

Taluppfattning och allsidiga räknefärdigheter

*Handbok med förslag och råd till lärare för att
kartlägga, analysera och åtgärda elevers
svårigheter och begreppsliga missuppfattningar
inom området tal och räkning*

Handboken med åtföljande test har utvecklats genom ett
samarbete mellan NCM, NSMO och Alistair McIntosh.

Alistair McIntosh

Professor emeritus, University of Tasmania Australien



Nya vägar i räkneundervisningen
*Lära och undervisa matematik –
internationella perspektiv (2006)*



Mental computation of school-aged
students: Assessment, performance
levels and common errors
google.se, Alistair McIntosh, mathematics.

Perspektiv på Number sense och
taluppfattning *ncm.gu.se, Strävorna*

Innehållet i handboken bygger på forskning och beprövad erfarenhet.

- *Ett stöd för att visa på vidden och progressionen i arbetet med tal i grundskolan.*
- *En hjälp för lärare att kartlägga, analysera och åtgärda missuppfattningar och svårigheter som eleven ger uttryck för.*
- *Ett stöd för läraren att undvika att skapa missuppfattningar genom sin undervisning. Förebyggande insatser är centrala!*

Generella ståndpunkter

- Alla elever möter svårigheter och skapar missuppfattningar när de lär sig matematik. en del gör det mera sällan, andra gör det allt för ofta.
- Fel som beror på dålig begreppsförståelse är sällan slumpartade. De är resultatet av att eleven försöker förstå och använda logik som inte passar i situationen.
- Missuppfattningar grundar sig ofta i bristande erfarenheter eller olämplig undervisning.
- Det ska finnas utrymme för att memorera viktiga fakta, till exempel grundläggande multiplikationsfakta, men skall då bygga på god taluppfattning och kunskap om sambanden till andra fakta som gör det möjligt att härleda fakta som glömts bort eller inte framträder snabbt och säkert.



- *Matematik kan ses som ett nätverk av sammanlänkade begrepp, idéer, fakta och processer. Arbetet med tal och räkning är mycket rikt på sådana samband. Forskning visar att lärare kan vara riktigt effektiva när de medvetet kopplar samman det kunnande som eleven ska utveckla med det eleven redan kan och när det förankras i elevernas verklighet och hur det används i skolan.*

Taluppfattning, f-klassen – årskurs 9

- *Översiktstest och utvärderingsschema*
- *Stöd för tolkning av enskilda test på respektive nivå*
- *Stöd för uppföljande intervjuer*
- *Exempel på vanliga missuppfattningar och svårigheter*
- *Bakgrunden till problemen*
- *Allmänna och specifika förslag för undervisningen.*



Tre Stråk med 22 områden

Talförståelse

Räkneord

Räkna

Positionsvärde

Decimaltal

Bråk

Relationer mellan bråk, procent och decimaltal

Negativa tal

Skattning

Förståelse för operationer med tal

Representationer – textuppgifter/ symboler – addition och subtraktion,

Representationer – textuppgifter/symboler - multiplikation och division,

Multiplikation med tal som är mindre än ett

Användning av parenteser

Välja relevant beräkningssätt.

Räkna

Grundläggande tabellkunskaper, addition, subtraktion

Grundläggande tabellkunskaper, multiplikation och division

Generalisering av grundläggande tabellkunskaper

Huvudräkning, addition och subtraktion

Huvudräkning, multiplikation och division

Skriftliga räknemetoder, addition och subtraktion

Skriftliga räknemetoder, multiplikation och division

Användning av miniräknare

Undervisning och lärande

*Befäster och återkopplar
idéer och färdigheter som
grund för fortsatt lärande*

*laborativt material
samtal, tänkande*



*översättningar mellan
inre representationer och
matematiska symboler*

*inre representationer,
mentala operationer*



Test 3, lärarversion



Instruktion

- Inled med huvudräkningsuppgifterna, nr 18–26. Läs exemplen men skriv inga tal. Eleverna skriver enbart svaren. Tillåt upp till 10 sek betänketid för var och en av de uppgifterna.
 - Läs uppgifterna för klassen eller den/de elever som behöver hjälp. Undvik att läsa tal eller att förklara.
 - Betona ordet “ungefär” i uppgift 11. Förklara att vi inte söker ett exakt svar.
 - Siffran till höger inom parentes anger det kapitel i delen Tal och räkning där problemtypen behandlas vidare.
 - Grön färg anger korrekt svar.
- 

