga att algoritmkompetens och begreppskompetens är de viktigaste kompetenserna i Diamantmaterialet låter sig inte göras utifrån ovanstående resultat. Det grundar sig i att ett icke-representativt urval av diagnoser har analyserats, vilket betyder att fördelningen skulle kunna se helt annorlunda ut vid en analys av samtliga diagnoser eller av diagnoser inom andra ämnesområden.

Kompetenserna i de analyserade diagnoserna kan dock ses som intended curriculum i årskurs 1–3 Uppsala kommun, eftersom de har använts i kommunens kartläggning av elevernas matematikkunskaper. När det gäller området aritmetik läggs med andra ord klart störst vikt vid ren algoritmkompetens, medan såväl ren algoritmkompetens som begreppskompetens ges stor vikt i de diagnoser som berör geometri och mätning. Liksom lärarproven har de analyserade Diamantdiagnoserna ett relativt smalt fokus på ett fåtal matematiska kompetenser.

7.2.3 Överväganden angående analysen av de skriftliga proven

För att ge en inblick i hur tolkningen av uppgifterna har gått till, speciellt vid svårbedömda fall, presenteras här några överväganden som gjorts vid analysen. De exempel texten hänvisar till återfinns i bilaga 4 och i vissa fall i bilaga 1.

Algoritmkompetens eller problemlösningskompetens?

Något som pekar på att en uppgift är algoritmisk är att eleven har mött uppgiftstypen flera gånger tidigare. Man kan då anta att eleven har memorerat de fakta eller den strategi som krävs för att lösa uppgiften. Det är dock svårt att veta när och hur många gånger eleven måste ha mött en viss typ av uppgift för att man ska kunna göra detta antagande. Vidare har jag inte haft möjlighet att göra några omfattande läromedelsanalyser, då tiden har varit knapp. Många av proven är dessutom inte kopplade till något läromedel och det är då svårt att avgöra vad läraren har gått igenom innan provet. Möjligheten finns också att eleverna har mött vissa typer av uppgifter på andra sätt än genom läromedlet.

För att förenkla situationen har vissa typer av uppgifter alltid bedömts vara rent algoritmiska. Detta grundar sig i att dessa uppgifter testar huruvida eleverna behärskar vissa enskilda fakta och procedurer. Det gäller uppgifter där eleven ska:

- Skriva angivna siffror eller tal.
- Räkna och ange ett antal.
- Skriva talraden.
- Hoppa på talraden (till exempel 10, 20, 30, 40).
- Para ihop talkamrater. (Talen sju och tre är exempelvis tiokamrater.)
- Lösa uppgifter av typen $3 + 2 = \underline{\quad}$ eller luckuppgifter (exempelvis $5 + \underline{\quad} = 7$). Detta inkluderar alla de fyra räknesätten.
- Lösa uppgifter med skriftlig huvudräkning (exempelvis $38 + 12 = 40 + 10 = 50$), såvida uppgiften inte ställer krav på att eleven ska välja en metod som är särskilt lämplig med tanke på talens egenskaper.
- Mäta en sträcka med linjal.
- Ange hur mycket klockan är.
- Ange hur många kronor som visas på en bild eller rita en given summa i pengar.

Uppgifter som ger tydliga ledtrådar till hur de ska lösas betraktas också som algoritmiska, även om eleven inte har mött uppgiftstypen tidigare. Dessa uppgifter kan även påvisa andra kompetenser (exempel 7, bilaga 4). Vidare har uppgifter som testar matematiska begrepp och taluppfattning bedömts vara algoritmiska när de inte uppfyller kriterierna för begreppskompetens, vilket beskrivs vidare nedan.

Vid tveksamma uppgifter har genomgångar av läromedlen varit till hjälp, även om det inte funnits tid för mer ingående analyser. Generellt har det krävts minst tre uppgifter av samma sort för att en uppgiftstyp ska kunna sägas vara algoritmisk. Jag har också försökt väga in var i boken uppgifterna tas upp samt vilka andra förkunskaper eleverna kan antas ha (utifrån uppgifterna i läromedlet). I undantagsfall har jag därför bedömt att det har räckt med två uppgifter. Vid dessa genomgångar har jag fått en uppfattning av vilka typer av uppgifter som är vanligt

förekommande, vilket också har varit till hjälp vid analysen av prov som inte hör till något läromedel.

Det är viktigt att vara medveten om att det kan finnas felkällor här. Även om en omfattande läromedelsanalys hade varit möjlig är det omöjligt att utifrån detta veta exakt vilka kunskaper eleverna behärskar rutinmässigt. Dessutom förekommer naturligtvis skillnader mellan eleverna. Det är vidare inte studiens ambition att undersöka elevernas faktiska kunskaper. Fokus ligger istället på praxisnära förutsättningar för bedömning av matematiska kunskaper.

De uppgifter som inte har kunnat placeras i kategorin algoritmkompetens har betecknats som problemlösningssuppgifter. Dessa uppgifter förväntas med andra ord kräva mer än inlärd faktakunskaper och procedurer. Totalt har sex uppgifter placerats i kategorin ren problemlösningsskompetens, varav två återfinns i Diamant. Dessa uppgifter bedömdes vara komplexa (exempelvis genom att kräva beräkningar i flera steg) eller ovanliga (exempel 1, bilaga 4). I exempel 2 (bilaga 4) visas hur gränsdragningen mellan algoritmkompetens och problemlösningsskompetens kan se ut.

Modelleringskompetens

För att en uppgift ska räknas som en modelleringsuppgift ska den beskriva en utommatematisk situation. Eleven ska sedan skapa en modell över situationen. I vissa uppgifter handlar det istället om att eleven ska välja en lämplig modell bland flera givna förslag (exempel 3, bilaga 4).

I analysen har algebraiska uttryck samt diagram och liknande räknats som matematiska modeller. Bilder på exempelvis pengar och klockor betraktas inte som matematiska modeller. Om uppgiften enbart kräver att eleven skriver exempelvis ett tal eller ett mått är den inte en modelleringsuppgift. Uppgifter som eleven löser i huvudet eller genom att rita eller ta hjälp av bilder har inte heller räknats till kategorin, såvida det inte räknas som mycket sannolikt att eleven tänker i termer av en matematisk modell. I exempel 4 och 5 (bilaga 4) visas hur gränsen mellan dessa uppgiftstyper dragits. Uppgifter som tar sin utgångspunkt i en matematisk modell, istället för i en utommatematisk situation, räknas inte som modelleringsuppgifter (se under begreppskompetens nedan).

En uppgiftstyp som har varit svårbedömd är uppgifter som beskriver en utommatematisk situation, men där räknesättet är givet (exempel 6–7, bilaga 4). Vid analysen räknades dessa uppgifter som algoritmiska modelleringsuppgifter, då de innehåller för tydliga ledtrådar för att kunna betraktas som problemlösningssuppgifter. Det går dock att ifrågasätta om eleven skapar en matematisk modell vid dessa uppgiftstyper eller om modellen kan betraktas som given. Att valet föll på modelleringskompetens berodde bland annat på att rena algoritmuppgifter redan är starkt representerade i lärarnas prov. Det verkade därmed rimligt att vid osäkerhet tolka uppgifterna till lärarnas fördel. Totalt rör det sig om 11 uppgifter i Kerstins prov (2,6 procent), två i Stinas prov (0,5 procent) och två i Guns prov (0,4 procent).

Vidare finns modelleringsuppgifter där räknesättet visserligen inte är givet, men där hela provet endast behandlar ett räknesätt. Det torde därför vara enkelt för eleven att avgöra vilket

räknesätt som ska användas. Dessa uppgifter har också kategoriserats som algoritmisk modelleringskompetens. Nio av Kerstins uppgifter (2,1 procent) och fyra av Guns uppgifter (0,8 procent) är av denna typ. Det är således Kerstins resultat som skulle påverkas mest av en annan tolkning av dessa och ovanstående uppgiftstyper.

Övriga modelleringsuppgifter är antingen algoritmiska eller av problemlösningsskarakär. Genomgångar av läromedlen, på det sätt som beskrivits ovan, har här varit till hjälp. Om eleven har mött samma tankesätt flera gånger tidigare bedöms uppgiften vara av algoritmisk karaktär (exempel 4, bilaga 4), annars är den av problemlösningsskarakär (exempel 8, bilaga 4). Vidare kan komplexa modelleringsuppgifter, som exempelvis kräver beräkningar i flera steg, sägas vara av problemlösningsskarakär (exempel 9, bilaga 4).

Begreppskompetens

När det gäller de kriterier som en uppgift måste uppfylla för att för att sägas påvisa en djupare begreppsförståelse och därmed begreppskompetens kan det exempelvis handla om att uppgiften är komplex, att den innehåller någon form av fallgrop eller att eleven mer utförligt ska förklara egenskaperna hos ett begrepp. Exempel på sådana uppgifter visas i bilaga 1 (exempel 6–9). Ett exempel på hur gränsdragningen mellan algoritmkompetens och begreppskompetens har gått till visas i exempel 10 (bilaga 4).

Uppgifter som behandlar matematiska begrepp, men som kan lösas med någon form av enkel procedur samt svårare uppgiftstyper där eleverna förväntas ha en inövad strategi till förfogande har inte hamnat i kategorin begreppskompetens (exempel 11–13, bilaga 4). I detta senare fall har genomgångar av läromedlen varit till hjälp. De har skett på det sätt som beskrivits ovan, i avsnittet om algoritmkompetens och problemlösningsskarakär.

En fråga som väcktes under analysen var om modelleringsuppgifter per automatik också kan hänföras till begreppskompetens, då dessa uppgifter bland annat handlar om att förstå räknesättens innebörd. Mina slutsatser, efter en genomgång av Palm m.fl. (2004), är att uppgifter där eleven ska skapa en matematisk modell räknas som modelleringskompetens, medan uppgifter där eleven ska beskriva en utommatematisk situation utifrån en given matematisk modell kan räknas till begreppskompetens eller möjligtvis algoritmkompetens (om de endast kräver en ytlig förståelse). Detta kan tyckas vara något förvirrande, men ambitionen är att vara trogen de definitioner som Palm m.fl. (2004) ger. Till begreppskompetens räknas alltså uppgifter där eleven ska skapa en potentiell situation utifrån en matematisk modell, såvida uppgiften inte är av algoritmisk karaktär (exempel 14, bilaga 4).

Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2

I *Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2* (Skolverket, 1996, s. 7) finns en del uppgifter med en så kallad penngubbe i marginalen. Symbolen innebär att eleverna ska redovisa hur de löser uppgiften, genom att rita eller skriva. Totalt har 45 uppgifter från diagnosmaterialet analyserats, varav 19 är försedda med denna penngubbe.

