Muligheder i matematikundervisningen – set med danske øjne

Ole Skovsmose

Resume: Forestillinger om matematikundervisningens indhold og form kobles sammen med demokratibegrebet via det sociologiske og det pædagogiske argument for en demokratisering. Det sociologiske argument peger på betydningen af kritiskpotentielle undervisningsmaterialer, mens det pædagogiske argument vægter åbne materialer. I den danske folkeskole er der foretaget mange pædagogiske udviklingsarbejder med støtte i erfaringspædagogikken og med sigte på at åbne undervisningssituationen. Samtidig er det blevet tydeligt at selve erfaringsbegrebet må genanalyseres, samtidigt med at vidensbegrebet specificeres. Konsekvensen er at der på det erkendelsesteoretiske plan må foretages et skridt fra monologiske til dialogiske erkendelsestolkninger.[1]

Indledning

Det er vigtigt at præcisere hvilket forhold man mener der kan optræde mellem en pædagogisk teori og en pædagogisk praksis. Min grundlæggende antagelse er, at en pædagogisk teori aldrig vil kunne foreskrive en specifik pædagogisk praksis. Det vil være udtryk for teoretisk hovmod, hvis man på grund af teoretiske analyser konkluderer, at en undervisning bør forløbe sådan og sådan.

Baggrunden for denne opfattelse er ikke, at jeg mener det er logisk umuligt at slutte fra deskriptive sætninger til normative sætninger; jeg finder ikke - således som den logiske positivisme - at det etiske domæne må leve afsondret fra det videnskabelige. Men jeg finder at den pædagogiske praksis altid vil besidde en kompleksitet, der gør det umuligt for en ekspliciteret teori at tage højde for alle faktorer. For at kunne håndtere en pædagogisk praksis kræves en kompetence, der ikke blot hviler på en formulerbar pædagogisk indsigt, kompetencen må også funderes på ikke-verbaliserede erfaringer og oplevelser. Den pædagogiske kompetence vil omfatte en tavs viden.

Men hvad kan man da forvente af pædagogisk teori? En teori kan belyse en pædagogisk praksis. Ved hjælp at teorien kan man få øje på sammenhænge, som ikke tidligere har været iagttaget, idet forholdene ikke har været identificerede sprogligt. For at kunne håndtere en ny og fremmedartet pædagogisk situation på en kompetent måde er det afgørende at kunne "foregribe" situationen begrebsmæssigt. For at kunne handle alternativt er det en forudsætning at kunne identificere og beskrive alternativer.

Mere energisk formuleret: Opgaven for en pædagogisk teori er at skabe det mest frugtbare råderum for en pædagogiske praksis. Teorien skal skabe muligheder. Dette er den pædagogiske teoris konstruktive element. Samtidig har teorien en kritisk funktion ved at påpege mangler og defekter i en aktuel praksis.

Den problematiske forekommer derimod når teorien hævder at kunne udpege den ønskværdige praksis. Dvs. når teoriens konstruktivisme gøres endimensional. Teoriens konstruktive element er derimod dens mulighedskreativitet.

Dette har konsekvenser for min bedømmelse af den administrative planlægning der foregår omkring en undervisningssektor som f. eks. matematikundervisningen. Jeg tror ikke at man kan planlægge sig frem til en god matematikundervisning. Det er en absurditet at forestille sig en ønskværdig undervisning sikret gennem en omhyggelig præcisering af det der skal foregå i undervisningen. Dette gælder vel at mærke også selv om de detaljerede anvisninger er udfædiget efter de bedste hensigter og med de mest progressive formuleringer in mente. Progression i pædagogikken går ikke hånd i hånd med detaljerede forordninger.

Den ønskværdige planlægning skaber derimod rammerne for en mangfoldighed af muligheder. Disse må samtidig være medskabt af den pædagogiske teori og den praktiske fantasi, og realiseret og dermed omskabt i den undervisningsmæssige praksis .

En af de ting jeg finder tiltalende ved undervisningen i den danske folkeskole er, at forordningerne ikke er strammet så meget til at de kvæler pædagogisk kreativitet. Dermed er ikke hævdet at det der foregår i folkeskolen altid er spændende og nyskabende. Tværtimod: Den normale matematikundervisning i Danmark forløber uden store armbevægelser. Men samtidig kan man i folkeskolen finde en spændende og progressiv undervisning, for dette er der etableret reelle muligheder for.

Min intention i det følgende er imidlertid ikke at redegøre for hovedtendenser i dansk matematikundervisning og heller ikke for de forordninger der indrammer disse.[2] Jeg vil alene vælge nogle perspektiver at se denne undervisning ud fra, og tillade mig at være ganske subjektiv i mit valg. Nøglebegreberne i det følgende er: *demokrati*, *erfaring* og *dialog*.

1. Matematik på humanisternes dagsorden

Matematikundervisningen indtager normalt ikke nogen central position inden for den humanistiske forskning, men i 1988 vedtog Statens Humanistiske Forskningsråd (SHF) at iværksætte initiativet "Matematikundervisning og demokrati under højteknologien".[3]

Initiativet er en konsekvens af en debat der har forløbet i en længere periode i Danmark.[4] Et markant bidrag findes i artiklen "Den taberproducerende matematikundervisning" fra 1984, hvor Jens Bjørneboe og Gunhild Nissen rette en skarp kritik mod gymnasiets traditionelle matematikundervisning, samtidig med at de tilspidser synspunkter fra debatten. En hovedpointe er at matematikundervisningen er taberproducerende, men ikke blot i den sædvanlige betydning af ordet: "I de senere år er det ofte blevet fremhævet, at gymnasiets matematikundervisning virker meningsløs på mange elever, også selv om karakterer og andre sanktionsmuligheder nok tvinger dem til at yde det mest nødtørftige, er manglen på virkelig interesse og forståelse ikke til at overse. På den måde bliver undervisningen taberproducerende: Mange elever forlader gymnasiet med et belastet forhold til faget, og man må forvente at de senere vil være tilbøjelige til at forholde sig helt ukritisk til anvendelser af matematik. Det er slemt nok. Og bedre bliver det ikke af den virkning matematikundervisningen har på 'vinderne' i dette spil. Det, der tilbydes den matematisk interesserede, er jo ikke blot viden, men også prestige og selvrespekt.... Netop når matematik præsenteres som ren tankebygning uden 'generende' forbindelser udadtil, får den et skin af almengyldighled, som kan virke særdeles besværende. Den riskerer dermed at blive surrogat for og barriere imod opnåelse af en bredere forståelse af tilværelsen. Sat på spidsen: Matematikundervisningen i sin nuværende form deler ikke eleverne i vindere og tabere, men i to forskellige slags tabere." (Bjørneboe & Nissen, 1984, p. 474).