1 Fortsätt talmönstret. (2)
26, 27, 28, 29, 30, 31

2 Fortsätt talmönstret. (2)
54, 53, 52, 51, 50, 49

3 Fortsätt talmönstret. (2)
96, 97, 98, 99, 100, 101

4 Fortsätt talmönstret. (2)
3, 5, 7, 9, 11, 13

5 Fortsätt talmönstret. (2)
52, 54, 56, 58, 60, 62

6 Fortsätt talmönstret. (2)
5, 10, 15, 20, 25, 30

-
- 8 Använd alla de fyra siffrorna 4, 7, 3, 9 för att göra två tal mellan femtio och etthundra. (3)

Antingen 74 och 93 eller 73 och 94.

-
- 9 Vilket tal kommer närmast före sexhundra, när man räknar? (3)

599

-
- 10 Oscar föddes 2007. Vilket år fyller han hundra år? (3)

2107

- 11 Ungefär vilket tal pekar pilen på? (8)



Vilket tal som helst mellan 60 och 80.

- 12 Stig har femton kulor och ger två till Kalle. Gör en ring om det räkneexempel som passar till räknehändelsen. (9)

$2 + 15$

$2 - 15$

$15 + 2$

$15 - 2$

23 $120 - 50$ Svar: **70** (16)

24 $3 + 8 + 7$ Svar: **18** (18)

25 $13 + 18$ Svar: **31** (18)

26 Dubbelt så mycket som 15
Svar: **30** (19)

Lös följande uppgifter skriftligt.

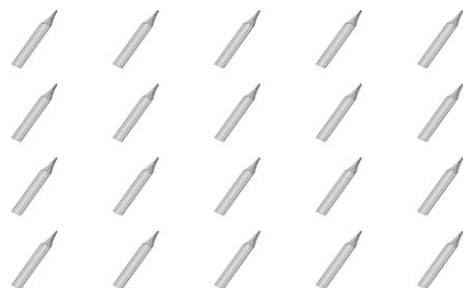
27 $32 + 26$ Svar: **58** (20)

Sammanställning översiktstest Taluppfattning nivå 3

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

Karin	/	/	/	/	/	/	/	/	/		/	/	/	/	0		0	/	/
Ebba	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/		/	/	0
Viktor	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/		/		/	/
Gustav	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/		/	0	/	/
Lina	/	/	/	/	/	/	/	0	/	0	/	/	/	/	/	/	/	/	/
Nadja	/	/	/	/	/	/	/	0	/	/	/	/		/		0	/	/	/
Senad	/	/	/	0	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	0	/		/	/
Amanda	/	/ ₁₆	/ ₁₆	/ ₁₄	/ ₁₄	/ ₁₅	/ ₁₆	0 ₁₁	/ ₁₅	/ ₁₁	/ ₁₆	/ ₁₂	0 ₁₃	/ ₁₆		/	/	/	/
Antal korrekta svar	16	100	100	88	88	94	100	69	94	69	100	75	81	100	53	102	125	1600	1594
— 1 %																			
Huvudsektion Relevanta undersektioner	2 _{2.4}	2	2	2	2	2	3	3	3	3	8	9	9	9	10	10 _{3.1 10.2}	10	14	14 _{14.1 14.2}

- 15 Skriv en multiplikation som visar hur många pennor det finns på bilden. (10)



$5 \cdot 4 = 20$ eller
 $4 \cdot 5 = 20$

- 16 Olle har lagt tegelstenar i högar. Hur många högar med 3 i varje har han lagt? (10)



4

- 17 Det står fem godisskålar i skåpet. I varje skål ligger femton karameller. Vilket räkneexempel berättar om hur många karameller det finns? Gör en ring om det svar du tycker stämmer. (10)

$5 + 15$

$15 - 5$

$5 \cdot 15$

$5 + 5 + 5 + 5 + 5$

Kommentarer

- Uppg. 15 Att formulera ett rimligt räkneexempel som passar till en given bild, tyder på god förståelse av funktionen. Elever som är ovana vid denna aktivitet kan uppfatta den som svår. Ett additionsexempel ($5+5+5+5=20$) visar inte att eleven förstår sambandet mellan mönstret i bilden och multiplikation.
- Uppg. 16 Ser eleven bilden som fyra grupper, inte bara som 12 enskilda stenar? Förmågan att se en samling av objekt som ett objekt och som kan räknas som ett, kan ses som en kritisk punkt för såväl multiplikation som positionsvärde.
- Uppgift 17 Uppfattar eleven sambandet mellan en räknehändelse och den formella skriftliga formen? Denna uppgift skiljer avsiktligt mellan förmåga att känna igen operationen från förmågan att göra beräkningen.

