Språkspalten

med Lotta Wedman

Två olika synsätt på begrepp

Enligt våra kursplaner ska elever få möjlighet att utveckla förtrogenhet med grundläggande matematiska begrepp och det märks att begreppsförmågan är viktig för att vi ska lära oss matematik. Därför kan man tycka att det borde finnas en tydlig definition av vad begrepp är inom det matematikdidaktiska fältet, men det gör det inte. Att det finns olika synsätt beror på att matematikdidaktik som fält har hämtat influenser från så skilda håll som matematik, kognitionsvetenskap, filosofi, lingvistik och semiotik. Inom och mellan dessa fält finns det olika synsätt på vad begrepp är, vilket i sin tur har påverkat matematikdidaktiken.

Inom klassisk begreppsfilosofi skiljer man mellan ord, betydelsen av ord och de objekt som orden beskriver. Ord är något vi säger eller skriver på ett papper eller i en dator. Vidare är ord namn som vi ger till föremål, personer, idéer, handlingar, eller något annat. Exempel på ord kan vara ’blomma’, ’rektangel’, ’Marit’, ’leka’, ’addera’, ’på’ och ’och’. Dessa ord behöver inte ha en betydelse för den som säger eller skriver dem. De behöver inte heller ha en betydelse för den som lyssnar eller läser. En förutsättning för att kommunikationen mellan avsändare och mottagare ska fungera är dock att vi har en tillräckligt stor gemensam förståelse för vad orden betyder.

Ett ord, dess betydelse och vad det refererar till

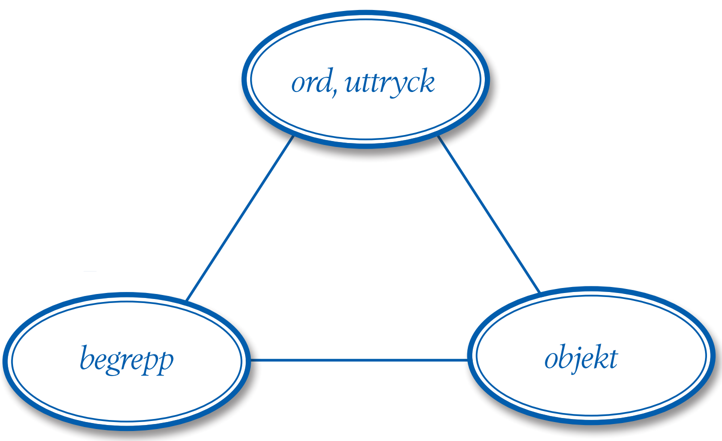
Betydelsen av ett ord kan vi kalla ett begrepp. Filosofen Gottlob Frege använde ordet ’sinn’ som är den lingvistiska betydelsen av ett ord och många språkfilosofer antar att begrepp är något slags sinn. När jag säger ordet ’blomma’ så har det ordet en betydelse, som är begreppet blomma. Det kan vara svårt att svara på vad en blomma är, om detta är något som man inte har reflekterat över. Det jag antagligen skulle göra om jag fick frågan är att hämta en blomma, för att visa och berätta om vilka egenskaper en blomma har. Sedan kanske jag skulle söka på Wikipedia där jag får förklaringen ”blomman är den del av blomväxterna som används för fortplantning”. Denna definition kan verka klargörande, men kan också leda till nya tankar och frågor. Man får till exempel ingen klar bild av hur blommor kan se ut utifrån denna beskrivning. Om vi i stället letar efter en förklaring av begreppet rektangel, inom matematikdidaktik, kanske vi får definitionen ”en fyrhörning som endast har räta vinklar”. En sådan beskrivning ringar tydligt in begreppet *rektangel*, även om den kan vara svår att förstå om mottagaren inte har förståelse för begreppen *fyrhörning* och *rät vinkel*.

