



Omkrets och area

Problemen denna gång handlar om omkrets och area och är av lite mer undersökande karaktär. Beroende på vilken nivå eleverna befinner sig kan problemen lösas på olika sätt, från mer konkret undersökande till abstrakta och generella metoder.

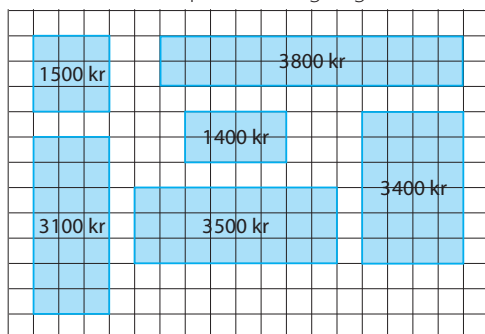
4408 Lista ut figuren

Använd informationen i de åtta påståendena a–h för att lista ut vilken figur med bestämda mått som söks. Behövs samtliga påståenden? Varför/varför inte?

- Figuren är firsidig.
- Figuren har två symmetrilinjer.
- Figuren är oregelbunden.
- Figuren har fyra räta vinklar.
- Längden av varje sida är ett jämnt tal.
- Arean är 24 cm^2 .
- Värdet på omkretsen är större än värdet på arean.
- Figuren har två par av parallella sidor.

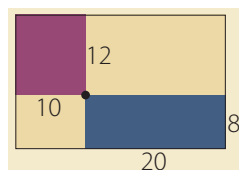
4409 Fönsterpriser

Prismärkning på fönster beror dels på arean av fönsterglaset men också på längden av ramen runt fönstret. Kan du lista ut hur prismärkningen görs?



4410 Flyttad mittpunkt

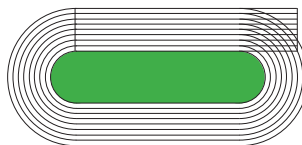
Kan du flytta mittpunkten så att de två mörkare områdena får samma area? Använd: www.geogebra.org/m/FSBtEWKZ



4411 Nylöparbana

Löparbanan på en idrottsanläggning som byggs ska ha följande egenskaper:

- Innersta banan längs gräsmattkanten måste vara 400 m.
- Det ska vara åtta banor.
- Varje bana ska ha bredden 1,25 m.
- Varje bana ska bestå av två långa raksträckor och två halvcirklar.
- Båda raksträckorna i varje bana ska vara 85 m långa.



Vilken radie måste halvcirklarna ha? Var ska löparna starta ett 200 meterslopp så att alla springer precis 200 m?

Svar och förslag på lösningar

4408 Svar: En rektangel med sidorna 2 cm och 12 cm.

Ett förslag som ger denna rektangel är följande: Påstående d och h ger en rektangel. Påstående e och f ger att sidorna på rektangeln måste vara 2 och 12 eller 4 och 6. Detta tillsammans med påstående g ger att måtten är 2 cm och 12 cm.

Utmana eleverna att försöka hitta andra kombinationer av påståenden, och kanske färre till antal, som kan ge figuren.

För att underlätta för samtal om utmaningen mellan eleverna kan man göra kort av påstående $a-h$ och dela ut till dem.

4409 Svar: Prismärkningen är sådan att varje areaenhet glas kostar 100 kr och varje längdenhet ram kostar 50 kr.

Hitta två fönster med samma area men olika omkrets.

- ♦ Fönstret märkt 3500 kr har arean 24 ae och omkretsen 22 le.
- ♦ Fönstret märkt 3800 kr har arean 24 ae och omkretsen 28 le.

De har samma area men fönstret märkt 3800 kr är 6 le längre och kostar 300 kr mer. Alltså måste varje längdenhet ram kosta 50 kr.

Fönstret som kostar 3800 kr kostar alltså utan ram $3800 - 50 \cdot 28 = 2400$ kr.

Arean är 24 ae, det vill säga varje areaenhet kostar 100 kr.

4410 Svar: Två lösningar är $15 \cdot 10 = 10 \cdot 15$ och $22,5 \cdot 5 = 15 \cdot 7,5$.

Generell lösning: Alla punkter som gör att det uppstår samma area på de två rektanglarna blir en linjär funktion: $y = 1,5x$ där x är en rektangels ena sida och y är den andra rektangelns motsvarande sida.

$$15 = 1,5 \cdot 10 \quad 22,5 = 1,5 \cdot 15 \quad 7,5 = 1,5 \cdot 5$$

4410 Svar: Halvcirkelarna ska ha radien 46,6 m och starten ska vara förskjutet 3,93 m vid 200 metersloppet.

Eftersom båda raksträckorna är 85 m långa är 170 m av banan rak. Det betyder att de återstående 230 m av banan består av de två halvcirkelformade sektionerna. Eftersom det finns två halvcirkelformade sektioner, var och en med lika radier, är summan av deras inre kanter lika med omkretsen av en cirkel. Cirkelns omkrets är $2 \cdot \pi \cdot r$, där r är radien. Därför kan vi skriva: $230 = 2 \cdot \pi \cdot r$, vilket ger att $r \approx 36,606$ meter. Vi vill hitta ett mått för radierna för de halvcirkular som omfattar hela de båda krökta sektionerna. Eftersom varje bana är 1,25 meter bred är summan av bredden på banorna lika med $8 \cdot 1,25 = 10$ meter. Därför är radien för de krökta sektionerna lika med: $36,606 + 10 = 46,606$ m.

Den 200 m förskjutna starten: Vi har bana ett som utgångspunkt och löparen i bana ett börjar vid den krökta sektionen på den innersta banan. Raksträckorna behöver inte kompenseras, eftersom löparna springer samma sträcka här. Därför behöver vi bara tänka på den 115 meter långa banan som löparna kommer att springa innan de kommer till rakan; under denna tid kommer alla löpare att springa på den krökta delen av banan. Löparen i bana två springer på en bana med en innerkant som är 1,25 m längre utåt än bana ett. Radien på löpare tvås bana är därför lika med $36,606 + 1,25 = 37,856$ m. Omkretsen av halvcirkeln 118,927 m. Detta är 3,927 m längre än insidan av bana ett, så löparen i bana två kommer att börja 3,927 m framför löparen i bana ett. Varje löpare från bana ett till bana åtta startar 3,927 m framför löparen i banan innanför.

Ulrica Dahlberg