For at kunne udpege de elever, som i traditionel forstand klarer sig godt, som tabere i og med de underkaster sig matematikkens autoritet, er det nødvendigt at støtte sig til kategorier uden for selve matematikken. For ud fra en normal strukturalistisk forståelsesramme må en undervisning der formidler en matematisk indsigt være tilfredsstillende. Men i tilgift efterlyses den matematiske "udsigt". Og denne intention er forlænget ud i SHF-initiativet..

I artiklen "Matematikundervisning på humanisternes dagsorden" redegør Gunhild Nissen i korte træk for initiativets baggrund og knytter overvejelser over undervisning og demokrati sammen: "SHF har et medansvar for, at den videnskabelige kultur ikke fortsat udvikles i retning af to kulturer - den matematisk naturvidenskabelig-tekniske og den humanistiske. SHF har også ansvaret for en forskning, der støtter, at vores uddannelsessystem fastholder grundlaget for demokratiet under højteknologien." (Nissen, 1989, p. 341).

Dernæst understreger Gunhild Nissen, at matematikundervisningen må spille en afgørende rolle, idet dette fag har en særlig betydning i de tekniske og naturvidenskabelige fag som højteknologien har som fundament. Og med hensyn til demokratiproblemet hedder det: "Det har ... ikke for menigmand været nogen nødvendighed at have matematikkundskaber ud over den elementære talregning for at kunne virke og udøve sine borgerpligter i et demokratisk samfund. I dag baseres beslutninger mange steder i samfundet på anvendelser af matematik, og det er blevet vigtigt at kunne forholde sig til det." (Nissen, 1989, p. 341).

Denne sammenknytning af demokrati- og undervisningsbegrebet opfatter jeg som central, og i den danske debat er sammenknytningen blevet foretaget med matematikundervisningen som omdrejningspunkt. Selve strukturen i argumentet vil jeg at præcecisere i det følgende afsnit.

2. Nogle bemærkninger om demokrati

I de mange forsøg der gøres på at trække linier ud i fremtiden benyttes igen og igen betegnelsen "informationssamfundet". En efterhånden klassisk fremstilling findes i artiklen "The Social Framework of the Information Society" skrevet af Daniel Bell. Også her understreges at information, formel vidensbehandling, modeldannelse, systemteori, m. v. kommer til at indtage magtpositioner i samfundsmønstret. Mens de strategiske ressourcer hidtil har været råmaterialer og kapital, bliver informationssamfundets strategiske ressource "viden".

Dette betyder at magtforhold og magtrelationer vanskeligt kan analyseres uden netop i relation til samfundets vidensdistribution. Sker der en decentralisering af magten i og med vi alle (tilsyneladende) får adgang til større og større mængder information? Eller vil det modsatte blive tilfældet? Vil magten koncentreres fordi beslutninger med de mest vidtgående konsekvenser træffes på baggrund af en viden som foreligger i en form der kun er tilgængelig for de få?[5]

Matematik indtager en hovedrolle i denne forbindelse. Informatiseringen betyder at visse tekniske færdigheder, og specielt færdigheder i at foretage en formalisering, får en hurtigt voksende betydning. Ikke blot i forbindelse med specifikke modeldannelser, men i mindst lige så høj grad som en integreret del af diverse beslutningsprocesser. Matematisk kompetence får således en betydningsradius der rækker milevidt ud over hvad vi hidtil har været vidne til.[6] Dette har naturligt nok konsekvenser for undervisningen i faget, hvilket vi kan forsøge at sammenfatte i det *sociologiske argument for demokratisering via matematikundervisningen.*[7] Resumeret i tre punkter lyder det:

1. Matematik har fået en meget omfattende anvendelse. Man kan tænke på anvendelser inden for økonomi, industriel planlægning, ingeniørmæssige konstruktioner, markedsføring osv. Når derfor eleverne sætter matematiklæreren til vægs med spørgsmålet: "Og hvor kan det så bruges?", så skyldes det at matematikkens reelle anvendelse foregår under det teknologiske samfunds overflade. Matematikanvendelsen er reel og omfattende, men skjult. Informationssamfundet baserer sig på en stadigt voksende mængde af implicit matematik.

2. Gennem sine anvendelser har matematikken en samfundsformende funktion. Matematik indgår som en integreret del af samfundets teknologier (hvor vi ved teknologi ikke blot forstår "maskindelen" men også "know-how-delen"). Matematik er ikke udskiftelig med en anden komponent med tilsvarende teknologiske funktioner som matematik. Vi kan derfor ikke forestille os en samfundsudvikling, der blot minder om den vi er vidne til, uden en omfattende brug af matematik. Matematik har en afgørende indflydelse på samfundsudviklingen, med deraf følgende bivirkninger.

3. Skal man have muligheder for at udøve sine demokratiske pligter og rettigheder, må man være i stand til at identifiære hovedprincipperne i de samfundsformende mekanismer. Specielt må man være i stand til at identifiære og gennemskue matematikanvendelsens implicitte funktioner, og eksempelvis være i stand til at forstå nogle af de mekanismer teknologiske, politiske, økonomiske eller andre beslutningsprocesser underlægges, når en matematisk model optræder som hjælperedskab.

Dette argument er som nævnt fremført fra mange sider. Det er efter min opfattelse også klart og overbevisende. Men samtidig er det særdeles tåget, hvilke pædagogiske konsekvenser man må drage. Sådanne kan ikke udpeges direkte og analytisk.

Men ideer til et undervisningsmateriale, baseret på det sociologiske argument for en demokratisering via matematikundervisningen, kan dog godt identifiæres.[8] Det *kritisk-potentielle* undervisningsmateriale er karakteriseret ved:

1. Materialet drejer sig om faktisk matematisk modelbrug.

2. Modelbrugen angår vigtige aktiviteter i samfundet.

3. Materialet kan udvikle elevernes matematiske forkundskaber, men målet er at udvikle en forståelse af antagelser indbygget i modellen - og på denne måde udvikle en forståelse af nogle af præmisserne for samfundsmæssige processer.

Betragtninger over demokrati og matematikundervisning er imidlertid også vævet sammen på en anden led. En demokratisk kompetence angår ikke blot bestemte indsigter (angående hvem der styrer, forudsætninger for magten, indsigt i magtens sprog m. v.), men handler også om indstillinger og holdninger. Denne synsmåde har først og fremmest været understreget af den antiautoritære pædagogik (dialog pædagogikken), som afviser at læreren skal udgøre den meddelende autoritet. Egentlig erkendelse er ikke noget elever modtager, men må opleves og udvikles.