Vidare kan ett begrepp peka ut olika objekt eller situationer, som ordet refererar till. Till exempel refererar ordet 'blomma' till en mängd objekt som alla kan kallas för 'blomma'. Dessutom kan ordet referera till olika bilder av blommor. Här kan man kanske hitta gränsfall, där något delvis verkar vara en blomma, men där alla egenskaper hos objektet inte stämmer in på begreppet *blomma*. Vad sägs till exempel om en seriefigur som ser ut som en blomma, men som har ett ansikte med ögon, näsa och mun, och dessutom har armar och ben? Svaret på vilka objekt som kan räknas som blommor beror på vem som svarar och i vilket sammanhang.

Matematiska begrepp

Det finns en del filosofer som menar att det som skiljer matematiska begrepp från icke-matematiska begrepp är att matematiska begrepp är välbestämda och att det endast finns en betydelse till ett matematiskt ord. Alltså går det att tydligt avgöra vilka figurer som är rektanglar och inte, genom att använda definitionen av *rektangel*. Här är det värt att notera att vi i vardagen använder matematiska ord på ett sätt som inte skulle accepteras av matematiker. Vi kanske kallar en vägskylt för en kvadrat, trots att en granskning av formen på skylten skulle visa att vinklarna inte är exakt 90 grader och att längderna skiljer sig åt en aning. Om vi ska vara noggranna finns det faktiskt inga matematiska objekt alls i den fysiska världen, eftersom matematikens objekt är abstrakta. Detta betyder att fönster, rum, bord och böcker inte är rektanglar utan endast har rektangulära former. Men det skulle vara svårt för oss att arbeta med rektanglar om vi inte fick använda konkreta objekt eller bilder.

Sammanfattningsvis skiljer man inom språkfilosofi mellan ord (eller uttryck), begrepp som är betydelsen av ett ord (eller ett uttryck) och de objekt eller situationer som orden refererar till. Denna distinktion kan åskådliggöras i en begreppslig triangel. Vidare kan man skilja mellan konkreta och abstrakta objekt. Medan föremål som finns i den fysiska världen omkring oss räknas som konkreta objekt är matematikens objekt abstrakta och finns endast i en idévärld eller i våra tankar.



Två synsätt på begreppens existens

Enligt Platon existerar begrepp i någon form av idévärld. Andra, som filosofen Willard Van Orman Quine, menar att begrepp existerar i språket, genom att de är betydelsen av ord som finns i vårt gemensamma språk. Båda är överens om att begrepp existerar oberoende av oss som individer. Ytterligare ett synsätt menar att det inte finns oberoende abstrakta objekt utan att begrepp endast kan existera som abstraktioner i det mänskliga sinnet. Vi har alla en egen uppfattning av vad en rektangel är, vilket är vår mentala bild av en rektangel, och denna kan utvecklas till ett begrepp när den mentala bilden har fått en viss struktur. Detta synsätt går tillbaka till Aristoteles och finns bland annat hos Jean Piaget.

Vi har nu konstaterat att begrepp kan ses som betydelsen av ord eller uttryck. Vi har också konstaterat att det finns två olika synsätt på var denna betydelse existerar och om begreppen finns i en idévärld som är oberoende av oss människor eller om begreppen finns i vår kognitiva tankestruktur. Dessa två synsätt, ett icke-mentalt och ett mentalt, har följt med genom historien och finns idag sida vid sida i den matematikdidaktiska diskussionen om begrepp.

Platon, 428–348 f Kr
Grekisk matematiker, filosof och författare.
Aristoteles, 384–322 f Kr
Grekisk filosof och astronom.
Gottlob Frege, 1848–1925
Tysk matematiker, logiker och filosof.
Jean Piaget, 1896–1980
Schweizisk psykolog, filosof, kunskapsteoretiker, biolog och sociolog.
Willard Van Orman Quine, 1908–2000
Amerikansk filosof och logiker.

Begrepp skapas i kommunikation

Som vi såg ovan kan ett icke-mentalt synsätt innebära att ett begrepp är den språkliga betydelsen av en term eller ett uttryck. Då skapas begreppen i kommunikation och är därför sociala objekt. Ett icke-mentalt synsätt på begrepp kan också ses när vi pratar om att matematiken är ett system som grundar sig på begrepp och satser. Begrepp är då matematikens byggstenar och bestäms genom definitioner, som vi till exempel kan hitta i uppslagsböcker. Definitionerna kan också förändras. Till exempel ser definitionen av begreppet *funktion* annorlunda ut idag än vad den gjorde på 1700-talet. Därför kan man säga att begreppen utvecklas genom historien.

