

Sammanfattning av Standards för 9 – 12 (14 – 17 år)

Göran Emanuelsson och Thomas Lingejård

Det allra mesta av det som tidigare nämnts om Standards inriktning och prioriteringar i innehåll och undervisning gäller också avsnitten om grade 9 – 12. Mycket av det som berörts med informella metoder och induktiva arbetssätt ska nu – om möjligt – formaliseras och deduceras. Enligt Standards är matematikstudiernas syfte att ge kunskaper, färdigheter och tänkande i matematik som behövs – i vardagslivet, i arbetslivet och för vidare utbildning. Det stämmer väl i stort med målsättningen i Lgr 80 och gymnasieskolans matematiksupplement från 80 (NT), 81 (SoEk) och 83 (HSE). En noggrannare jämförelse med matematikens innehåll och inriktning i Standards kommer emellertid sannolikt att visa på mycket stora skillnader.

En nyhet som kommer in i 9 – 12 – planen jämfört med tidigare stadier är resonemangen om en kärnplan: se figuren.

Kärnplanen speglar behoven för alla elever i en värld och ett samhälle där teknologi och kvantitativa metoder alltmer dominerar. Kärnplanen ska ge en gemensam del av matematiska idéer, som alla studerande ska få möta. Differentiering anses ske bäst genom innehållsdifferentiering i termer av fördjupning och tillägg till det föreslagna innehållet, i stället för beskärningar. Höga, rimliga krav måste ställas. Kärnplanen kan utvidgas beroende på behov, intressen och förmåga – men det finns klart angivet vad collegeinriktade elever ska studera (jfr Lgr 80:s kommentarer om matematikintensiva linjer).

Detta är vad vi förstår ett helt annat sätt att hantera individualiseringsproblemen än vad vi försökt oss på hittills i Sverige. I stället för nödvändiga/önskvärda kunskaper eller differentiering av elever i allmän och särskild kurs ger man signaler om en differentiering byggd på didaktiska och metodiska principer. Denna ansats borde undersökas och utvecklas för svenska förhållanden. Kanske vi kunde komma ur den återvändsgränd vi hamnat i?

Studerande med exceptionell talang för matematik ska ges tillfälle att utveckla denna – men det utfärdas en stark varning för att skynda på elever på konstgjord väg. Bilden av kärnplanen ska också visa en förmodan att de matematiska idéerna kommer att mogna, växa och fördjupas under studiernas gång. Det sista årets studier (senior year) bör ge synteser, sammanfatta och konsolidera inför vidare utbildning eller yrkesverksamhet.

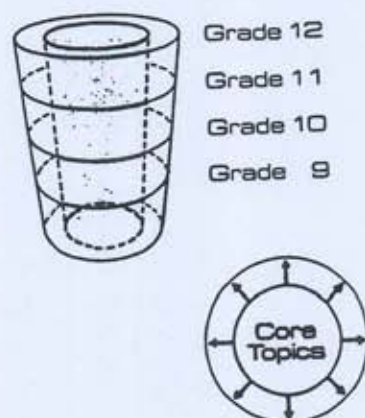


Fig. 1. A differentiated core curriculum

Studierna i 9–12 baseras på följande antaganden:

Eleverna har räknefärdigheter motsvarande kraven i kursplanen för grade 5–8. Ingen elev ska på grund av bristande räknefärdigheter hindras att studera matematik enligt kursplanen.

Standards tar inte direkt upp räknefärdighetskrav, men det förutsätts att dessa gradvis kommer att öka i tillämpningar och problemlösning.

Eleverna ska ha ständig tillgång till miniräknare och en dator ska finnas i varje klassrum för demonstrationsändamål. Varje elev ska ha tillgång till dator för arbete individuellt eller i grupp.

Alla elever ska studera matematik minst en årskurs i gymnasiet (åk 10). För elever som slutar efter åk 10 – prioritering vad gäller djup, bredd och tillämpningar. För universitetsstudier krävs minst två års gymnasiestudier (motsv) i matematik.

Översikt av Standards för 9 – 12

- 1 Matematik som problemlösning
- 2 Matematik som kommunikation
- 3 Matematik som ett sätt att resonera
- 4 Matematiska samband
- 5 Algebra
- 6 Funktioner
- 7 Syntetisk geometri
- 8 Analytisk geometri
- 9 Trigonometri
- 10 Statistik
- 11 Sannolikhetslära
- 12 Diskret matematik
- 13 Begrepp i elementär analys
- 14 Matematiska strukturer

Innehållet i Standards 9 – 12 är mycket omfattande, men man räknar kallt med att eleverna, som genomgått åk 5 – 8 enligt de nya planerna ska ha bättre begrepp och färdigheter i algebra och geometri samt ickeformella men begreppsorienterade metoder att hantera data och osäkerhet.

Vidare anses det möjligt att tjäna tid på att organisera kursplanen så att de studerandes inläring förbättras genom att elevernas kunskaper systematiskt ska vara inbäddade i och utvidgas i nya moment eller problemsituationer. I Standards betonas en förändring från vad man nu har av inläring av isolerade fakta och procedurer, "papper och penna" skicklighet till en undervisning som lyfter fram begreppsförståelse, olika representationer av samband och sammanhang, matematiska modeller och problemlösning.

I dessa sammanhang betonas integration av idéer från algebra och geometri, där den grafiska representationen spelar en sammanlänkande roll. Graphing utilities hänvisas det ofta till i Standards. Statistik, sannolikhetslära och diskret matematik lyfts fram.