Et fag der i sin traditionelle form har haft vanskeligst ved at bryde meddelelsesformen er matematikken. Ud fra en overfladisk argumentation har "skylden" været placeret på katederet: Den konservative matematiklærer har været for langsom til at besinde sig på den progressive pædagogiske udvikling. Men forholdet må diskuteres didaktisk: Er der træk ved faget der fordrer en særlig meddelende undervisningsform? Eller er det blot et spørgsmål om at udvikle en pædagogisk fantasi og skabe den rigdom af muligheder der kan åbne for en ægte dialog også i matematikundervisningen?

Overvejelser over den pædagogiske form i forhold til udvikling af en demokratisk kompetence forbindes med matematikundervisningen via *det pædagogiske argument for en demokratisering:* Resumeret i tre punkter lyder det:

1. Eleven modtager en række påvirkninger gennem uddannelsesforløbet. En del af disse baserer sig på pensumindholdet, mens en - måske afgørende påvirkning - former sig som en medindlæring bestemt af andre faktorer. Der kan derfor eksistere et gab mellem det intenderede pensum og de faktisk indlærte færdigheder. Matematikundervisningen rummer også sin skjulte læseplan, som medbestemmer denne undervisnings reelle socialiserende funktioner.

2. Den traditionelle matematikundervisnings skjulte læseplan handler bl. a. om at introducere den kommende arbejdskraft til en række af det teknologiske samfunds rutineopgaver. Således har normale matematikopgaver (løs ligningen ...!, find værdien af ...!, indsæt som værdi for x ...!) ikke mange lighedspunkter med autentiske undersøgelsesprocesser. Man stilles over for en opgave, og man løser den. Man trænes i at føge omhyggeligt forudfattede arbejdsanvisninger, og trænes endvidere i at indtage en afventende og ukritisk holdning til teknologiske problemløsningsformer. Mange elever medindlærer at de ikke magter matematik, hvorfor de må indtage en servil holdning i forhold til matematikbaseret teknologi.

3. For at kunne udøve en demokratisk kompetence må man have udviklet et demokratisk engagement, hvilket må være foregrebet i skolen. Man kan imidlertid ikke forestille sig et sådant engagement udviklet, hvis skolesystemet indeholder fundamentalt demokratifjendtlige strukturer, eksempelvis hvis undervisningen formes og indholdsbestemmes forud for og uafhængigt af den sammenhæng den skal finde sted i. Den traditionelle matematikundervisnings ritualer må derfor brydes.

Det pædagogiske argument tegner omridset af nye prioriteringer i undervisningen, og eksempler på *et åbent undervisningsmateriale* er blevet udviklet. Det kan karakteriseres på følgende måde:

1. Materialet handler om et emne af subjektiv relevans for eleverne.
2. Materialet kan danne udgangspunkt for en lang række aktiviteter.
3. Materialet gør det ikke blot muligt, men også nødvendigt, at en række pædagogiske og didaktiske beslutninger tages af lærere og elever i fælleskab.

I modsætning til det kritisk-potentielle materiale er der i det danske undervisningssystem udviklet mange eksempler på åbne materialer.

3. Det åbne undervisningsmateriale

At gøre åbningen af undervisningsmaterialet til en dansk tradition, vil imidlertid være en grov overdrivelse. Inspirationen har bl. a. været hentet fra den procesorientering som Hans Freudenthal så kraftigt har slået til lyd for i "Mathematics as an Educational Task", der udkom i 1973, og som han har videreudviklet i "Weeding and Sowing" fra 1978.[9]

En konsekvens af processynspunktet er, at der må skabes et råderum for pædagogisk kreativitet. Det begrebsskelet, som undervisningsindholdet ifølge en strukturmatematik skal bygges op omkring, må kasseres. I stedet må der etableres situationer, temær, sammenhænge osv., der kan danne udgangspunkt for en matematisering. IOWO har været særdeles produktiv i denne sammenhæng. IOWO er den hollandske forkortelse for "Instituut voor de Ontwikkeling van het Wiskunde Onderwijs" (Institut for udvikling af matematikundervisning).[10] IOWO's arbejdsindsats har været kollektiv, men samtidig har Freudenthals synspunkter præget meget af IOWO's materialeproduktion. Her findes mange eksempler på *åbne opgaver*.

Som ramme om en åben opgave kan vi forestille os en tematisk undervisning (på et af de mellemste klassetrin), der handler om fiskerispørgsmål, fiskerigrænser, m. m. Efter at disse emner har været behandlet præsenteres eleverne for et kort over en sø, hvori der befinder sig tre øer med uregelmæssig facon og af forskellig størrelse. Hvorledes kunne fiskerigrænser fastlægges i denne sø med de tre øer?

Eleverne kunne naturligvis "efter bedste overbevisning" trække nogle grænser. Men kunne der ikke foretages en mere rimelig opdeling? Rimelig i forhold til hvad? Noget med at bedømme afstande? Man kunne foresøge at foretage en opdeling ud fra det princip, at fiskerigrænserne må være bestemt af de linier, hvis punkter har lige stor afstand til øerne to og to. Man kunne også vurdere arealer. For ville det ikke være mere rimeligt at hver ø fik en lige stor del af søen at fiske i? Men hvorledes beregnes arealer, når både søen og øerne har "naturlige" og krogede grænser? Kunne man skønne over en længde og en bredde? Eller måske tegne en kvadratnet hen over hele kortet, og så tælle ternene? Men hvor små kvadrater skal så vælges for at få et rimelig resultat?

Aktiviteterne i klassen må strække sig over en længere periode. Det kræver eksempelvis tid hvis eleverne skal finde frem til en rimelig beregningsmåde for arealerne. Og når eleverne har fundet frem til størrelserne på øerne og på søen, hvad så med grænserne? Fiskepladserne skal jo ligge rimeligt i forhold til øerne. Og hvad nu hvis der lever dobbelt så mange indbyggere på den lille ø som på den store? Eller hvis der befinder sig en særlig god fiskeplads i søen helt ovre mod nordvest? Hvad så? Osv. Dette eksempel, der også har været præsenteret af IOWO, illustrerer meget klart en åben opgave.