Eftersom eleverna kan välja att rita bilder, att teckna matematiska uttryck eller att förklara sitt tänkande med ord är vissa uppgifter i diagnosmaterialet svårbedömda med avseende på kompetenser. Utgångspunkt har därför tagits i de lösningsexempel som redovisas (s. 14-26) och som är hämtade från den utprovning som skett av materialet (Skolverket, 1996, s. 8, 14-26). I de flesta fall går det här att utläsa vilket det vanligaste redovisningssättet är. Därefter har uppgifterna kategoriserats efter hur eleverna sannolikt redovisar sina svar.

Av de 19 uppgifterna har 14 kategoriserats som modelleringsuppgifter då de tar sin utgångspunkt i en utommatematisk situation samt mest sannolikt löses genom att eleven tecknar ett algebraiskt uttryck (exempel 15, bilaga 4). En av uppgifterna påvisar troligtvis kommunikations- och resonemangskompetens, då de lösningsexempel som redovisas är sådana där eleverna argumenterar för sin lösning i ord (exempel 16, bilaga 4). Resterande fyra uppgifter påvisar sannolikt ingen av de ovan nämnda kompetenserna.

Diamant

Vid analysen av Diamantmaterialet har det inte funnits någon möjlighet att kontrollera vilka uppgifter eleverna har mött tidigare. Fem av de sex aritmetikdiagnoserna behandlar enklare uppgifter (till exempel $5 + 2 = \underline{\quad}$) samt luckuppgifter. Dessa uppgifter har enligt ovanstående resonemang placerats i kategorin ren algoritmkompetens. Detta beslut stöds också av att det i Diamantmaterialet påpekas att eleverna ska klara denna typ av uppgifter med flyt och inom en begränsad tidsram (Skolverket, 2009c, s. 7).

Diagnos AG5 innehåller textuppgifter där eleverna ska välja räknesätt och skriva ett matematiskt uttryck (exempel 17, bilaga 4). De testar med andra ord elevernas modelleringskompetens. Uppgifterna är inte komplexa i meningen att de kräver beräkningar i flera steg. De är inte heller ovanliga på det sättet att de är ovanligt formulerade. Detta talar för att de är av algoritmisk karaktär. I Diamantmaterialet anges att elever som behärskar uppgifterna bör klara dem på 4–5 minuter (Skolverket, 2009a, s. 27). Detta tyder på att de bör behärskas rutinmässigt.

När det gäller diagnoserna inom områdena geometri och mätning förväntas eleverna klara av även dessa på bara några minuter (Skolverket, 2009d, s. 4, 9, 18; Skolverket, 2009e, s. 11, 15), vilket talar för att de testar rutinkunskaper. Å andra sidan nämns uttryckligen att aritmetikdiagnoserna är uppbyggda för att testa om eleverna har flyt i sitt räknande, medan merparten av övriga diagnoser testar elevernas begreppsförståelse (Löwing & Fredriksson, 2009, s. 7; Skolverket, 2009c, s. 7). Vid analysen har därför mer komplexa uppgifter och uppgifter med tydliga fallgropar antagits kunna påvisa begreppskompetens. Mindre komplexa uppgifter och uppgifter som antas kunna lösas med standardprocedurer har kategoriserats som algoritmiska. I bilaga 4 visas ett exempel på hur denna gränsdragning har gått till (exempel 18, bilaga 4). Även i bilaga 1 finns exempel på uppgifter från Diamant (exempel 3, 6a, 7).

Indelning av uppgifterna

Som regel har varje deluppgift räknats som en uppgift (se avsnitt 5.2.2). Detta har dock visat sig vara svårt i vissa fall. Det handlar då främst om uppgifter där deluppgifterna hänger samman på så sätt att lösningen av den andra deluppgiften bygger på svaret i den första deluppgiften och så vidare. I dessa fall har uppgifterna inte delats upp i deluppgifter (exempel 19, bilaga 4).

7.2.4 Sammanfattning

Det tydligaste resultatet vad gäller lärarnas prov är att uppgifter av algoritmisk karaktär är klart dominerande. Av dessa algoritmiska uppgifter hänförs merparten till ren algoritmkompetens. Dessa slutsatser gäller generellt, såväl som för respektive lärare. Gun uppvisar dock en betydligt större bredd än övriga lärare när det gäller antalet kompetenser och även andelen problemlösningssuppgifter. Detta visar sig till stor del bero på användandet av *Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2*. Vidare läggs en viss vikt vid algoritmisk modelleringskompetens i Guns och Kerstins prov.

I Diamant ges ren algoritmkompetens störst vikt i aritmetikdiagnoserna, medan en liten andel uppgifter behandlar algoritmisk modelleringskompetens. I de Diamantdiagnoser som hör till områdena geometri och mätning ges ren algoritmkompetens och begreppskompetens stor vikt.

7.3 Jämförande analys

I detta avsnitt jämförs resultaten från de båda delstudierna för att besvara frågeställning nummer fem. Vidare problematiseras resultaten på Diamantdiagnoserna.

7.3.1 Praxisnära förutsättningar för bedömning av matematiska kompetenser

Vad gäller de kompetenser lärarna ger uttryck för under intervjuerna och de kompetenser som förekommer i deras skriftliga prov finns en viss överensstämmelse hos samtliga lärare.

Alla fyra lärare lägger i intervjuerna stor vikt vid algoritmkompetens, bland annat i form av behärskning av tabeller. En annan form av algoritmkompetens som framkommer är den ytliga begreppsförståelse som inte kan hänföras till begreppskompetens. Algoritmkompetens återspeglas tydligt i de analyserade lärarproven, där mellan 87,0 och 99,5 procent av uppgifterna utgörs av ren algoritmkompetens.

Kerstin, Stina och Gun ger i sina utsagor uttryck för att eleverna ska behärska en algoritmisk modelleringskompetens, i form av att kunna välja räknesätt. I Kerstins och Guns prov läggs relativt stor vikt vid denna kompetens (8,3 respektive 6,3 procent). Stinas prov uppvisar inte någon särskilt stor överensstämmelse med hennes utsagor, då endast 0,8 procent av uppgifterna hör till kategorin. I Guns och Stinas prov finns även ett fåtal modelleringsuppgifter av problemlösningsskarakär (1,0 respektive 0,3 procent).

Stina och Gun ger i intervjuerna uttryck för att det är viktigt med problemlösningsskompetens. I deras prov finns nästan inte några rena problemlösningssuppgifter. Däremot förekommer uppgifter där problemlösningsskompetens kombineras med andra kompetenser. Räknas dessa in är den totala andelen problemlösningssuppgifter 0,5 procent i Stinas prov och 5,9 procent i Guns prov.

Vidare nämner Kerstin, Stina och Gun att eleverna ska kunna se och fullfölja mönster, vilket innebär en typ av resonemangsskompetens. I Kerstins prov förekommer det inte några sådana uppgifter. I Stinas och Guns prov hänförs en liten andel av provuppgifterna till resonemangsskompetens (1,0 respektive 2,5 procent).

Samtliga lärare lägger i sina utsagor vikt vid kommunikations- och resonemangsskompetens. Detta framkommer i deras uttalanden om att eleverna ska få prata matematik och förklara sina tankegångar. Hos Kerstin och Maria förekommer dessa kompetenser inte alls i proven. Hos Stina och Gun förekommer de sparsamt (1,0 respektive 2,5 procent) och då mestadels i form av att eleverna ska kunna upptäcka och fullfölja mönster.

En annan kompetens som inte återspeglas i särskilt hög grad i lärarproven är begreppsskompetens. Maria, Stina och Gun ger uttryck för denna kompetens i intervjuerna. I Stinas prov förekommer den inte alls. I Marias prov hänförs 0,2 procent av uppgifterna till kategorin medan andelen är 3,3 procent i Guns prov.

Ovanstående visar att det finns en viss överensstämmelse mellan de kompetenser lärarna ger uttryck för i intervjuerna och deras skriftliga prov. Det finns dock skillnader mellan lärarna. Kerstin och Maria har en något smalare kunskapssyn än de båda övriga lärarna om man ser till vad som framkommer i intervjuerna. Marias och Stinas prov har ett smalt fokus på ren algoritmkompetens, vilket innebär att de inte realiserar den kunskapssyn som framkommer i intervjuerna. Kerstins prov stämmer något bättre överens med hennes utsagor. Ren algoritmkompetens utgör visserligen den klart största andelen här också, men hon lägger även en viss vikt vid algoritmiska modelleringsuppgifter i sina prov. Guns prov uppvisar den största överensstämmelsen med vad som framkommer i intervjumaterialet, men också här ligger huvudfokus på ren algoritmkompetens.

Som tidigare nämnts finns det likheter mellan å ena sidan Kerstin och Gun och å andra sidan Maria och Stina när det gäller ålder, utbildning och läromedel. Det är möjligt att dessa faktorer skulle kunna påverka lärarnas kunskapssyn och hur deras prov ser ut. Något samband mellan dessa egenskaper och lärarnas kunskapssyn, såsom den framkommer i intervjuerna, tycks dock inte kunna anas i vårt material. Däremot uppvisar Kerstin och Gun respektive Stina och Maria vissa likheter när det gäller utformningen av deras prov, vilket har beskrivits i avsnitt 7.2.1. Vidare är det möjligt att Kerstins och Guns längre lärarerfarenhet har gett dem möjlighet att utveckla sin förmåga att implementera sin kunskapssyn, så att den synliggörs tydligare i undervisningsinnehållet. Exempelvis har Gun valt att använda *Diagnostiskt material i*

matematik: Skolår 2, vilket skapar en bredd i hennes prov som någorlunda väl återspeglar hennes kunskapssyn.

Eftersom alla lärare använder även andra bedömningsformer, till exempel observationer under lektioner eller samtal, är det möjligt att de kompetenser som inte visar sig i deras skriftliga prov kan bedömas på andra sätt. Maria säger exempelvis att hon använder ett laborativt och muntligt arbetssätt för att få syn på det som inte visar sig i bedömningen av de skriftliga proven. Hon menar också att hon använder muntliga bedömningsformer i större utsträckning än skriftliga. Även Gun lägger stor vikt vid ett muntligt arbetssätt.

Att samtala med eleverna borde kunna ge stora möjligheter att bedöma kommunikationskompetens och vissa typer av resonemangskompetens. Beroende på vilka uppgifter som behandlas ges naturligtvis tillfällen att bedöma även andra kompetenser. När det gäller ren algoritmkompetens betonar lärarna tabelltester på tid, vilket kanske kan förklara den stora betoningen av denna kompetens i deras skriftliga prov.