Begrepp skapas i det mänskliga sinnet

I ett mentalt synsätt uppstår i stället begrepp som abstraktioner i det mänskliga sinnet och begreppens roll är att hjälpa oss att förstå världen, genom att de binder ihop tidigare erfarenheter med det som händer idag. Piaget menade till exempel att begrepp är mentala representationer som utvecklas genom olika stadier. I ett första stadium finns endast ostrukturerad sinnesinformation från fysiska objekt. Under utvecklingen skapas sedan en struktur som individen kan använda för att lösa problem. Denna struktur kommer enligt Piaget att få fler och fler egenskaper som liknar de egenskaper som finns hos den formella matematiken. På det sista stadiet kan individen föreställa sig objekt. Genom kommunikation med andra människor får också olika individers mentala representationer liknande drag. Därmed utvecklar olika individer samma begrepp.

Objektlösa begrepp och relationer mellan begrepp

Innan jag avslutar vill jag göra några kommentarer till den syn på begrepp som har vuxit fram i denna text. För det första så handlar de exempel som jag har tagit upp om begrepp som beskriver olika typer av objekt, som antingen är konkreta eller abstrakta. Begrepp kan också användas för olika typer av processer. Till exempel är *addera* ett begrepp som refererar till handlingar där två eller fler tal summeras.

För det andra finns det begrepp som *mat man äter på julafton*, som är betydelsen av ett längre uttryck och inte av ett ord. En del sådana begrepp, som exempelvis *cirklar med fyra hörn*, har inget objekt i sin referens och det är omöjligt att skapa sig en mental representation utan motsättningar.

För det tredje är det en viktig del av förståelsen att se hur olika begrepp hänger ihop. Till exempel finns det en relation mellan begreppen *kvadrat* och *rektangel* som består i att en kvadrat är ett specialfall av en rektangel, där alla sidor är lika långa. Som ett annat exempel ingår i begreppet *cirkel* relationer till begrepp som *radie*, *omkrets*, *area* och π. Det finns forskning som visar att goda problemlösare har en mer utvecklad begreppsstruktur, jämfört med elever som har svårt för matematik. Därför är det viktigt att undervisa om relationer mellan begrepp.

Begreppsförståelse

Sammanfattningsvis finns två olika synsätt på vad begrepp är inom matematikdidaktik. I det ena synsättet är ett begrepp en icke-mental betydelse av ett ord eller uttryck som bestäms av en definition; i det andra är ett begrepp en slags mental representation som hjälper individen att lösa problem. Att det finns två synsätt beror på att man inom matematikdidaktik kombinerar idéer om matematik och om språk, med psykologiska tankegångar. När det står i kursplanen att eleverna ska utveckla förtrogenhet med matematiska begrepp så är det otydligt huruvida man menar att eleverna ska utveckla kunskap om begrepp som de definieras i formell matematik eller om eleverna ska utveckla mentala representationer som hjälper dem att lösa problem. Det är inte självklart att detta är samma sak. Min inställning är att begreppsförmågan handlar om både och. Vi måste både undervisa om begrepp genom att diskutera begreppens egenskaper och definitioner, och hur de är relaterade till varandra i den formella matematiken, och samtidigt bemöda oss om att eleverna utvecklar en begreppsstruktur som hjälper dem att lösa problem. Matematikdidaktik innefattar både matematiken som sådan, som vi undervisar om, och hur eleven lär sig matematik. Lärandet kan sedan antingen ses från ett kommunikativt eller ett psykologiskt perspektiv. Därför har både det icke-mentala synsättet och det mentala synsättet viktiga roller att fylla.

LITTERATUR

Wedman, L. (2020). *The concept concept in mathematics education: A concept analysis*. Acta Universitatis Gothoburgensis. http://hdl.handle.net/2077/64096