Det er imidlertid ikke blot en opgave der kan åbnes, men en hel undervisningssituation. Dette illustreres med "Flyv med", der er et lille temahæfte udarbejdet af Peter Bollerslev, Vagn Harbo, Viggo Hartz, Peter Olesen, Leif ørsted Petersen og Ib Trankjær. "Flyv med" henvender sig til de mellemste klassetrin og viscr hvorledes man i en kortere periode kan arbejde med papirflyvere i matematikundervisningen. Forfatterne indleder med følgende bemærkning til kerere, elever og forældre: "Nej, vi *skal* ikke bygge papirflyvere i matematiktimerne. Men vi *kan* bygge papirflyvere i matematiktimen..."

Dernæst følger en beskrivelse af hvorledes modellen "Mark 1" kan laves. Modellen må naturligvis testes. Flyveegenskaberne for "Mark 1" kan sammenlignes med flyveegenskaberne for andre modeller, og testpilotens resultater kan indføres i et skema, og man kan derpå diskutere, hvilken Mark-model der er den bedste. Man kan forestille sig mange mulige organisationer af dette undervisningsforløb.

F. eks. kunne klassen organiseres som et velstruktureret produktionsværksted, med samlebånd, afdeling for produktudvikling osv. - hvis emnet var selve produktionsprocessen. Eller man kunne lade sig fascinere af drømmen om at flyve, og lade fly og rumfart være det samlende tema.

Et af de spørgsmål der omtales i hæftet angår betingelserne for at teste de forskellige modellers flyveegenskaber rimeligt. For man kan ikke forvente samme startforhold ved hver prøveflyvning. Nogle elever er højere end andre, nogle elever kaster bedre end andre, nogle gange blæser det osv. I hæftet foreslåes en løsning på dette problem. Det er klart at arbejdet på at konstruere og teste flyene involvere en række matematiske aktiviteter. Geometriske begreber benyttes når flyene konstrueres, samt ikke mindst når flyproduktionen skal "standardiseres". Endvidere fordres matematiske specifikationer når der laves forskellige flytyper, f. eks. ved at variere størrelse, halelængde, vingebredde osv. Der må holdes regnskab med resultaterne af testflyvningen, en simpel form for statistik kan benyttes; og skal man sammenligne testresultater med konstruktionsformer, bliver der igen brug for at benytte den matematiske fagterminologi.

Det afgørende i denne forbindelse er imidlertid at der er tale om en åbning, ikke blot af matematiske opgaver, men af hele undervisningssituationen. Det vil være umuligt at forudsige hvilke skridt undervisningen kan tage. Skal forløbet fungere bliver det nødvendigt for elever og lærere at træffe beslutninger i fællesskab.

Vi kan prøve at karakterisere det åbne undervisningsmateriale. "Åbningen" kan nemlig foretages på forskellige måder.

Den mest basale mulighed er at formulere en opgave, som ikke har et entydigt svar. Normalt forbindes matematik med entydige opgaver med entydigt definerede svar. Denne situation ophæves i eksemplet med fiskerigrænserne, når man ønsker at finde arealet på øerne og søen. Da grænserne er uregelmæssige og nogle steder upræcist afgrænsede, kan en arealberegning kun resultere i en approksimation; som man til gengæld kan diskutere rimeligheden af.

En anden åbning angår løsningsmetoden. Normalt befinder løsningsmetoderne til en matematikopgave sig inden for et velafgrænset rum af løsningsmodeller, udspændt af nogle standardmetoder, samt af et par fikse genveje. Men en radikal udvidelse forekommer når man stiller en opgave som fastlæggelse af fiskerigrænser. De metoder der kan benyttes er ikke på nogen traditionel måde specificerbar. Man kan forestille sig følgendc løsningsforslag. Hele søen opdeles i mindre tern. Hver ø repræsenteres af en elev i klassen. Hvis befolkningstallene på øerne forholder sig som 3:2:1 får den første ø's repræsentant lov at vælge 3 kvadrater, den næste 2, den sidste 1 osv. indtil alle kvadrater er valgt. Måske vil eleverne konstatere at fiskerigrænserne er blevet meget snørklede, hvorfor en ombytningsproædllre må etableres.

Fokus er skiftet fra resultat til løsningsmetode. En problemløsning kan nu bestå i at identifiære og beskrive en metode til løsning af en bestemt type opgave, dernæst kan man sammenligne forskellige metoder, for derefter at vurdere hvilke af de forskellige metoder der vil være de bedste.

Åbningen kan også rette sig mod selve undervisningssituationen. Dette illustreres med forløbet "Flyv med". For er der først startet en produktion af flyvemaskiner, og er der blevet stillet som opgave at lave flere modeller og at forbedre disse, så vil det være inkonsekvent at afskære eleverne fra planlægningen af det videre forløb. I stedet må der i fællesskab træffes afgørelse om, hvor mange forskellige modeller der skal produceres før en egentlig "testflyvning" finder sted. Det må afgøres om denne kan foregå udendørs, eller om testflyvningen forløber bedst i gymnastiksalen. Endvidere må det afgøres om det er flyvelængden eller den tid flyet befinder sig i luften (eller om det er det "kunstneriske" indtryk) der skal indgå i testresultatet. Og efter testningen må det afgøres om der er grundlag for en produktudvikling.

Det åbne undervisningsmateriale giver anledning til at eleverne inddrages i den pædagogiske planlægningsproces. Det er "ikke blot muligt, men også nødvendigt, at en række pædagogiske og didaktiske beslutninger tages af lærere og elever i fællesskab''. Åbningen af materialet falder således naturligt i forlængelse af det pædagogiske argument for en demokratisering. Samtidig opstår mange anledninger til at vurdere om en formel metode er god/dårlig, hvorfor de åbne situationer i det mindste kan grænse op til et kritisk-potentielt undervisningsmateriale.

Et væsentligt dansk bidrag til udviklingen af matematikundervisningen ser jeg i den række af eksperimenter med åbne undervisningssituationen der faktisk er blevet foretaget. [11]

4. Nogle bemærkninger om erfaringsbegrebet

At stille åbne opgaver er ikke det samme som at erfaringsrelatere undervisningen. Men erfaringsrelateringen har været med til at skabe en frodig grobund for åbningen af matematikopgaverne. Samtidig har vi i Danmark oplevet så mange forsøg på at inddrage eleverfaringen i den elementære matematikundervisning, at der kan være et behov for at præcisere hvori en konstruktiv erfaringsrelatering fremover kan bestå.