7.3.2 Jämförelse mellan praxisnära förutsättningar och Diamant

De kompetenser som förekommer i de analyserade Diamantdiagnoserna är ren algoritmkompetens, algoritmisk modelleringskompetens, ren problemlösningskompetens och begreppskompetens. Dessa kompetenser kan ses som ett uttryck för intended curriculum i Uppsala kommun.

Ser man till vad som framkommer i intervjuerna ger Stina och Gun uttryck för alla kompetenser som återfinns i Diamantdiagnoserna, med mest vikt vid ren algoritmkompetens. Kerstin och Maria har här ett smalare fokus. I intervjuerna framkommer att båda lägger stor vikt vid ren algoritmkompetens. Vidare kan algoritmisk modelleringskompetens utläsas i Kerstins utsagor, medan Maria ger uttryck för begreppskompetens.

När det gäller fördelningen av kompetenser i proven ser det något annorlunda ut. I Diamantdiagnoserna som hör till området aritmetik läggs störst vikt vid ren algoritmkompetens (96,4 procent). Övriga uppgifter hänförs till kategorin algoritmisk modelleringskompetens (3,6 procent). Här finns det relativt stora likheter med lärarproven, speciellt Kerstins och Guns. När det gäller området aritmetik är den största delen av uppgifterna i deras prov rent algoritmiska (90,7 respektive 92,0 procent), men de lägger också en viss vikt vid algoritmisk modelleringskompetens (9,3 respektive 6,1 procent). Av Stinas och Marias aritmetikuppgifter är nästan alla rent algoritmiska (98,6 respektive 100 procent).

I Diamantdiagnoserna som hör till områdena mätning och geometri läggs störst vikt vid ren algoritmkompetens (50,0 procent) och begreppskompetens (45,2 procent). I lärarproven förekommer nästan inga uppgifter som behandlar mätning och geometri. Vad som kan sägas är dock att alla lärare lägger liten eller ingen vikt vid begreppskompetens i sina prov. Räknar man bort aritmetikuppgifterna stiger dock andelen uppgifter som synliggör begreppskompetens till

18,1 procent i Guns prov. I övriga lärarprov är även de uppgifter som inte testar aritmetik till övervägande del rent algoritmiska.

Sammanfattningsvis finns därmed en relativt stor överensstämmelse mellan intended och enacted curriculum vad gäller området aritmetik. Detta gäller framför allt för Kerstin och Gun. När det gäller områdena geometri och mätning går det inte att säga huruvida lärarnas prov avspeglar intended curriculum i form av de analyserade Diamantdiagnoserna. Det tycks dock vara så att lärarnas fokus på algoritmkompetens går ut över andra kompetenser och förutom i Guns prov är begreppskompetens nästan helt frånvarande. Om lärarna inte skapar möjligheter att bedöma denna kompetens på andra sätt finns det här alltså en bristande överensstämmelse mellan intended och enacted curriculum. Alla lärare ger dock uttryck för att de använder andra bedömningsformer.

7.3.3 Problematisering av Diamantresultaten

Vid genomgången av statistiken över resultaten på Diamant har vi sammanställt hur stor andel av det totala antalet elever som har klarat av de olika uppgifterna. Av tidsmässiga skäl redovisas inte hur stor andel av eleverna i varje årskurs som har klarat av en uppgift, även om vissa diagnoser gjorts i flera olika årskurser. I AG1–4 och AG6 består varje uppgift av sex deluppgifter. Vår mening är att eleven ska ha rätt på minst fem deluppgifter för att ha klarat en uppgift. För övriga diagnoser gäller att eleven antingen har rätt på uppgiften eller att svar saknas eller är felaktigt.

För diagnos MLä1, som har gjorts i årskurs 1–3, ser statistiken exakt likadan ut för årskurs 2 och 3 när det gäller hur många elever som har gjort uppgifterna och andel elever som klarat dem. Det måste därmed ha skett ett misstag i registreringen av resultaten, vilket innebär att det är omöjligt att veta om statistiken gäller för årskurs 2 eller 3. Våra beräkningar grundar sig därför på statistiken för två olika årskurser, årskurs 1 och årskurs 2 eller 3.

Vi har valt att fokusera på de uppgifter som eleverna har klarat mycket bra och på de uppgifter som få elever har klarat. Med mycket bra menas i detta sammanhang att minst 80 procent av eleverna har klarat av uppgiften. Om färre än 50 procent av eleverna har klarat av en uppgift räknas det som ett mindre bra resultat. Dessa gränser hade naturligtvis kunnat se annorlunda ut, vilket också skulle påverka resultatet. Vi anser dock att gränserna verkar rimliga.

Nedan problematiseras först resultaten på aritmetikdiagnoserna och sedan resultaten på diagnoserna som berör geometri och mätning. I diskussionen om likheter och skillnader mellan de kompetenser lärarna betonar och de kompetenser eleverna klarar av har vi antagit att studiens lärare är representativa för lärare i årskurs 1–3 i Uppsala kommun. Detta kan dock inte garanteras, eftersom urvalet är mycket litet. Följande resonemang har därmed mer karaktären av spekulationer och ska inte ses som definitiva slutsatser.

Aritmetik

Aritmetikdiagnoserna består sammanlagt av 36 rena algoritmuppgifter (totalt 216 deluppgifter) och åtta algoritmiska modelleringsuppgifter. Nedan visas vilka uppgifter eleverna har klarat mindre bra (0–49 procent) och mycket bra (80–100 procent) samt de uppgifter som ligger mellan dessa ytterligheter (50–79 procent).

Andel elever som klarat uppgiften	Antal uppgifter/kompetenser
0–49 procent	9 A
50–79 procent	14 A
80–100 procent	13 A 8 AM

Som visats tidigare finns en relativt stor överensstämmelse mellan lärarproven och Diamantdiagnoserna inom området aritmetik. När det gäller ren algoritmkompetens betonas den till hög grad av samtliga lärare, vilket kan utläsas både i intervjumaterialet och i lärarproven. Utifrån detta kunde man möjligtvis förvänta sig att eleverna skulle klara dessa uppgifter bättre. Endast drygt en tredjedel av uppgifterna klaras av riktigt bra och en fjärdedel av uppgifterna har eleverna stora svårigheter med.

Kartläggningen med Diamantmaterialet (och Brilljant) har skett i flera kommuner än Uppsala (Löwing, 2009, s. 12). Resultaten av denna större kartläggning kommenteras av Löwing (2009, s. 14f.). Hon menar bland annat att flertalet elever i årskurs 1–2 inte klarar av att subtrahera med flyt. Trots att eleverna har övat på denna typ av uppgifter har lärarna troligtvis inte diskuterat olika subtraktionsstrategier med sina elever. Löwing menar också att lärarna förmodligen inte tagit reda på vilka strategier eleverna använder och om uppgifterna faktiskt behärskas av eleverna. Löwings resonemang skulle därmed kunna vara en förklaring till varför eleverna misslyckas på så stor andel av uppgifterna, trots att algoritmkompetens betonas mycket av lärarna.

När det gäller algoritmisk modelleringskompetens är förhållandet nästan det omvända. Eleverna klarar av alla uppgifter bra, men lärarna lägger generellt mindre vikt vid denna kompetens än vid ren algoritmkompetens, både i utsagor och i prov. Kompetensen nämns dock som viktig av tre lärare och får relativt stor plats i Kerstins och Guns prov. Det är också mycket möjligt att kompetensen bedöms på andra sätt. Eventuellt kan räknesagor, som nämns av två lärare, göra det lättare för eleven att klara av modelleringsuppgifter. I räknesagor handlar det om att utifrån en matematisk modell skapa en utommatematisk situation, medan modelleringsprocessen är omvänd.

Geometri och mätning

Dessa diagnoser består av 21 rena algoritmuppgifter, två problemlösningssuppgifter och 19 uppgifter som behandlar begreppskompetens. Nedan visas vilka uppgifter eleverna har klarat

mindre bra (0–49 procent) och mycket bra (80–100 procent) samt de uppgifter som ligger mellan dessa ytterligheter (50–79 procent).

Andel elever som klarat uppgiften	Antal uppgifter/kompetenser
0–49 procent	5 A 10 B
50–79 procent	4 A 1 P 9 B
80–100 procent	12 A 1 P

Eleverna verkar ha svårigheter med begreppskompetens, då det har gått dåligt på drygt 50 procent av dessa uppgifter. Det har dessutom inte gått riktigt bra på någon begreppsuppgift. Tre av lärarna ger uttryck för kompetensen, men den förekommer i mycket liten utsträckning eller inte alls i lärarproven. Räknar man bort aritmetikuppgifterna i Guns prov finns det dock en betydande andel uppgifter som testar begreppskompetens där. Eventuellt bedöms begreppskompetens också på andra sätt av lärarna.

Algoritmuppgifterna klarar eleverna å andra sidan av bra. Då diagnoserna behandlar olika matematiska begrepp tyder detta på att eleverna har en ytligare begreppsförståelse. Denna ytliga förståelse räknas här inte som begreppskompetens. Algoritmkompetens, i form av ytlig begreppsförståelse, verkar i intervjuerna betonas mer än begreppskompetens av lärarna. Dock är det framför allt tabellkunskaper som lärarna betonar när de ger uttryck för ren algoritmkompetens.

Sammanfattning och diskussion

Sammanfattningsvis tyder resultaten på att det inte finns något självklart samband mellan de kompetenser lärare betonar och bedömer och de kompetenser eleverna klarar i Diamant, det vill säga mellan enacted och learned curriculum. När det gäller aritmetikdiagnoserna verkar förhållandet snarare vara omvänt. Det skulle dock kunna finnas ett samband när det gäller geometri och mätning, eftersom eleverna tydligt klarar av algoritmkompetens bättre än begreppskompetens. Detta gäller naturligtvis endast om studiens lärare är representativa för lärare i årskurs 1–3 i Uppsala kommun, vilket inte kan garanteras.

Om resultaten varit entydiga hade vi kanske kunnat bidra med en hypotes om ett samband, men vi anser att resultaten är för motsägelsefulla för att vi ska kunna göra detta. Det är naturligtvis möjligt att de faktorer studien har fokuserat kan påverka elevernas lärande, men att detta samspelar med andra faktorer. Det skulle till exempel kunna vara vilket

undervisningsinnehåll (area, subtraktion med tiotalsovergång och så vidare) läraren väljer och hur detta organiseras och presenteras.

7.4 Avslutande diskussion

Studiens tydligaste resultat är ett stort fokus på algoritmkompetens hos lärarna, främst ren sådan, men även i kombination med andra kompetenser. Detta visar sig hos alla lärare, både i utsagor och i deras skriftliga prov.