Översiktstesten leder till frågor

- Varför gör eleven särskilda misstag?
- Vilka bakomliggande faktorer finns i form av missuppfattningar eller bristande kunskaper?
- Vilken typ av åtgärder behöver eleven?
- Vad leder detta till för min undervisning?



Intervjun

"Eleven ska få möjlighet att visa och förklara så att läraren kan försöka förstå vad som sker inne i elevens huvud när hon löser problem"

L: Om du skulle förklara vad multiplikation är för någon som inte förstår det – hur skulle du göra då?

E: Jag skulle säga att det är plus många gånger. Tex $3+3+3+3$.

L: Om du skulle säga det med multiplikation, hur skulle du säga då?

E: Fyra gånger tre.

L: Skulle du kunna visa den multiplikationen på något sätt?

E: Ja, på tallinjen.

L: Skulle du kunna visa med hjälp av markörerna också?

E: Ja, så här.

L: Vilken multiplikation har du lagt?

E: Fyra gånger tre.

L: Hur mycket är fyra gånger tre?

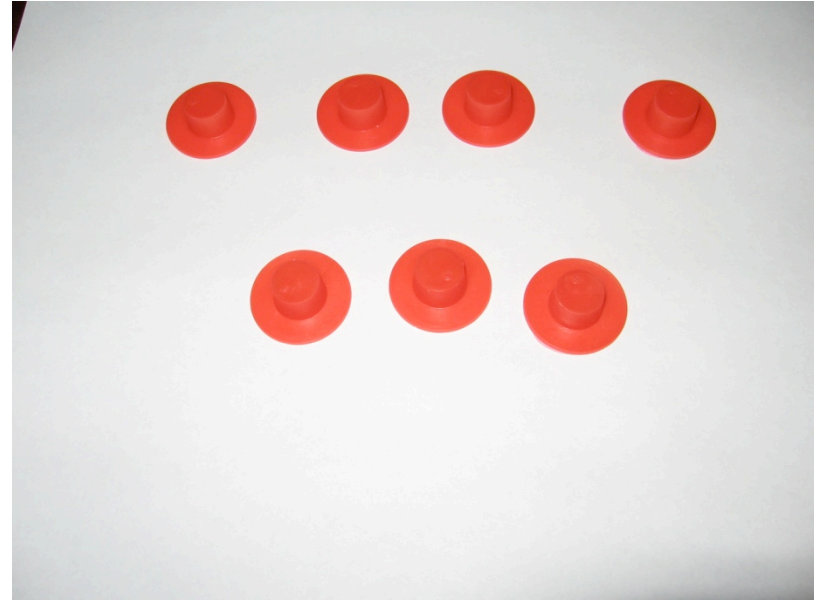
E: Tolv.

L: Kan man se det?

E: Hm, då fattas det fem. Nej, jag skulle inte visa med markörer!

L: Hur tänkte du när du lade markörerna just så här?

E: Jag tänkte fyra gånger tre liksom – istället för siffror, om du förstår.