Men først et både positivt og negativt billede af den hidtidige erfaringsrelatering. Som modvægt mod strukturalismens vægtlægning på inventaret i de matematiske teorier og hele matematikundervisningens indretning efter færdigpolerede matematiske strukturer, opstod en interesse for at opbygge en matematisk indsigt ud fra eleverfaringer. Tendensen blev kraftig støttet af pædagogikkens tese, at betingelser for en objektiv kritik af samfundets magtstrukturer kan etableres via en undervisning der tager udgangspunkt i det der er subjektivt betydningsfuldt for eleverne.

I en modifiæret variant søges disse intentioner imødekommet gennem en tematisering af undervisning, og i "Forandringer i Matematikundervisningen" fra 1980 har jeg formuleret følgende retningslinier for valg af tema:

1 Temæt skal være kendt eller noget man med ikke-matematiske begreber kan afgrænse og beskrive. Temæt behøver således ikke at være hentet fra elevernes hverdag.

2 Det skal være muligt selvstændigt og på forskellige niveauer at orientere sig i temæt. Det må ikke have en specifik indgangstærskel.

3 Temæt skal have et helhedspræg og en betydning i sig selv. Det må ikke blot være et illustrerende igangsætter til et stykke matematisk teori.

4 Temæt skal kunne give anledning til at (matematiske) begreber, systematiseringsmåder eller teorier udvikles eller begrundes. Gennem temæt skal man kunne opnå en forståelse af en mere generel videns muligheder (og begrænsninger).

I samme periode blev der udviklet og gentaget mange eksempler på en tematisering af matematikundervisningen: Nogle af de mest gennemprøvede temær handler om: lommepenge og opsparing, indkøb af nyt tøj, indretning af eget værelse, køb af knallert, køb på afbetaling, lønvilkår, skat, m. v. Man kan imidlertid også se noget stereotypt ved denne liste. Hele erfaringspædagogikken trænger til at blive gentænkt på ny.

Når man erfaringsrelaterer sker det bl. a. ud fra en ide om, at de begreber der optræder i de matematiske teorier har forløbere i det naturlige sprog. En undervisning skal derfor arbejde med de civile udgaver af begreberne, før de indkaldes til at aftjene deres værnepligt i formelle systemer. Denne tese om begrebslighed finder gode argumenter i den ny-empiristiske matematikfilosofi, eksemplificeret med forfattere som Imre Lakatos og Philip Kitcher.[12]

Erfaringsrelateringen sker også ud fra en anden ide, nemlig at begreberne må indgå i en kontekst, og skal man kunne operere med begreberne, må man have en forståelse af denne kontekst. Elever har eksempelvis helt andre muligheder for at vurdere tal, skønne over om en sammentælling er rimelig eller ej, når tallene handler om noget de kender til i forvejen. Elevers talkompetence er langt større når de regner på priser på legetøj, end når de regner på tal slet og ret.[13] Denne ide kunne henviser til erfaringspædagogikkens hermeneutiske tradition.

Netop erfaringspædagogikkens empirisme og hermeneutik har spillet den centrale rolle for formuleringen af kravene til en tematisering af undervisningen. Og dette er samtidig den inspiration vi finder i de gængse eksempler på tematiseringer af matematikundervisningen.

Men en tredie faktor gør sig gældene, nemlig elevernes engagement i undervisningen. Hvilket simplest kan illustreres ved at se på nogle af de forestillinger om motivation der har præget matematikundervisningen. Strukturmatematikken har haft et logisk orienteret motivationsbegreb. Får eleverne mulighed for at forstå de logiske sammenhænge der skjuler sig bag diverse algoritmer og rutiner, ja så vil de blive mere motiverede, end hvis de fortsat henvises til blindt at følge udenadslærte regneregler. Dette motivationsbegreb forkastes af erfaringspædagogikken, hvor motivation forbindes med forståelse af sammenhænge og oplevelse af bekendthedskvaliteter. Således tolkes en undervisning som motiverende, hvis dens indhold er placeret i en verden eleverne kender i forvejen - hvilket netop svarer til erfaringsrelateringens empiristiske element: de begreber der introduceres skal kunne forklares ud fra allerede bekendte begreber. Hvis undervisningens indhold placeres i en rig kontekst - hvilket netop svarer til erfaringsrelateringens hermeneutiske element: de begreber der introduceres skal være indlejret i elevernes forforståelse.

Dette motivationsbegreb har præget den erfaringsrelatering, der hidtil har fundet sted i matematikundervisningen. Men samtidig er en eksperimenterende undervisning ført så vidt frem, at vi kan få øje på begrænsninger ved den hidtidige motivationstolkning. Jeg tror ikke at motivation udgør et direkte produkt af begrebsnærhed og kontekstrigdom. En tredie faktor gør sig gældende. Dette kan illustreres med forløbet beskrevet i "Flyv med". Det fascinerende ved "flyvningen" er ikke (blot) at eleverne kan forbinde de geometriske begreber med de former der er relevante i forbindelse med produktionen af flyvere, eller at hele produktionsprocessen optræder i en sammenhæng, hvor elevernes forforståelse indgår som et konstruktivt element.

Det fascinerende er også at eleverne er med til at forme selve forløbet. Stieg Mellin-Olsen har formuleret denne pointe i spørgsmålet:

Hvem ejer målene for undervisningen?[14] Er det læreren? Eller lærebogsforfatterne? Eller er det den politiske myndighed? For mig at se er det afgørende for elevengagementet at eleverne selv får mulighed for at sætte (del)målene. Dette illustreres af "Flyv med", hvor successen af forløbet ikke hviler på bekendthedskvaliteten, men på at eleverne får reel indflydelse på hvad der skal foregå. Denne indflydelse bygger vel at mærke ikke blot på en formel rettighed. Men på at det reelt bliver betydningsfuldt, f. eks. at afgøre betingelserne for testflyvningen. I denne forstand at bliver eleverne medejere af undervisningsmålene.

Dette tydeliggør samtidig det næste skridt som erfaringspædagogikken må foretage. I stedet for fortsat at jagte emner hvor elevernes forforståelse er maksimal, må man etablere sammenhænge hvor eleverne får mulighed for at holde fast i egne målsætninger. Samtidig er det min overbevisning, at betingelsen for at man kan pege på dette skridt ud af den traditionelle erfaringsrelatering netop er den rige eksperimenterende praksis der allerede har fundet sted.

5. Typer af viden

Undervisning handler om formidling/udvikling af viden. Men vidensbegrebet er omfattende og sammensat. Heller ikke når vi koncentrerer os om matematik og matematikundervisning kan vi benytte ordet entydigt og i ental. Matematikundervisning handler ikke blot om at formidle og udvikle matematisk viden. Andre dimensioner af vidensbegrebet kommer på tale.