Betoningen av algoritmkompetens stämmer väl överens med den tidigare forskning som presenterats, åtminstone om man tolkar faktakunskaper och färdigheter som algoritmkompetens. I enlighet med den definition av kunskapsbegreppet som presenteras i avsnitt 2.1 menar vi att detta är en rimlig tolkning. Studiens resultat antyder därmed att de mönster som visat sig i andra ämnen och årskurser även finns i matematikämnet i årskurs 1–3. Boesen (2006a, s. 14) menar att betoningen av imitativa resonemang (som kan liknas vid algoritmkompetens) bland annat kan bero på en begränsad medvetenhet hos lärarna. I vår studie tycks dock vissa av lärarna ha en relativt bred kunskapssyn, men det avspeglas inte så tydligt i de skriftliga lärarproven.

När det gäller förutsättningarna för bedömning av olika matematiska kompetenser kan konstateras att såväl de skriftliga lärarproven som Diamantdiagnoserna har ett relativt smalt fokus, vilket innebär att förutsättningarna för att få syn på olika matematiska kompetenser begränsas. Det är visserligen möjligt att lärarna bedömer andra kompetenser än dem som förekommer i deras prov på andra sätt. Det får ändå ses som problematiskt att lärarproven har ett så smalt fokus, då de ger en annan möjlighet till dokumentation än exempelvis muntliga bedömningsformer. Detta torde göra det lättare för läraren att jämföra elever eller att gå tillbaka och se hur eleven har utvecklats över tid.

I intervjuerna framkommer att lärarna har en mer eller mindre bred kunskapssyn, vilket borde påverka vilka kompetenser som förekommer i deras skriftliga prov. Resultaten pekar dock på att lärares kunskapssyn inte alltid framkommer i lärarproven. Inte heller alla kompetenser som förekommer i Diamantdiagnoserna framkommer tydligt i lärarproven, vilket påvisar en bristande överensstämmelse mellan intended och enacted curriculum. Dock uppvisar Kerstins och Guns prov en större överensstämmelse både med deras kunskapssyn och med intended curriculum, vilket kan antyda ett möjligt samband mellan lärares arbetserfarenhet och deras förmåga att implementera intended curriculum och sin kunskapssyn. Således har de fyra lärarna något skilda förutsättningar att bedöma de olika matematiska kompetenserna.

Enligt ovanstående tycks det finnas en viss diskrepans mellan lärarnas skriftliga prov och Diamantmaterialet. Möjligtvis finns här likheter med den diskrepans Boesen (2006a) påvisar mellan lärarkonstruerade prov och nationellt utformade prov. Även Törnvall (2001) pekar på en bristande överensstämmelse mellan intended och enacted curriculum, då proven har ett smalare fokus än läroplanens mål.

Troligtvis är valet av läromedel och prov en viktig faktor när det gäller vilka kompetenser som förekommer i lärarproven. Exempelvis är det *Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2* som skapar bredden av kompetenser i Guns prov. Vidare har de lärare som använder läromedlet *Mästerkatten* (Öreberg) nästan uteslutande rent algoritmiska uppgifter i sina prov, medan de lärare som använder *Matte Direkt Safari* (Falck, Picetti & Elofsdotter Meijer, 2008a) har en större andel algoritmiska modelleringsuppgifter.

För att bredda lärares kunskapssyn och utveckla deras förmåga att implementera denna i undervisningen kan eventuellt fortbildningsinsatser vara till hjälp. Lärare kan exempelvis få verktyg för att få syn på olika matematiska kompetenser och för att analysera läromedel och annat undervisningsmaterial i ljuset av detta. Kanske behöver man skapa mer tid till sådant arbete på skolorna.

Boesen (2006a) menar att en möjlig förklaring till elevers svårigheter i de nationella proven kan vara att de har mött få uppgifter som kräver kreativa resonemang (vilket kan liknas vid uppgifter av problemlösningsskaraktär). Resultaten av vår studie tyder inte på något uppenbart samband mellan enacted curriculum i form av skriftliga lärarprov och learned curriculum i form av elevernas resultat på Diamant. Det är dock mycket svårt att uttala sig om detta då studien bygger på ett litet material.

Vi vill poängtera att våra resultat inte ska ses som någon kritik mot lärarna. Om betoningen på algoritmkompetens går ut över andra kompetenser kan detta bero på flera olika saker, till exempel otydliga nationella och lokala styrdokument, bristfälligt utformade läromedel samt avsaknad av relevant fortbildning. Det är också möjligt att lärarna använder andra bedömningsformer än skriftliga prov. Även om resultaten av studien inte kan generaliseras till alla lärare i årskurs 1–3, påvisar de vissa intressanta förhållanden som kan undersökas vidare. Det är därmed upp till kommande studier att ytterligare undersöka de frågor som har dykt upp under detta arbete.

7.4.1 Förslag till vidare forskning

Eftersom denna studie bygger på ett litet urval av lärare och prov är det intressant att göra en liknande, men generaliserbar studie, som undersöker sambanden mellan intended, enacted och learned curriculum. Resultaten skulle bli mer tillförlitliga med ett större material och fokus på fler bedömningsformer än enbart skriftliga prov.

I föreliggande studie visar det sig att lärarna har olika bred kunskapssyn med avseende på matematiska kompetenser. Det kan därför vara angeläget att undersöka vad som formar lärares kunskapssyn. Det vore också intressant att se om den stora betoningen av algoritmkompetens är ett generellt mönster i tidiga skolår och i så fall varför det är på detta sätt. I detta sammanhang kan det vara givande att även titta på andra delar av enacted curriculum, till exempel läromedlens utformning. I våra resultat kan man ana ett samband mellan å ena sidan lärarnas ålder, utbildningsperiod och använt läromedel och å andra sidan vilka kompetenser som förekommer i deras prov. Vid en större studie skulle dessa möjliga samband kunna undersökas vidare.

Det kan också vara av intresse att mer djupgående studera hur lärare tolkar intended curriculum och hur detta i sin tur tar sig uttryck i enacted curriculum. Vår studie har studerat likheter och skillnader mellan dessa nivåer, men kan inte bidra med några säkra slutsatser eller förklaringar, varför det vore angeläget att studera bakomliggande mekanismer. Exempelvis skulle man kunna undersöka om det förekommer ett samband mellan lärares arbetserfarenhet och deras förmåga att implementera sin kunskapssyn och intended curriculum, något som vi tycker oss ana i denna studie. Vi har också visat att valet av prov och diagnosmaterial kan ha betydelse för vilka kompetenser som kan bedömas, vilket väcker frågan om hur lärarna resonerar när de gör dessa val.

Slutligen skulle kommande studier kunna undersöka om det förekommer ett samband mellan de matematiska kompetenser lärare betonar i sin bedömning och elevernas lärande, det vill säga mellan enacted och learned curriculum. Föreliggande studie tyder inte på något sådant samband, men för att utesluta eller säkerställa ett samband måste en större och generaliserbar göras.

8. Referenslista

- Andersson, J. & Vernersson A. (2008). *Läromedelsprovets spegling av styrdokumentet ur ett matematiskt kompetensperspektiv*. Examensarbete lärarprogrammet, Högskolan i Halmstad, Sektionen för lärarutbildningen.
- Boesen, J. (2006a). *Assessing mathematical creativity. Comparing national and teacher-made test, explaining differences and examining impact*. Doctoral thesis no. 34, Umeå university, Department of Mathematics and Mathematical Statistics.
- Boesen, J. (2006b). *The National Course Tests' Impact on Teachers' Written Classroom Assessment*. Research Reports in Mathematics Education (No. 4). Umeå: Mathematics.
- Boesen, J. (2006c). *Why emphasise imitative reasoning? Teacher made tests*. Research Reports in Mathematics Education (No. 3). Umeå: Mathematics.
- Boesen, J., Lithner, J., & Palm, T. (2005). *The relation between test task requirements and the reasoning used by students: An analysis of an authentic national test situation*. Research Reports in Mathematics Education (No. 4). Umeå: Mathematics.
- Bergström, G. & Boréus, K. (2005). Samhällsvetenskaplig text- och diskursanalys. I: G. Bergström & K. Boréus (Red.), *Textens mening och makt. Metodbok i samhällsvetenskaplig text- och diskursanalys* (2:a uppl.). Lund: Studentlitteratur.
- Boréus, K. & Bergström, G. (2005). Innehållsanalys. I: G. Bergström & K. Boréus (Red.), *Textens mening och makt. Metodbok i samhällsvetenskaplig text- och diskursanalys* (2:a uppl.). Lund: Studentlitteratur.
- Esaiasson, P., Gilljam, M., Oscarsson, H. & Wängnerud, L. (2007). *Metodpraktikan. Konsten att studera samhälle, individ och marknad* (3:e uppl.). Stockholm: Norstedts Juridik AB.
- Falck, P., Picetti, M. & Elofsdotter Meijer, S. (2008a). *Matte direkt safari*. Läromedelsserie. Stockholm: Bonnier Utbildning AB.
- Falck, P., Picetti, M. & Elofsdotter Meijer, S. (2008b). *Matte direkt safari 1A* (elevbok) (1:a uppl.). Stockholm: Bonnier Utbildning AB.
- Falck, P., Picetti, M. & Elofsdotter Meijer, S. (2008c). *Matte direkt safari 1B* (elevbok) (1:a uppl.). Stockholm: Bonnier Utbildning AB.
- Falck, P., Picetti, M. & Elofsdotter Meijer, S. (2008d). *Matte direkt safari 3A* (elevbok) (1:a uppl.). Stockholm: Bonnier Utbildning AB.
- Halltorp, M. & Persson, E. (2009). *Matematiska kompetenser: En studie av hur en lärobok i matematik A speglar styrdokumentet*. Examensarbete lärarprogrammet, Högskolan i Halmstad, Sektionen för lärarutbildningen.
- Johansson, M. (2003). *Textbooks in mathematics education: A study of textbooks as the potentially implemented curriculum*. Licentiate Thesis, Luleå University of Technology, Department of Mathematics.

- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *Den kvalitativa forskningsintervjun* (2:a uppl.). Lund: Studentlitteratur AB.
- Korp, H. (2003). *Kunskapsbedömning – hur, vad och varför*. Stockholm: Myndigheten för skolutveckling/Fritzes.
- Kilpatrick, J. (1996). Introduction to section 1. I: A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Red.), *International handbook of mathematics education* (Vol. 4). Dordrecht: Kluwer.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., and Findell, B. (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics*. Washington D.C.: National Academy Press.
- Lantz, A. (2007). *Intervjumetodik* (2:a uppl.). Lund: Studentlitteratur.
- Lindqvist, S. (2003). *Elevers uppfattningar och upplevelser av bedömning i matematik i skolår 5*. Rapport från PRIM-gruppen nr 19, Lärarhögskolan i Stockholm, Institutionen för undervisningsprocesser, kommunikation och lärande.
- Löwing, M. (2009). "Elevers kunskaper i aritmetik – en kartläggning med utgångspunkt i Diamant-diagnoserna". *Nämnamnaren*. Nr 4 2009.
- Löwing, M. & Fredriksson, M. (2009). *Diamant: Diagnoser i matematik* (studiehandledning). Tillgänglig [online]: < [http://www.skolverket.se /content/1/c6/01/72/77/Diamant_webb.pdf](http://www.skolverket.se/content/1/c6/01/72/77/Diamant_webb.pdf)> [2010-01-06].
- Löwing, M. & Kilborn W. (2008a). *Beskrivning av diagnoserna*. Opublicerat dokument från Karin Stacksteg, utvecklingsledare inom Grundskolan, Vård & Bildning, Uppsala kommun.
- Löwing, M. & Kilborn W. (2008b). *Inledning*. Opublicerat dokument från Karin Stacksteg, utvecklingsledare inom Grundskolan, Vård & Bildning, Uppsala kommun.
- Löwing, M. & Kilborn W. (2009a). *Analys av resultaten på kommunnivå*. Opublicerat dokument från Karin Stacksteg, utvecklingsledare inom Grundskolan, Vård & Bildning, Uppsala kommun.
- Löwing, M. & Kilborn W. (2009b). *Inledning*. Opublicerat dokument från Karin Stacksteg, utvecklingsledare inom Grundskolan, Vård & Bildning, Uppsala kommun.
- Malmer, G. (1994) *Räkna och skapa 1*. Solna: Ekelunds förlag AB.
- Palm, T., Boesen, J., & Lithner, J. (2005). *The Requirements of Mathematical Reasoning in Upper secondary Level Assessments*. Research Reports in Mathematics Education (No. 5). Umeå: Mathematics.
- Palm, T., Eriksson, I., Bergqvist, E., Hellström, T., & Häggström, C. M. (2004). *En tolkning av målen med den svenska gymnasimatematiken och tolkningens konsekvenser för uppgiftskonstruktion*. Pm nr. 199, Umeå universitet.
- Rockström, B. & Lantz, M. *Matteboken*. Läromedelsserie. Stockholm: Bonnier utbildning AB.
- Selin, E. (2009). "Diamant: Matematikdiagnos med många sidor". *Handledarskap/grundskoletidningen*. 1/09.
- Skolverket (1996). *Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2*. Stockholm: Skolverket.

- Skolverket (1997). *Bildning och kunskap: särtryck ur läroplanskommitténs betänkande Skola för bildning (SOU 1992:94)*. Stockholm: Liber Distribution.
- Skolverket (2006). *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet: Lpo94*. Stockholm: Skolverket/Fritzes.
- Skolverket (2007). *Delredovisning av uppdrag att föreslå mål att uppnå och nationella prov i årskurs tre*. Dnr 73-2006:3393.
- Skolverket (2008a). *Allmänna råd och kommentarer: Den individuella utvecklingsplanen med skriftliga omdömen*. Stockholm: Skolverket/Fritzes.
- Skolverket (2008b). *Grundskolan: kursplaner och betygskriterier*. Stockholm: Skolverket/Fritzes.
- Skolverket (2008c). *Mål och nationella prov i årskurs 3*.
- Skolverket (2009a). *Aritmetik. A*. [Reviderad upplaga 2009.] Tillgänglig [online]: <http://www.skolverket.se/content/1/c6/01/72/77/Diagnos_Matematik_aritmetik_dec2009.pdf> [2010-01-06].
- Skolverket (2009b). *Att skriva skriftliga omdömen*.
- Skolverket (2009c). *Diamant: Diagnoser i matematik*. [Reviderad upplaga 2009.] Tillgänglig [online]: <http://www.skolverket.se/content/1/c6/01/72/77/Diagnos_Matematik_inledning_dec2009.pdf> [2010-01-06].
- Skolverket (2009d). *Geometri. G*. [Reviderad upplaga 2009.] Tillgänglig [online]: <http://www.skolverket.se/content/1/c6/01/72/77/Diagnos_Matematik_geometri_dec2009.pdf> [2010-01-06].
- Skolverket (2009e). *Mätning. M*. [Reviderad upplaga 2009.] Tillgänglig [online]: <http://www.skolverket.se/content/1/c6/01/72/77/Diagnos_Matematik_m%E4tning_dec2009.pdf> [2010-01-06].
- Ström, A. (2009). *Diamant – ett nytt diagnosmaterial i matematik*. Tillgänglig [online]: <<http://www.skolverket.se/sb/d/2739/a/15371>> [2009-11-26].
- Trost, J. (2005). *Kvalitativa intervjuer* (3:e uppl.). Lund: Studentlitteratur.
- Törnvall, M. (2001). *Uppfattningar och upplevelser av bedömning i grundskolan* (Pedagogiska-psykologiska problem, 677). Malmö högskola, Institutionen för pedagogik.
- Uppsala kommun. Statistiskt material från Karin Stacksteg, utvecklingsledare inom Grundskolan, Vård & Bildning, Uppsala kommun, 2009-12-08.
- Vetenskapsrådet (1990). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Tillgänglig [online]: <<http://www.codex.vr.se/texts/HSFR.pdf>> [2009-10-22].
- Öreberg, C. *Mästerkatten*. Läromedelsserie. Malmö: Gleerups utbildning AB.
- Öreberg, C. (2001). *Mästerkatten 1* (1:a uppl.). Malmö: Gleerups utbildning AB.
- Öreberg, C. (2002). *Mästerkatten 2* (1:a uppl.). Malmö: Gleerups utbildning AB.
- Öreberg, C. (2003). *Mästerkatten 4*. Malmö: Gleerups utbildning AB.

9. Bilagor

9.1 Bilaga 1

Exempel 1:

$$70 + 5 =$$

$$9/3 =$$

$$2 * 7 =$$

$$13 - 2 =$$

$$19 = 4 + \underline{\quad}$$

Dra streck mellan talen två och två. De ska vara tio tillsammans.

1 2 5 9 8 5 7 6 3 4

Kommentar: Dessa uppgifter testar talfakta och tabellkunskaper och räknas därför till kategorin algoritmkompetens.

Exempel 2:

Räkna på det sätt du tycker är bäst.

$$48 + 34 = \underline{\hspace{2cm}}$$

+			

Kommentar: I uppgiften ska eleven använda en inlärd lösningsprocedur, nämligen skriftlig huvudräkning eller uppställning. Uppgiften räknas därför till kategorin algoritmkompetens. (Exemplet är hämtat från *Matte Direkt Safari 3A* (Falck, Picetti & Elofsdotter Meijer, 2008d, s. 49).)

Exempel 3:

Hur långa är pennorna? Svara i hela cm.



Svar: a är _____ cm lång.



Svar: b är _____ cm lång.

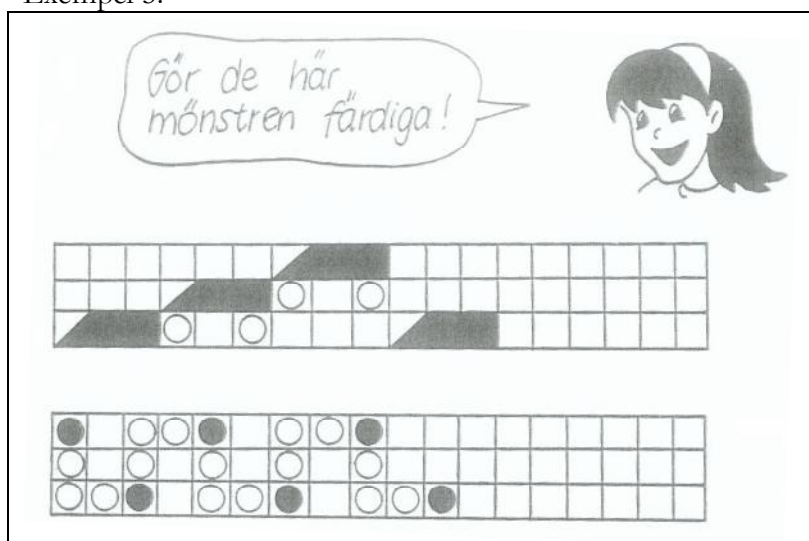
Kommentar: Denna uppgift kräver att eleven kan använda linjalen som hjälpmedel. Den kräver ingen djupare förståelse av begreppet mätning eftersom eleven kan använda en inlärd procedur. Uppgiften räknas därför till kategorin algoritmkompetens. (Exemplet är hämtat från Diamantdiagnos MLä1 (Skolverket, 2009e, s. 12).)

Exempel 4:

Josefin får 5 kr av sin mamma och 7 kr av sin pappa. Hur mycket är det tillsammans?

Kommentar: Uppgiften testar steg 1a och 2 i modelleringsprocessen. Denna typ av uppgift förekommer ofta i det granskade materialet och tillhörande läromedel, varför modelleringsarbetet blir av algoritmisk karaktär.

Exempel 5:



Kommentar: Eleven ska upptäcka mönster och dra en slutsats om hur de ska fullföljas. Uppgiften påvisar därför resonemangskompetens. Då eleverna i detta fall gjort liknande uppgifter tidigare, är uppgiften av algoritmisk karaktär. (Exemplet är hämtat från *Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2* (Skolverket, 1996).)

Exempel 6:

Vilka av de här figurerna är: (skriv nummer)

1)  2) 

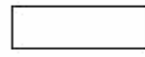
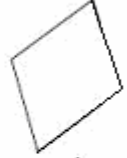
a) rektanglar? _____

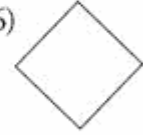
b) trianglar? _____

c) kvadrater? _____

d) romber? _____

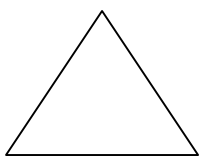
e) fyrhörningar? _____

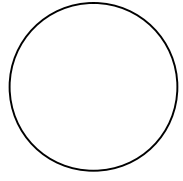
3)  4) 

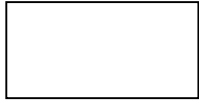
5)  6) 

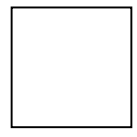
7)  8) 

b) Vad heter de geometriska figurerna? Dra streck.