Undervisningen i matematik

Det gäller att få en ändring till stånd vad gäller mönster i USA:s matematikundervisning i elevens och lärarens roller. Lärarrollen ändras enligt Standards, från en som meddelar undervisning till en som underlättar inläring. Från ledarroll till katalysator och coach.

De studerande inriktar sig endera på inträde i arbetslivet eller vidare studier. Från K – 8 har eleverna fått det mesta av strukturen (educational) från lärare. Erfarenheter av och fostran till intellektuell nyfikenhet och oberoende bör uppmuntra elever att internalisera synen på matematik som en process, ett kunskapsområde och ett av människor skapat ämne.

Nya moment ska när så är möjligt presenteras i form av problem, som stimulerar eleverna att formulera och pröva gissningar, hypoteser, att visa generaliseringar, att kommunicera, tillämpa resultaten av undersökningar. Detta ska stärka elevernas självförtroende och färdighet i att "göra matematik" och att närma sig matematik på ett kreativt och fördomsfritt sätt.

Räknare och datorer med lämplig mjukvara anses förändra klassrummet till ett laboratorium. Lärarens uppgift blir att summera och skapa sammanhang med tidigare studerade områden. Elever och lärare ska ses som partners i utvecklingen av matematik och vid problemlösning.

Utvärdering behandlas som en integrerad del av undervisningen och ska knytas till huvudaspekter som tex användningen av teknologi.

Kärnplanen innebär att räkneseväga elever inte längre ska repetera åk 5-innehåll igen och igen. Genom att ta bort "the computational gate" så

ska alla studerande erbjudas bättre möjligheter att skaffa sig kunskaper i matematik som man önskar och behöver. Detta innebär *inte* att alla elever måste få innehållet presenterat på samma sätt eller på samma nivå. Men hur man än handskas med elevernas olika förutsättningar, förmåga, kunskaper, färdigheter och intresse, så är det väsentliga att alla elever får möta hela bredden i "kärnplanen" inklusive undervisningsmetoder och hjälpmedel.

Innehållsdifferentiering

Differentieringen gäller olika nivåer (levels). Den ska förstås så att eleverna stimuleras att arbeta på så hög nivå som möjligt, men så att den passar deras intresse och kapacitet att förstå. Detta kan innebära att en del elever återvänder till högre nivåer senare under skoltidens gång. Här följer några exempel ur Standards, som visar grandidéerna.

Observera den stegvisa ändringen av notation och formalisering, övergången till mer generella metoder och användningen av undersökande arbetssätt t ex med räknare och datorer.

Exempel 1

En student gör en insättning på 1000 kr på ett bankkonto med 6 % årsränta. Hur mycket pengar kommer det att finnas på kontot efter 10 år (i slutet av det tionde året)?

Nivå 1:

Med hjälp av räknare kan alla studenter bestämma beloppets storlek vid slutet av varje år genom att successivt tillämpa följande samband:

Belopp vid årsslut = Belopp vid årets början + $0.06 \cdot$ (Belopp vid årets början). Detta ger:

Belopp vid 1:a årets början = 1000 kr

$$\text{År 1: Belopp vid årets slut} = 1000 + 0.06(1000) = 1060$$

$$\text{År 2: Belopp vid årets slut} = 1060 + 0.06(1060) = 1123.6$$

$$\text{År 3: Belopp vid årets slut} = 1123.6 + 0.06(1123.6) = 1191$$

.

$$\text{År 10: Belopp vid årets slut} = 1689.5 + 0.06(1689.5) = 1790.8$$

Användandet av ett kalkylprogram blir en naturlig förlängning av denna aktivitet och tillför ett kraftfullt hjälpmedel för vidare undersökningar.

Elever på denna nivå kan också tänkas använda följande skrivsätt för att se ett mönster:

$$\text{År 1: Belopp vid årets slut} = 1000(1.06)^1$$

$$\text{År 2: Belopp vid årets slut} = 1000(1.06)^2$$

.

$$\text{År 10: Belopp vid årets slut} = 1000(1.06)^{10}$$

Detta mönster kan kontrolleras och verifieras genom att jämföra värdena från de två undersökningarna. En diskussion om hur detta kan användas i en vidare mening framhäver den matematiska kraftfullheten. Till exempel:

Om tiden ändras till 20 år

$$\text{Slutbelopp} = 1000(1.06)^{20}$$

Om startbelopp ändras till 2000 kr

$$\text{Slutbelopp} = 2000(1.06)^{10}$$

Om årsräntan ändras till 12 %,

$$\text{Slutbelopp} = 1000(1.12)^{10}$$

Nivå 2:

Efter att eleverna har avslutat aktiviteterna på nivå 1, kan de generalisera resultaten av sina år-för-år beräkningar och använda mer ändamålsenlig notation för denna process. Frånsett användandet av teknologi för att stödja kalkylerna, kommer resultaten då antagligen att se ut som på följande traditionella sätt:

$$A_0 = 1000$$

$$A_1 = 1000 + 1000(0.06) = 1000(1.06)$$

eller

$$A_1 = A_0 + A_0(0.06) = A_0(1.06)$$

och

$$A_2 = A_1 + A_1(0.06) = A_1(1.06)$$

$$A_3 = A_2 + A_2(0.06) = A_2(1.06)$$

.

$$A_{10} = A_9(1.06) \quad \text{Ekvation (1)}$$