Dette fremgår bl. a. af følgende bemærkninger, hvor Christine Keitel føjer diskussionen af undervisningsindholdet sammen med overordnede (demokrati)betragtninger: "If mathematics is a necessary and essential - although not the only precondition of technology, then mathematics teaching and learning is a necessary prerequisite for everyone who wants to understand and reconstruct or develop technology - and to judge its use or abuse." (Keitel, 1989, p. 8). Men der kommer en væsentlig tilføjelse: "On the other hand one can only partly be introduced to an understanding of mathematical technology by referring to mathematics itself, since the means-and-ends-relation stringently requires knowledge about both the objective and subjective contexts of the interference as well. Hence an introduction to the understanding and evaluation of technology within mathematics education cannot be restricted to mathematical techniques or theorems but must constantly refer to a broad understanding of the subject of the context." (Keitel, 1989, p. 9).

Vi kan skelne mellem forskellige typer af viden, der alle angår en matematikundervisning:

1. Selve den matematiske viden.
2. Teknologisk viden, her forstået som viden angående brugen af matematik.
3. Reflektiv viden, der skal forstås som viden nødvendig for kritisk at analysere matematikanvendelser.

Distinktionerne mellem disse tre typer viden har gyldighed hvad enten der er tale om mere avanceret modelbrug eller en helt elementær matematikanvelldelse.[15] En grundlæggende antagelse da strukturmatematikken gik sin sejrsmarch gennem kasselokalerne var, at når eleverne stifter bekendtskab med matematikkens basale begreber og strukturer og forstår deres indbyrdes logiske relationer, så opnår de dermed også en kompetence i anvendelse af matematik. At dette ikke er korrekt er nu bredt erfaret i matematikpædagogikken. Anvendelsesorienteringen af undervisningen er derfor også gjort til et selvstændigt projekt.[16]

Anderledes formuleret lyder denne pointe at teknologisk viden ikke lader sig dekomponere til matematisk viden. At kunne anvende matematik forudsætter en selvstændig inlæring.

Tilsvarende er det min tese at reflektiv viden ikke lader sig dekomponere til teknologisk viden. Skal man kunne bedømme og vurdere en anvendelse af matematik er det nødvendigt med begreber og kundskaber der rækker ud over de teknologiske færdigheder.

Denne tese har ikke blot gyldighed på det elementære niveau. En tekniker sættes ikke i stand til, i kraft af sin teknologiske kompetence, at vurdere funktionen af teknologiske frembringelser. Teknologivurdering og teknologikritik udgør selvstændige aktiviteter. Men ikke forudsætningsløse aktiviteter. Reflektiv viden må forudsætte en (vis) teknologisk viden, ligesom en teknologisk kompetence må forudsætte en (vis) matematisk viden.

Den reflektive viden udgør en del af grundlaget for den demokratiske kompetence i et højteknologisk samfund. Derfor spidser demokratiproblemet til. For forudætter en reflektiv indsigt teknologisk og matematisk viden i stort omfang, så bliver demokratiproblemet uløseligt. Så vil det kun være et veluddannet mindretal der reelt får mulighed for at tage en velunderbygget stilling til samfundets problemer.

Jeg vil ikke afvise at demokratiproblemet er særdeles vanskeligt at håndtere, men jeg indtager den optimistiske holdning, at pædagogikken har en betydningsfuld rolle at spille i denne sammenhæng, at man reelt kan opdrage til demokrati, og jeg finder at matematik indtager en særlig position i denne forbindelse.

Det er vigtigt at foretage et bestemt teoretisk skridt for at få greb om den reflektive viden, og dette drejer sig om valg af erkendelsesteori til beskrivelse af elevernes (matematiske) erkendelsesudvikling.

Klassiske erkendelsesteorier udtaler sig om karakteren af den proces der ledsager en erkendelsesudvikling. Ifølge den klassiske rationalisme opstår ny erkendelse i kraft af individets rationelle styrke. Det afgørende er ikke mængden af faktuelle oplysninger, derimod selve det logiske potentiale der kan udfolde den nye viden i deduktive mønstre. Den klassiske empirisme afviser dette erkendelsesideal til fordel for den omhyggelige observatør, der sikrer merviden på basis af den stadige strøm af iagttagelser som føjes sammen med det allerede iagttagne via en induktiv logik. Kilden til erkendelse bliver nu sanserne og ikke "ratio" som hos rationalismen.

Begge disse erkendelsesmodeller er monologiske. For en rationalist er det afgørende at individet tænker rationelt og klart, men det er ikke nødvendigt at interagere med andre. Ligeledes er empirismen monologisk. At opnå erkendelse er en individuel proces. Den enkelte skal åbne sine sanser, og blot ikke sanseindtrykkene forstyrres af falske forudsætninger så er erkendelsesudviklingen grundlagt.

En moderne variant af monologismen findes i Jean Piagets genetiske erkendelsesteori. Her kombineres rationalismen og empirismen i en særlig aktivitetsteori.[17] For Piaget funderer den matematiske erkendelse sig ikke på empiriske egenskaber ved fysiske objekter. Men erkendelsesteorien har alligevel et empirisk grundlag, for den matematiske erkendelse bygger på reflektioner over de operationer som individet foretager. Den genetiske erkendelsesteori får samtidig et rationalistisk grundlag. De reflektioner over operationer med objekter der her tales om er rationelle. Piagets erkendelsesteori er imidlertid fortsat monologisk. For at opnå viden er det ikke nødevendigt at interagere med andre.

For mig at se er det afgørende skridt der må tages i de erkendelsesbetragtninger der kan inspirere og oplyse fremtidens matematikundervisning - hvor fokus ikke blot placeres på den matematiske eller den teknologiske men også på den reflektive viden - at udvikle og benytte en dialogisk erkendelsesteori.

Jeg ser det som en hovedopgave at udvikle en erkendelsesteori, hvor dialogen spiller den afgørende rollen i erkendelsesproduktionen. Jeg ser naturligvis et udgangspunkt i den sokratiske metode, som Freudenthal har henledt opmærksomheden på i "Mathematics as an Educational Task". Men der skal foretages meget mere præcise begrebsudviklinger.

Hovedpointen i en dialogisk erkendelsesteori er forholdsvis simpel. Vi forudsætter at to personer A og B er til stede. A's viden er mangelfuld, B's ligeså. Men for at A kan opnå merviden er B's tilstedeværelse en forudsætning. Erkendelsesudvikling forudsætter en dialog, igennem hvilken der kan ske en begrebsgenerering. Resultatet af dialogen behøver naturligvis ikke at være "sand erkendelse", men blot en forøget indsigt. Det afgørende er at denne forøgelse forudsætter et dialogisk forhold etableret.