 Triangel

 Kvadrat

 Cirkel



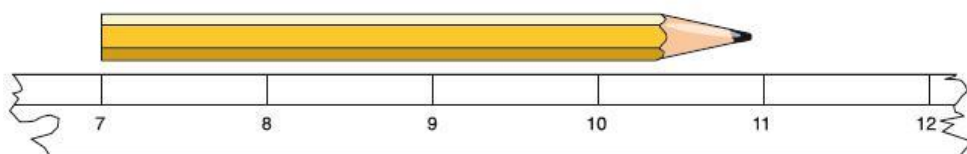
Kommentar: Uppgifter som testar ordkunskap kan tillhöra antingen kategorin problemlösningskompetens eller algoritmkompetens. Den översta uppgiften är av problemlösningskaraktär eftersom varje figur kan tilldelas mer än ett begrepp. Den kräver därmed en djupare förståelse för begreppen och räknas därför även till kategorin begreppskompetens. (Exemplet är hämtat från Diamantdiagnos MFo1 (Skolverket, 2009d, s. 10).) Den understa uppgiften är mindre komplex eftersom eleven kan använda uteslutningsmetoden, då varje figur bara ska tilldelas ett begrepp. Den kan sägas vara algoritmisk.

Exempel 7:

Förr i tiden använde man längdenheten 1 tum och mätte med tumstock.

En tum är så här lång: 

Din tumstock är trasig. Kan du ändå mäta hur lång pennan är, mätt i tum?



Svar: _____ tum.

Kommentar: Om eleven har en bristande förståelse för längdmätning och rutinmässigt läser av siffran där pennan slutar blir svaret fel. Uppgiften innehåller därmed en fallgrop och kräver därför en djupare begreppsförståelse. Den är också ovanligt formulerad. Uppgiften räknas utifrån detta till kategorierna begreppskompetens och problemlösningskompetens. (Exemplet är hämtat från Diamantdiagnos MLä1 (Skolverket, 2009e, s. 12).)

Exempel 8:



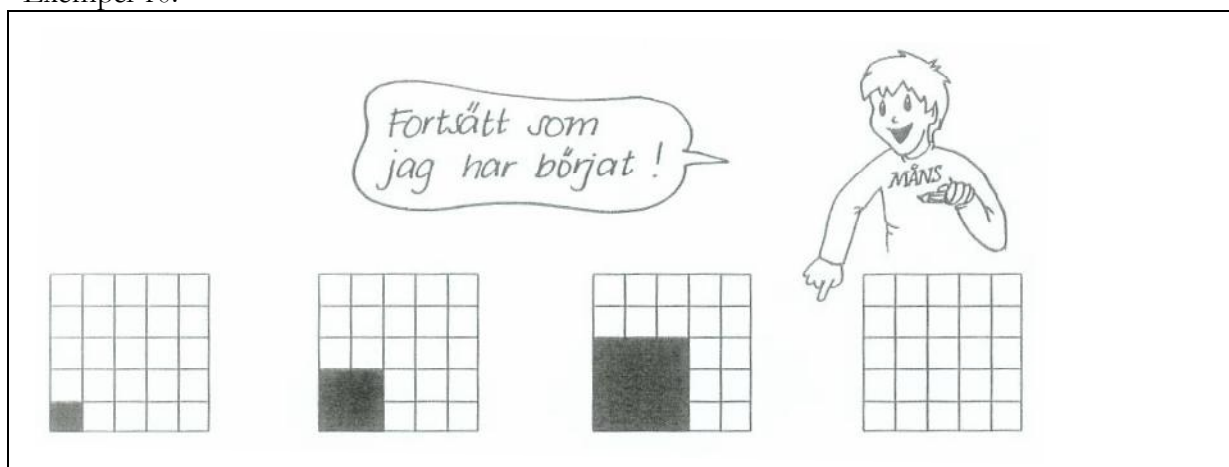
Kommentar: Uppgiften beskriver en utommatematisk situation, som eleven ska skapa en modell över. Den testar med andra ord steg 1a och 2 i modelleringsprocessen. Uppgiften kan sägas vara av problemlösningsskärakt, då eleven själv måste föreställa sig de två sidor av bassängen som inte visas. Den kräver därför också en fördjupad förståelse för hur omkretsen av en rektangel beräknas, vilket innebär att den även testar begreppskompetens. (Exemplet är hämtat från *Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2* (Skolverket, 1996).)

Exempel 9:

Vilka speciella egenskaper har en kvadrat?

Kommentar: Här måste eleven skriftligt eller muntligt förklara vilka egenskaper som kännetecknar en kvadrat, varför uppgiften testar elevens kommunikationskompetens. Den kräver också en fördjupad förståelse av begreppet kvadrat, då eleven inte bara ska kunna namnge det geometriska objektet, utan istället ange dess egenskaper. Uppgiften testar därmed också begreppskompetens och är av problemlösningsskäraktär.

Exempel 10:



Kommentar: Även denna uppgift kräver att eleven drar en slutsats utifrån ett mönster, men mönstret är nu av en annan typ än vad eleverna har mött i läromedlet (jämför exempel 5). Uppgiften räknas därför till kategorierna resonemangs- och problemlösningsskäraktens. (Exemplet är hämtat från *Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2* (Skolverket, 1996).)

Exempel 11:

Ali och Emma har löst den här uppgiften:

Ett staket har fem stolpar. Mellan varje stolpe är det två meter. Hur långt är staketet?

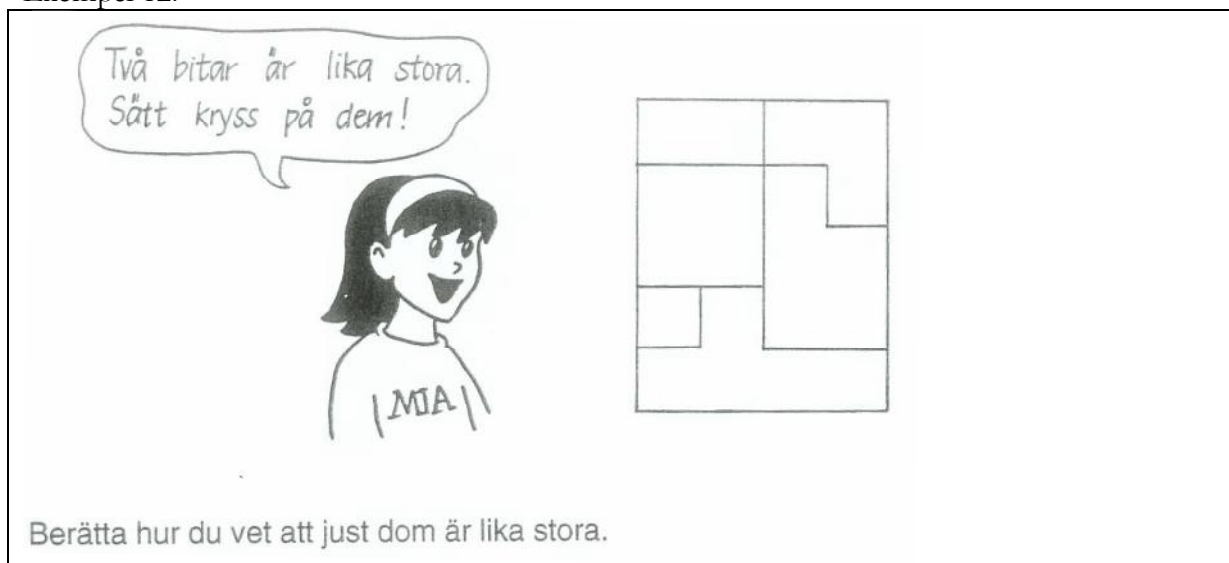
Alis lösning: $4 * 2 \text{ m} = 8 \text{ m}$

Emmas lösning: $5 * 2 \text{ m} = 10 \text{ m}$

Vem har fått rätt svar?

Kommentar: Här ska eleven kritiskt granska två lösningsmetoder för att kunna avgöra vilken som är korrekt. Uppgiften är troligtvis ovanlig för eleven och kräver därmed resonemangsskäraktens av problemlösningsskäraktär. Uppgiften kräver också att eleven kan välja vilken matematisk modell som beskriver situationen, vilket vi räknar till kategorin modelleringskompetens.

Exempel 12:



Två bitar är lika stora.
Sätt kryss på dem!

BERÄTTA HUR DU VET ATT JUST DOM ÄR LIKA STORA.

Kommentar: Uppgiften är komplex då det inte finns någon självklar procedur att använda sig av för att lösa den. Ingen liknande uppgift har återfunnits i materialet, varför den antagligen också kan betraktas som ovanlig för eleven. Uppgiften är därför av problemlösningsskaraktär. Vidare kräver uppgiften en förståelse för areamätning, eftersom det inte enkelt går att se vilka bitar som är lika stora, vilket innebär att uppgiften även testar begreppskompetens. Den kräver också att eleven gör ett ställningstagande och argumenterar för detta, vilket innebär både kommunikations- och resonemangskompetens. (Exemplet är hämtat från *Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2* (Skolverket, 1996).)

9.2 Bilaga 2

Hej!

Vi är två lärarstudenter som heter Hanna Skagerlund och Therese Vegerfors. Vi genomför nu vårt examensarbete med syftet att få veta mer om hur lärare bedömer elevers kunskaper i matematik. Vi kommer att genomföra intervjuer med fyra utvalda lärare samt titta på de prov och diagnoser som använts i matematikundervisningen. Vi vill därför fråga om Du kan tänka Dig att delta i vår studie.

Intervjuerna och insamlingen av proven/diagnoserna är tänkta att äga rum under vecka 48. Varje lärare kommer att intervjuas av Hanna, vilket beräknas ta ca en timme. För att kunna fokusera på samtalet och för att inte missa något väsentligt vore det bra om vi får spela in intervjun. I samband med intervjun kommer vi också att samla in de prov och diagnoser i matematik som Du har använt dig av under det senaste året. Observera att vi endast samlar in provuppgifterna, inte elevernas svar.

De inspelade intervjuerna kommer endast att vara tillgängliga för oss samt vår handledare och kommer bara att användas som underlag till vår studie. Namn, arbetsplats och allt annat som kan användas för att identifiera enskilda lärare kommer att uteslutas ur uppsatsen, vilket innebär en total anonymisering.

Vi vore mycket tacksamma om Du vill delta i vår studie. Deltagandet är dock frivilligt och Du kan när som helst avbryta din medverkan. Om Du bestämmer Dig för att delta får du gärna ge förslag på dagar och tider som passar. Vi kommer givetvis ut till Din arbetsplats om Du inte hellre vill träffa oss någon annanstans. Hör gärna av Dig om du har några frågor!

Tack på förhand!

Vänliga hälsningar

/Hanna Skagerlund och Therese Vegerfors

Hanna Skagerlund

E-mail: hanna.skagerlund.5574@student.uu.se

Tel: xxx-xxx xx xx

Therese Vegerfors

E-mail: therese.vegerfors.9092@student.uu.se

Tel: xxx-xxx xx xx

Handledare: univ.lektor Johan Prytz

Institutionen för didaktik, Uppsala Universitet

E-mail: johan.prytz@did.uu.se

Tel.: xxx-xxx xx xx

9.3 Bilaga 3

Uppvärmningsfrågor

- Beskriv din lärartjänst.
- Vilken utbildning/ämnesinriktning har du?
- När tog du din lärarexamen?
- Hur länge har du arbetat som lärare?
- Har du deltagit i någon fortbildning?
 - I så fall vilka/vilken?