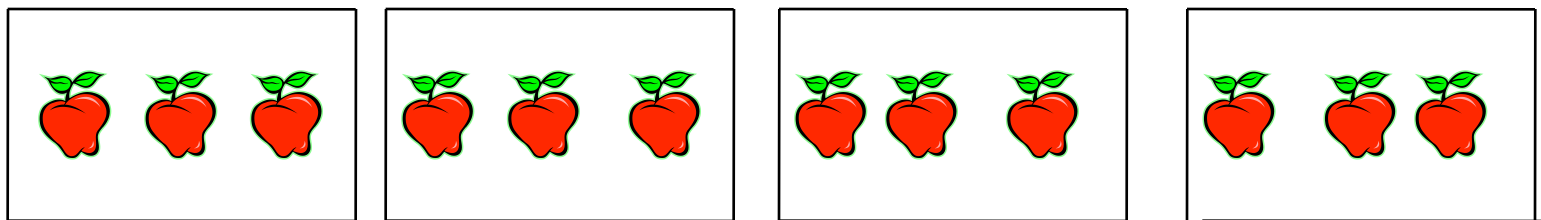


Exempel på svårigheter och missuppfattningar

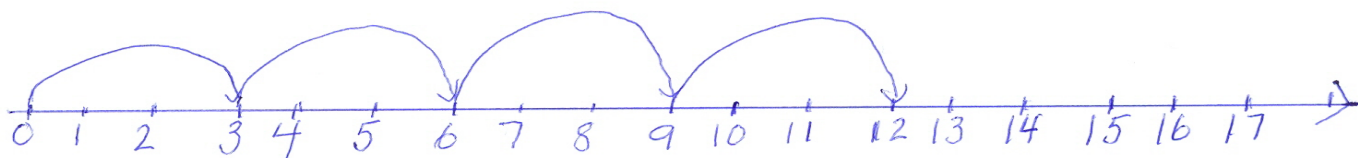
- eleven uppfattar inte en grupp av objekt som en enhet (*jfr ett tiotal, ett hundratal etc.*)
- känner inte till vad multiplikationstecknet betyder
- eleven uppfattar inte att multiplikation representerar situationer där lika stora mängder adderas successivt
- eleven har en begränsad uppfattning av multiplikation, enbart som upprepad addition
- multiplikation leder alltid till något större och division till något mindre

Bakgrund

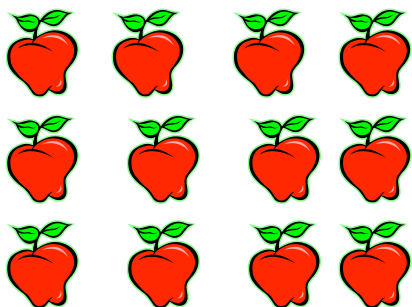
Multiplikation presenteras ofta inledningsvis som upprepad addition.
"fyra korgar med tre äpplen i varje korg"



Bilden kan också representeras på en tallinje

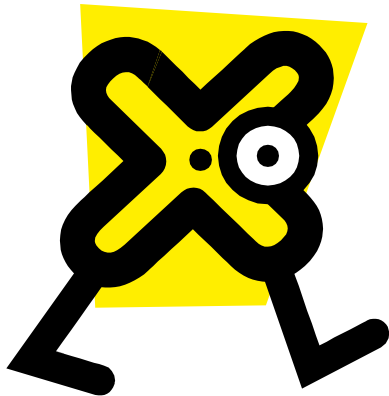


Två tal som multipliceras representerar två oberoende dimensioner



Föreställningar om multiplikationens tvådimensionella karaktär kan fördjupas och utvidgas till förståelse för:

- multiplikation med tal i bråkform och decimalform
- den kommutativa, associativa och distributiva lagen för multiplikation
- multiplikationens relation till areabegreppet
- huvudräkning och algoritmräkning



Allmänna råd

Betona den rektangulära rutnätsstrukturen som en representation för multiplikation så ofta som möjligt och synliggör sådana mönster i omgivningen.

Låt eleverna använda och röra sig mellan olika representationer för multiplikation: *berättelser, bilder, diagram, talat språk och skrivet språk*.

Introducera division med hjälp av laborativa aktiviteter.

Arbeta muntligt och fokusera på språket kopplat till division.

Se till att båda aspekterna av division representeras i olika aktiviteter.

Specifika råd

- Uppmärksamma hur mönster i tak, på fönster och skåp osv. är ordnade i rader och kolumner. Hur många rader? Hur många kolumner?
- Rita en bild av $5 \cdot 3$.
- Hitta på en berättelse till $7 \cdot 6$.
- *Här är fyra pappersremсор. Var och en är 6 cm långa.*
Skriv detta som en multiplikation.
Skriv det som en division.
Hitta på en berättelse kopplat till multiplikation.
Hitta på en berättelse kopplat till division.
- *Jag delade ut 12 bullar till tre kompisar.*
Rita en bild. Skriv en matteuppgift.