I de næste år vil jeg arbejde på at udvikle en dialogisk erkendelsesteori, således at den bliver funktionsduelig til at belyse en eksperimentel matematikundervisning med henblik på at understrege de træk der kan være med til at fastholde en reflektiv viden. Samtidig finder jeg at en dialogisk erkendelsesteori kan belyse den pædagogiske konsekvens der ligger i det åbne undervisningsmateriale, samt demonstrere at det sociologiske og det pædagogiske argument for en demokratisering via en matematikundervisning kan underbygges erkendelsesteoretisk.[18]

Hänvisningar

[1] Min fremstilling er en udvidelse af et foredrag "Fremtid i matematikundervisningell" holdt på Matematikbiennalen i Linköping, 24.-26. januar 1990.

[2] Yderligere oplysninger findes i *Redegørelse om folkeskolens afsluttende prøver i skriflig regning/matematik 1989*, Undervisningsministeriet, Direktoratet for Folkeskolen; Ole Lilholt Bjerre: *Den mundtlige prøve i regning/matematik*, Tidsskriftet Matematik og Statens Pædagogiskc Forsøgscenter; samt *Fokus på de mundtlige prøver i regning/matematik*, Tidsskriftet Matematik, 1989.

[3] Gunhild Nissen (Roskilde Universitetscenter) er formand for initiativets styringsgruppe; de øvrige medlemmer er: Peter Bollerslev (Zahles Seminarium og Direktoratet for Folkeskolen), Mogens Niss (Roskilde Universitetscenter), Dorte Olesen (Roskilde Universitetscenter), Ebbe Thue Poulsen (Aarhus Universitet) samt Ole Skovsmose (Aalborg Universitetscenter). Jens Bjørneboe (Helsingør Gymnasium) er ansat som forskningssekretær. Initiativet har indtil videre iværksat følgende forskningsprojekter: Lena Lindenskov undersøger forholdet mellem hverdagserfaringer og matematisk begrebsdannelse, Bo Jacobsen analyserer den universitetsuddannede matematiklærers fagsocialisation, Finn Langberg har arbejdet med brugen af datamater i gymnasiets matematikundervisning, Kirsten Grønbæk Hansen diskuterer matematik og datalogi i de erhvervsfaglige grunduddannelser, og fra august 1990 vil Ole Skovsmose påbegynde et projekt, der koncentreres om erkendelsesteoretiske spørgsmål. Endvidere har initiativet støttet en række pædagogiske udviklingsarbejder. Yderligere oplysninger om initiativet kan fås ved henvendelse til: Jens Bjørneboe, Korndrevet 85, DK-314ø Alsgårde, Danmark.

[4] Se f. eks. Niss (1984) og Skovsmose (1984b).

[5] Mere generelle teknologifilosofiske emner samt spørgsmål angående informationsteknologi, formalisering og magt er diskuteret i Skovsmose og Siggaard Jensen (1986) og i Skovsmose (1990a).

[6] En bredere perspektiv pa matematik og matematikundervisning er anlagt i Høyrup & Høyrup (1973) og Maass & Schlögelmann (red.) (1989).

[7] Dette argument har bl. a. været skitseret i Niss (1981). Argumentet er omtalt og analyseret i Skovsmose (1989e).

[8] Se Niss & Hermann (1982), hvor en makro-økonomiske model diskuteres med henblik på gymnasieundervisningen i matematik. Se også Fischer & Malle (1985), p. 122 ff.

9 Alternativer i matematikundervisningen og i denne forbindelse også procesorienteringen er omtalt i Skovsmose (1980, 1981a, 1981b).

10 IOWO blev oprettet i 1971, men pa grund af ændrede planer fra det hollandske undervisningsministerium måtte instituttet indstille sine aktiviteter i januar 1982.

11 Et indtryk af frodiglleden får man ved at gennemse numre fra tidsskriftet "Matematik", der udgives af Danmarks Matematiklærerforening. Se også Andersen & Petersen (1984).

12 Lakatos præsenterer sin hovedanalyse i "Proofs and Refutations", Cambridge University Press, 1976, og Kitchers empirisme specificeres i "The Nature of Mathematical knowledge", Oxford University Press, 1983. En diskussion af positioner inden for matematisk erkendelsesteori findes i Skovsmose (1990b). Tesen om begrebsligned er omtalt i Skovsmose (1988d).

13 Eksempler herpa er beskrevet i Skovsmose (1984a).

14 Mellin-Olsen formulerede sin pointe i et foredrag holdt på Aalborg Universitetscenter, december 1989.

15 Distinktionen mellem matematisk viden, teknologisk viden og refleksiv viden er præsenteret i Skovsmose (1988c, 1989a, 1989b, 1989e og 199Oc).

16 Et overblik over og et indtryk af anvendelsesorienteringen inden for matematikkens didaktik fås gennem Blum og Niss (1989), Blum et al. (eds.)(1989) og Blum, Niss og Huntley (eds.)(1989).

17 En progressiv variant af aktivitetsteorien er diskuteret i Christiansen & Walther (1986). Central i denne forbindelse er også Mellin-Olsen (1987).

18 Mit arbejde koordineres med "Matematikundervisnings-initiativet: Aalborg". Hensigten med Aalborg-initiativet er at samle og integrere forskellige former for pædagogisk udviklingsarbejder, der søger at anskue matematikundervisningen i et bredt humanistisk perspektiv. Oplysninger i øvrigt kan fås ved henvendelse til initiativets sekretær: Helle Westmark, Afdeling for Matematik og Datalogi, Aalborg Universitetscenter, Strandvejen 19, 2., 9000 Aalborg.

Litteratur

1. Andersen, U. T. & Petersen, P. (1984): "Matematik og projektarbejde", Unge Pædagoger, nr. 4, pp. 13-2ø.

2. Bell, D. (198ø): "The Social Framework of the Information Society", i Forester, T. (ed.): *The Microelectronic Revolution*, Blackwell, Oxford, pp. 500 – 549.

3. Bjørneboe, J. & Nissen, G. (1984): "Den taberproducerende matematikundervisning", *Uddannelse*, nr. 8, pp. 469-479.

4. Blum, W. & Niss, M. (1989): *Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications and Links to other Subjects*, Tekster fra IMFUFA, nr. 183, Roskilde Universitetscenter, Roskilde.

5. Blum, W., et al. (red.) (1989): *Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics*, Ellis Horwood, Chichester.