Allmänt

- Är det något/några moment i matematikundervisningen som du tycker är viktigare än något annat? Motivera!
 - Vad består de momenten av? Vad innehåller de (vad för kunskaper)?
 - Vad innebär det?
 - Vad är det eleverna ska kunna då?
- Hur långt har dina elever kommit i matematik?
 - Vad har ni gått igenom?
- Vad betraktas som rutinkunskaper enligt dig?
 - Vad tycker du är viktigt att eleverna behärskar rutinmässigt?
- Vad är det som kännetecknar en framstående elev? Vilka kunskaper besitter han/hon?
- Vad använder du dig av för läromedel?
- Tar läromedlet upp det som eleverna ska lära sig tycker du?
- Hur tycker du att läromedlet speglar kursmålen?
 - Vilka typer av kunskaper tycker du inte speglas av läroböckerna?
- Hur använder du dig av läromedlet i matematikundervisningen?
- Vad tycker du om de nya målen för årskurs 3?
 - Vad är bra/mindre bra innehållsmässigt (olika kunskapsformer)? Motivera!

Bedömning – hur?

- Hur tar du reda på vad eleverna kan i matematik?
- Vilka metoder använder du? Berätta!
- I vilken utsträckning använder du de olika metoderna/tillvägagångssätten?
 - Vad använder du mest/minst?
- Berätta varför du använder dig av dessa tillvägagångssätt!
 - Tittar du på olika saker vid olika bedömningar? Berätta hur!
- Vilka aspekter av matematiken fokuserar du på när du skriver IUP (individuell utvecklingsplan) och skriftliga omdömen?

Diamantdiagnoser

- Vad har du för upplevelser av diamantdiagnoserna?
- Tycker du att diagnoserna behandlar det som är viktigt att bedöma? Motivera!
- Tycker du att något saknas i diagnoserna? I så fall vad? Förklara varför!
- Är det något du skulle vilja ha mer eller mindre av? I så fall vad? Förklara varför!

Kompetenser och kunskaper – vad?

- Vilka matematiska kunskaper/kompetenser behöver eleverna utveckla för att nå målen?
 - Vad innebär det?
 - Är det några som är extra viktiga?
- Vad ska eleverna kunna använda sina matematikkunskaper till?

Avslutningsfrågor

- Jag har inga fler frågor. Är det något du vill tillägga utöver det som redan sagts eller något som du vill fråga mig innan intervjun avslutas?

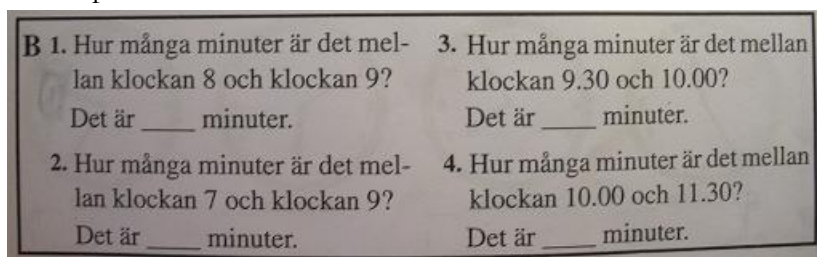
9.4 Bilaga 4

Exempel 1



Kommentar: Denna uppgift bedömds vara mer komplex än de uppgifter eleverna tidigare har mött i läromedlet, då dessa inte behandlar så många olika sorters sedlar samtidigt. (Exemplet är hämtat från *Mästerkatten 4* (Öreberg, 2003, s. 102).)

Exempel 2



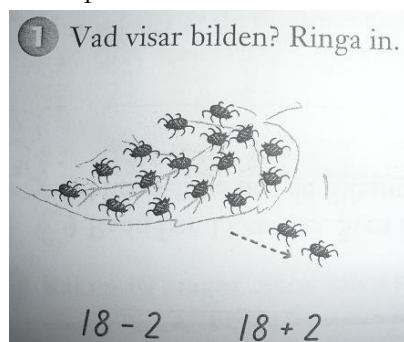
Kommentar: Här har de tre första uppgifterna bedömts vara algoritmiska, medan den sista uppgiften är av problemlösningsskaraktär. I anslutning till dessa uppgifter

finns en text där det anges att en timme är 60 minuter och att en halvtimme är 30 minuter.

Eleven löser därför troligtvis uppgifterna genom att först räkna ut tidsdifferensen i timmar och halvtimmar och sedan översätta detta till minuter. Att veta hur lång tid det är mellan två klockslag och att kunna översätta mellan timmar och minuter betraktas i detta fall som faktakunskaper.

Anledningen till att den sista uppgiften bedöms annorlunda än de övriga är att den kräver att eleven tänker både i timmar och i halvtimmar eller alternativt att det är tre halva timmar mellan klockan 10.00 och 11.30. Den är på detta vis något mer komplex. (Exemplet är hämtat från *Räkna och Skapa 1* (Malmer, 1994, A 63).)

Exempel 3



Kommentar: Eleven ska välja vilken av två matematiska modeller som passar till händelsen på bilden. Uppgiften är därmed en modelleringsuppgift. (Exemplet är hämtat från *Matte Direkt Safari 1B* (Falck, Picetti & Elofsdotter Meijer, 2008c, s. 104).)

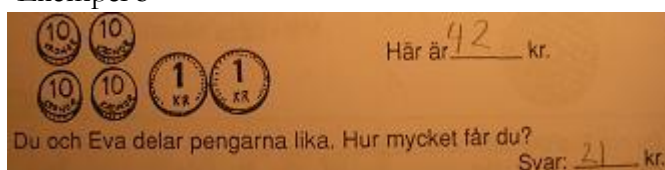
Exempel 4

Du har 20 kr och köper en glass för 12 kr.

Sedan har du kvar ____ kr.

Kommentar: Eleven löser troligtvis uppgiften genom att tänka $20 - 12 = 8$, varför den räknas som en modelleringsuppgift trots att eleven inte måste skriva ned det matematiska uttrycket. Då eleverna mött samma tankesätt i läromedlet har uppgiften bedömts vara algoritmisk.

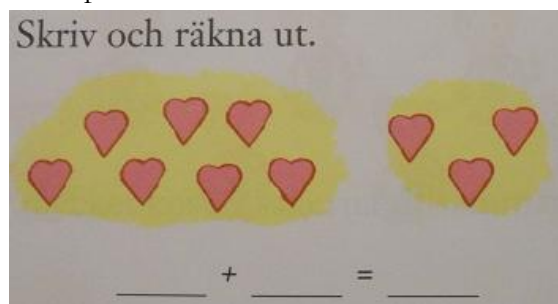
Exempel 5



Kommentar: Här har eleven en bild att utgå ifrån, vilket innebär att uppgiften enklast kan lösas genom att dela upp pengarna i två högar. Att kunna dela upp

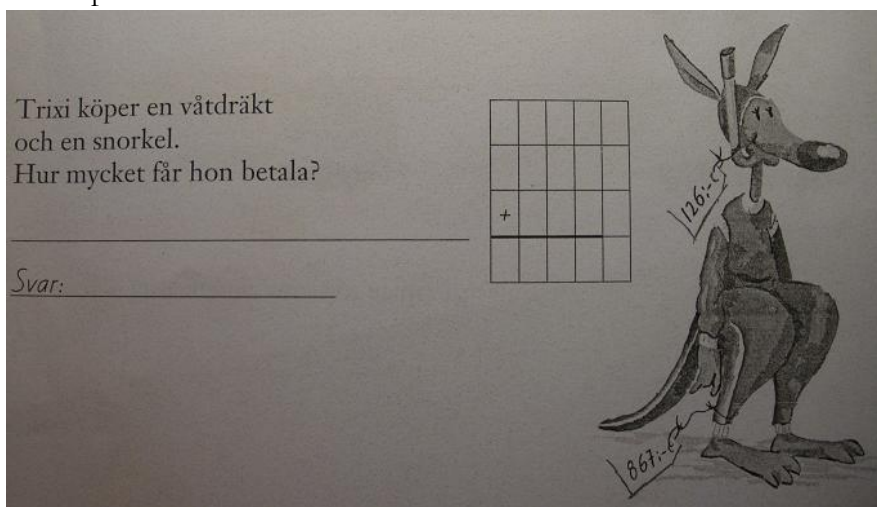
pengarna och sedan räkna hur många kronor som finns i en hög har bedömts vara kunskaper av algoritmisk karaktär. Den matematiska operationen blir i detta fall konkretiserad och behöver heller inte skrivas ned, varför bedömningen är att uppgiften inte testar modelleringskompetens.

Exempel 6



Kommentar: Eleven ska skapa en matematisk modell genom att räkna och fylla i antalet hjärtan på raderna. (Exemplet är hämtat från *Matte Direkt Safari 1A* (Falck, Picetti & Elofsdotter Meijer, 2008b, s. 100).)

Exempel 7



Kommentar: I denna uppgift är räknesättet givet, vilket gör det enkelt för eleven att skapa en matematisk modell som beskriver händelsen. (Exemplet är hämtat från *Matte Direkt Safari 3A* (Falck, Picetti & Elofsdotter Meijer, 2008d, s. 49).)

Exempel 8

Affe är 15 år. Olle är 7 år yngre. Hur gammal är Olle?

Kommentar: En vanlig subtraktionstanke i de genomgångna läromedlen är att man efterfrågar en skillnad, exempelvis åldersskillnaden mellan Anna som är 7 år och Pelle som är 9 år. I ovanstående uppgift vet man istället skillnaden från början och uppgiften kan därmed betraktas som omvänt formulerad. Någon liknande omvänd subtraktionsuppgift återfanns inte i läromedlet. Uppgiften bedömdes därför vara av problemlösningskaraktär. Vidare är det en modelleringsuppgift, då eleven måste skapa den matematiska modellen $15 - 7 = 8$. (Exemplet är hämtat från *Mästerkatten 4* (Öreberg, 2003, s. 77).)

Exempel 9

6.

Mia köpte två av sakerna i fönstret.
Nu har hon bara 3 kronor kvar.
Vad har Mia köpt?