föremål

symboler

ord

bild

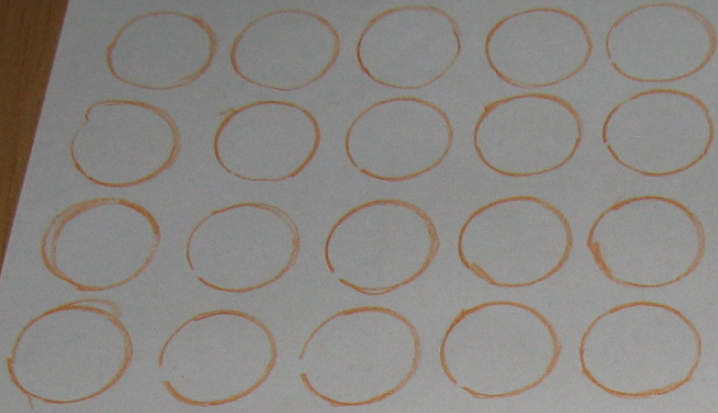
föremål

bild

symboler

ord

samband

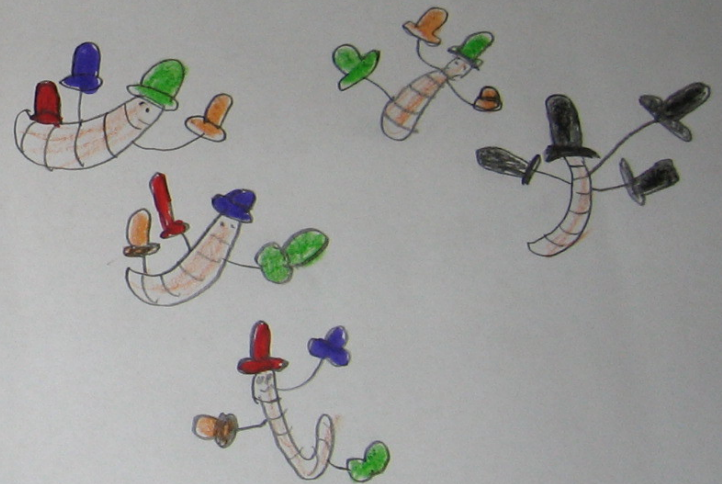


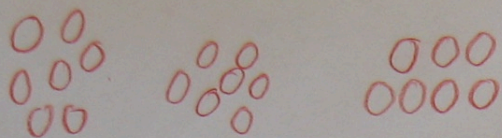
$$4 \cdot 5 = 20$$
$$5 \cdot 4 = 20$$

Det var en gång 5
hattmaskar som ville
ha 4 hattar var.

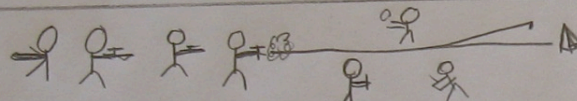
Då hade dom 20
hattar tillsammans.

$$5 \cdot 4 = 20$$



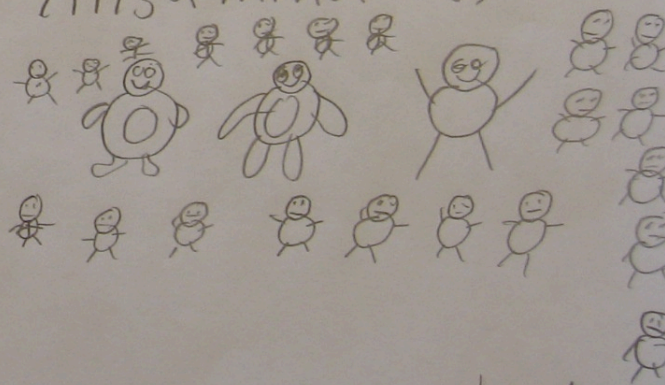


$$\frac{21}{3} = 7$$


 Det var 21 jägare som
 jagade i tre
 grupper. Då
 var det 7 i
 varje grupp.

$3 \cdot 7 = 21$
 $7 \cdot 3 = 21$

Det var 3 dvärgar som
 lurade 7 troll var.
 De lurade 21 troll
 tillsammans.



Jonte, Alle

Tanketavlan – användningsområden

- Vid introduktion av ett begrepp
- För att låta eleven arbeta med ett begrepp i olika representationer
- För att följa upp undervisningens effekter
- För att lyfta fram och synliggöra samband, tex mellan multiplikation och division, tal i bråkform och tal i decimalform osv.

Exempel på hur handboken kan användas

- Upptäcka och analysera hur elever tänker, vilka svårigheter och missuppfattningar som kan finnas.
- Få hjälp att planera innehållet inom ett eller flera områden.
- Kontrollera hur väl en lärobok täcker det aktuella området.
- Hitta goda exempel på aktiviteter och uppgifter inom olika områden av taluppfattning.

- Få hjälp med vilken utgångspunkt du ska ha i undervisningen, för att undvika de typer av missuppfattningar och svårigheter som elever ofta visat sig få inom det aktuella området.
- Analysera dina elevers kunnande och hitta de områden där de har svårigheter.
- Analysera elevernas kunskapsutveckling och effektiviteten i undervisningen.
- Utgöra en bas för regelbunden reflektion över din undervisning, bakgrundskunskap och vägar till undervisning och lärande i matematik.