6. Blum, W., Niss, M. & Huntley, I. (eds.)(1989): *Modelling, Applications and A p plied Problem Solving*, Ellis Horwood, Chichester.

7. Bollerslev, P. (red.) (1979): *Den ny matematik i Danmark*, Gyldendal, København.

8. Bollerslev, P., et al. (1987): *Flyv med*, Gyldendal, København.

9. Christiansen, B., Howson, A.G. & Otte, M. (red.) (1986): *Perspectives on Mathematics Education*, Reidel, Dordrecht/Boston/Lancaster/Tokyo.

10. Christiansen, B. & Walther, G. (1986): "Task and activity", i Christiansen, Howson & Otte (red.)(1986), pp. 243-307.

11. Fischer, R. & Malle, G. (1985): *Mensch und Mathematik*, Bibliographisches Institut, Mannheim/Wien/Zürich.

12. "Five Years IOWO", *Educational Studies in Mathematics*, nr. 3 (1976).

13. Freudenthal, H. (1973): *Mathematics as an Educational Task*, Reidel, Dordrecht.

14. Freudenthal, H. (1978): *Weeding and Sowing"*, Reidel, Dordrecht.

15. Howson, A. G. (red.) (1973): *Developments in Mathematical Educalion*, Cambridge University Press, Cambridge.

16. Høyrup, E. & Høyrup, J. (1973): *Matematikken i samfundet*, Gyldendal, København.

17. Høyrup, J. (1974): " Matematikundervisning: reformer, formål og bivirkninger", *Dansk pædagogisk tidsskrift*, nr. 8/9, pp. 345-363.

18. Høyrup, J. (1979): "Historien om den nye matematik i Danmark - en skitse", i Bollerslev (red.) (1979), s. 49-65.

19. Keitel, C. (1989): "Mathematics Education and Technology", *For the Learning of Mathematics*, vol. 9, pp. 7-13.

20. Maass, J. & Schlögelmann, W. (red.) (1989): *Mathematik als Technologie?*, Deutscher Studien Verlag, Weinheim.

21. Mellin-Olsen, S. (1987): *The Politics of Mathematics Education*, Reidel, Dordrect/Boston/Lancaster/Tokyo.

22. Niss, M. (1984): "Kritisk matematikundervisning- nødvendig men vanskelig", *Unge Pædagoger*, nr. 4, pp. 21-29.

23. Niss, M. (1989): "Aims and Scope of Applications and Modelling in Mathematics Curricula", i Blum et al. (red.)(1989), pp. 22-31.

24. Niss, M. & Hermann, K. (1982): *Beskæftigelsesmodellen i SMEC III*, Nyt Nordisk Forlag Arnold Busck, København.

25. Nissen, G. (1989): "Matematikundervisning på humanisternes dagsorden", *Uddannelse*, pp. 341-346.

26. Piaget, J. (1970): *Genetic Epistemology*, Colombia University Press, New York/London .

27. Piaget, J. (1973): "Comments on Mathematical Education", i Howson (ed.)(1973), pp. 79-87.

28. Skovsmose, O. (1980): *Forandringer i matematikundervisningen*, Gyldendal, København.

29. Skovsmose, O. (1981a): *Matematikundervisning og kritisk pædagogik*, Gyldendal, København.

30. Skovsmose, O. (1981b): *Alternativer i matematikundervisningen*, Gyldendal, København .

31. Skovsmose, O. (1981): "Fagkritik og matematik", *Pædagogik*, nr. 3, pp. 5764.

32. Skovsmose, O. (1981): "Tendenser og muligheder", *Matematik*, nr. 6, pp. 5-10.

33. Skovsmose, O. (1981): "IOWO", *Matematik*, nr. 7, side 5-9.

34. Skovsmose, O. (1984a): *Kritik, undervisning og matematik*, DLH-Forskningsserien, Lærerforeningernes Materialevalg, København.

35. Skovsmose, O. (1984b): "Gør kritisk pædagogik kritisk", *Unge Pædagoger*, nr. 4, pp. 5-12.

36. Skovsmose, O. (1985a): "Mathematical education versus critical education", *Educational Studies in Mathematics*, vol. IO., pp. 337-354.

37. Skovsmose, O. (1985b): "Kritik og analyse af folkeskolens matematikundervisning", *Matematik*, nr. 4, pp. 11-20.

38. Skovsmose, O. (1988a): "Initiativområder inden for matematikkens didaktik", *i Matematikundervisning; demokrati - kultur - højteknologi*, Rapport fra SHF, Århus Universitetsforlag, pp. 60-82.

39. Skovsmose, O. (1988b): "Mathematics as part of technology", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 19, 1988, pp. 23-41.

40. Skovsmose, O. (1988c): *Reflective knowledge and mathematical modelling*, R 88-13, Institut for Elektroniske Systemer, Aalborg Universitetscenter, Aalborg.

41. Skovsmose, O. (1988d): *Democratization and Mathematical Education*, R 8833, Institut for Elektroniske Systemer, Aalborg Universitetscenter, Aalborg.

42. Skovsmose, O. (1989a): "Towards a Philosophy of an Applied Oriented Mathematical Education", i W. Blum et al., (eds.), pp. 110-114.

43. Skovsmose, O. (1989b): "Models and Reflective knowlcdge", *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, nr. 1, pp. 3-8.

44. Skovsmose, O. (1989c): "Matematik og kultur", *Dansk Pædagogisk Tidsskrift*, nr. 3, pp. 152-158.

45. Skovsmose, O. (1989d): "Fremtid i matematikundervisningen", *Matematik*, nr. 3, pp. 5-11.

46. Skovsmose, O. (1989e): *Mathematical Education and Democracy*, R 89-40, Institut for Elektroniske Systemer, Aalborg Universitetscenter, Aalborg.

47. Skovsmose, O. (1989f): *Perspectives in Curriculum Development in Mathematical Education*, R 89-41, Institut for Elektroniske Systemer, Aalborg Universitetscenter, Aalborg.

48. Skovsmose, O. (1990a): *Sprog og Formalisering*, *R* 90-2, Institut for Elektroniske Systemer, Aalborg Universitetscenter, Aalborg.

49. Skovsmose, O. (1990b): *Ud over matematikken*, udgives på forlaget Systime, Herning.

50. Skovsmose, O. (1990c): *Reflective Knowledge - Its Relation to the Mathematical Modelling Process*, dupl., Institut for Elektroniske Systemer, Aalborg Universitetscenter, Aalborg.

51. Skovsmose, O. & Siggard Jensen, H. (1986): *Teknologikritik*, Systime, Herning.