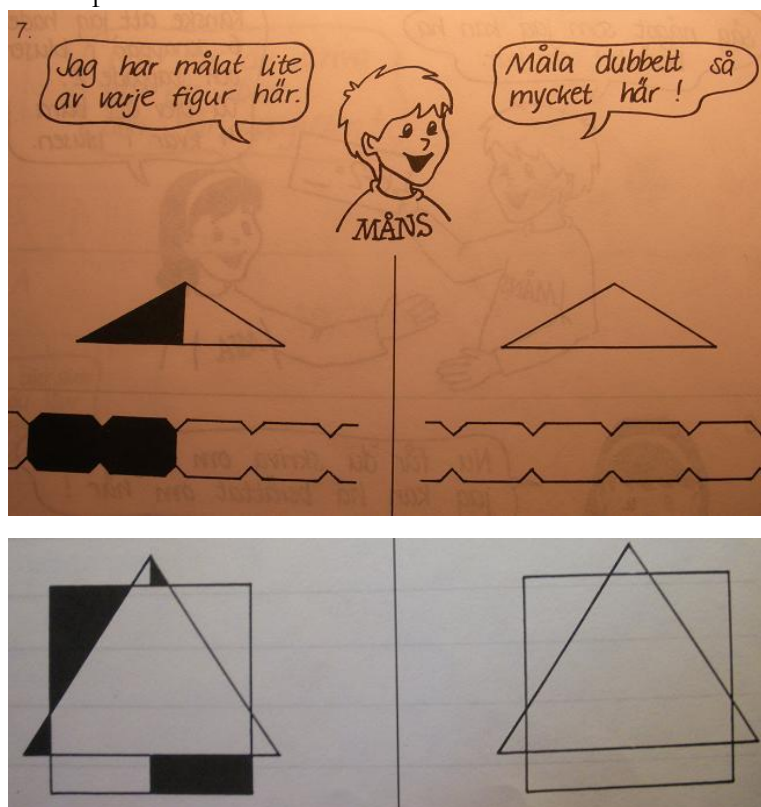
Rita eller skriv hur du löser uppgiften eller vilka knappar du trycker på!

Jag har 200 kronor!

MIA

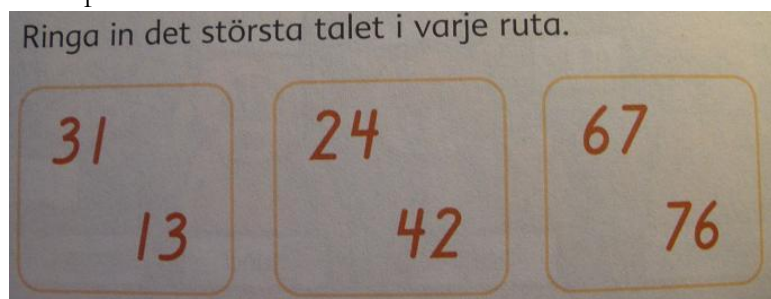
Kommentar: Denna uppgift påvisar modelleringskompetens och är av problemlösningskaraktär. Den bedöms dels vara komplex, då den kräver beräkningar i flera steg. Den är dessutom ovanligt formulerad, då frågeställningen är omvänd. Istället för att fråga efter vad de saker Mia har köpt kostar måste eleven prova sig fram för att komma fram till vad hon har köpt. (Exemplet är hämtat från *Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2* (Skolverket, 1996, s. 85).)

Exempel 10



Kommentar: De två översta uppgifterna betraktas som algoritmiska, då de kan lösas med en rutinprocedur, nämligen att måla så att det ser likadant ut på den andra sidan om symmetrilinjen. I den understa figuren är det inte lika lätt att tillämpa denna strategi, då den innehåller flera färgade fält på båda sidor om symmetrilinjen. Här krävs det därför en större förståelse för begreppet dubbelt. (Exemplet är hämtat från *Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2* (Skolverket, 1996, s. 68).)

Exempel 11

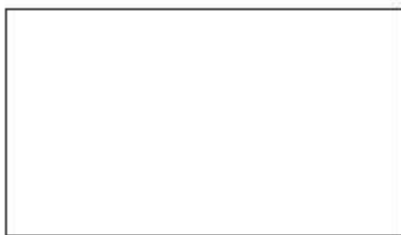


Kommentar: I denna uppgift vill konstruktören troligtvis testa om eleven förstår platsvärde, det vill säga att siffrorna har olika värde beroende på var i talet de står. Eleverna har inte jämfört tal på detta sätt tidigare i det kapitel

diagnosen tillhör. Valet föll ändå på att kategorisera uppgiften som algoritmisk, då den kan lösas med en enkel procedur, nämligen att jämföra siffrorna från vänster till höger. Eleven kan därmed lösa uppgiften utan en djupare förståelse för positionssystemet. (Exemplet är hämtat från *Mästerkatten 2* (Öreberg, 2002, s. 110).)

Exempel 12

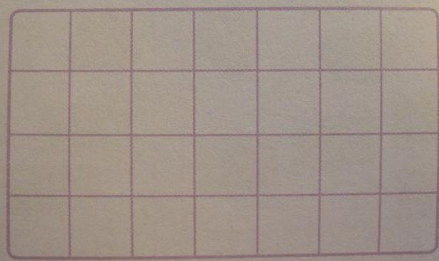
Mät sidorna och bestäm omkretsen av figuren.



Kommentar: Vid denna uppgift kan eleverna sannolikt tillämpa en rutinprocedur för beräkning av omkretsen, nämligen att mäta och addera sidornas längd. Uppgiften bedöms därför vara av algoritmisk karaktär. (Exemplet är hämtat från *Diamantdiagnos MLä2* (Skolverket, 2009e, s. 16).)

Exempel 13

Rita en rektangel med omkretsen 12 cm.



Kommentar: Denna uppgift kräver att eleven måste tänka baklänges från en given omkrets, vilket i vanliga fall skulle placera den i kategorin begreppskompetens. I detta fall har eleverna emellertid mött flera liknande uppgifter i läromedlet, där rektanglar ska ritas utifrån en given omkrets. Uppgiften är därmed inte ovanlig för eleven och denne kan förväntas ha tillägnat sig en användbar strategi för att lösa uppgiften. (Exemplet är hämtat från *Mästerkatten 4* (Öreberg, 2003, s. 102).)

Exempel 14



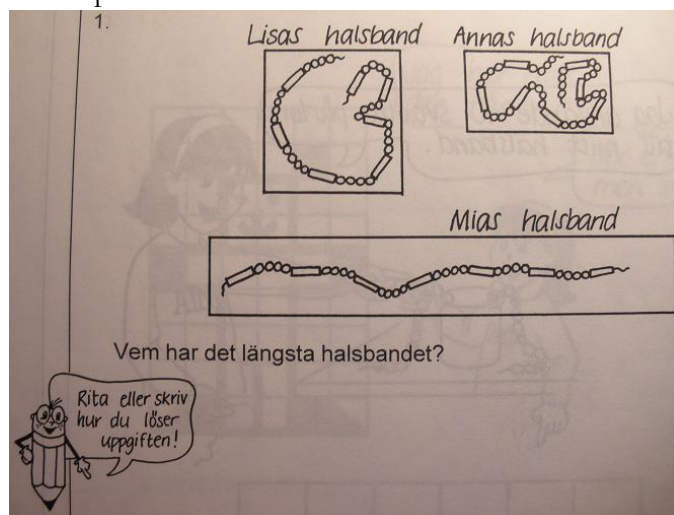
Kommentar: I denna uppgift ska eleven skapa en situation utifrån en given matematisk modell. Denna typ av uppgifter var ovanliga i det läromedel som användes. Vidare är uppgiften av öppen karaktär, då den går att lösa på olika sätt. Uppgiften bedöms kunna påvisa begreppskompetens gällande innebörden av addition. (Exemplet är hämtat från *Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2* (Skolverket, 1996, s. 67).)

Exempel 15



Kommentar: Det vanligaste sättet att lösa denna uppgift var vid utprovningen att teckna det matematiska uttrycket $8 + 8 = 16$. Uppgiften har därför kategoriserats som en modelleringsuppgift, även om det också förekom att en del elever ritade åtta frimärken två gånger (s.15). (Exemplet är hämtat från *Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2* (Skolverket, 1996, s. 65).)

Exempel 16



Kommentar: De lösningsexempel som presenteras visar hur eleverna beskriver sitt tänkande i ord. Eftersom eleven på detta sätt argumenterar för sitt beslut påvisar uppgiften såväl kommunikations- som resonemangskompetens. (Exemplet är hämtat från *Diagnostiskt material i matematik: Skolår 2* (Skolverket, 1996, s. 64).)

Exempel 17

1

Fatima är 5 år. Hur gammal är Fatima om 4 år?

_____ = _____

Svar: _____

2

Tobias är 9 år. Hur gammal var Tobias för 6 år sedan?

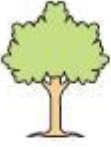
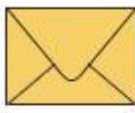
_____ = _____

Svar: _____

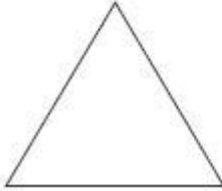
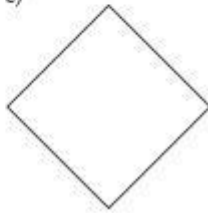
Kommentar: I dessa uppgifter ska eleverna välja rätt räknesätt och göra en uträkning. Eleven skapar på så vis matematiska modeller över de beskrivna situationerna. (Exemplen är

Exempel 18

1 Vilka av följande figurer är symmetriska?
Sätt en ring runt de figurer som är symmetriska.

a)  b)  c)  d) 

2 Om man viker en figur över en symmetrilinje så kommer figurens två halvor att täcka varandra. Vissa figurer har flera symmetrilinjer.
Rita in alla symmetrilinjer som finns i dessa figurer.

a)  b)  c) 

Kommentar: Den översta uppgiften kräver att eleven kan se vilka av figurerna som är symmetriska, men eleven måste inte kunna förklara vad symmetri är eller varför figurerna är symmetriska. I den undre uppgiften måste eleven å andra sidan påvisa en egenskap som finns hos symmetriska figurer, nämligen symmetrilinjer. Varje figur kan också tilldelas flera symmetrilinjer, vilket gör uppgiften något komplex. I detta fall har den översta uppgiften bedömts vara algoritmisk, medan den understa antas vara av problemlösningsskäraktär och kunna påvisa begreppskompetens. (Exemplen är hämtade från Diamantdiagnos GSy (Skolverket 2009d, s. 5).)

Exempel 19

Dela upp talen.

2

+

+

+

3

+

+

+

+

Kommentar: Eftersom eleven ska dela upp talen på olika sätt är deluppgifterna beroende av varandra. Uppgifterna har därmed räknats som två och inte som sju olika uppgifter. Dessa uppgifter har kategoriserats som algoritmiska, eftersom eleverna mött sju liknande uppgifter i läromedlet. (Exemplet är hämtat från *Mästerkatten 1* (Öreberg, 2001, s. 21).)

