Nämnarens adventskalender 2019

I vanlig ordning skapade vi på NCM en adventskalender i höstas. Av olika skäl hamnade korrekturläsningen lite mellan stolarna och 2019 års kalender kom att innehålla flera små irriterande fel. Vi beklagar och ber om ursäkt, men samtidigt fick det som en positiv följd att ovanligt många mail kom till oss. Vi fick därmed svart på vitt att kalendern används och är till glädje. Ett stort tack till alla er som hörde av er!

En tanke med kalendern är att där ska finnas problem på alla nivåer, från första klass till gymnasiet. Det betyder att vissa är enkla, andra är svåra. Den här gången råkade dock ett problem bli mycket svårare än vad vi hade avsett.

Lucka 9

Skriv ett uttryck med endast tre 3:or och operatorer så att uttrycket är lika med 14.

Hitta på egna liknande problem att utmana klasskamraterna med.

I facit föreslog vi följande uttryck:

$33/3 + 3$ eller $3 + 33/3$

Alla kan se att uttrycken innehåller fyra treor och inte tre stycken. Här hade ett fel smugit sig in i själva uppgiften. Två saker hände. Det första var att kreativa matematiker, matematiklärare, pensionärer och ingenjörer hörde av sig med förslag på uttryck som ligger lite utanför skolmatematiken och de vanliga operatorerna. Det andra var att lärare hörde av sig och berättade att den andra delen av problemet fick större utrymme i klassens arbete med nya spännande och utmanande frågor som följd.

Förslag på lösningar med tre 3:or

Ett lösningsförslag är att räkna i en annan talbas. Talet 14 betyder ju att det finns en grupp som består av det antal som finns i basen (normalt tio) och fyra ental. Byter vi bas kommer sifferkombinationen 14 att representera ett annat tal.

- I bas fem betyder 14 att vi har 1 fem-grupp och 4 ental. Vi kan skriva:
  $3 + 3 + 3 = 14$ i bas fem
- I bas tjugotre betyder 14 att vi har 1 tjugotre-grupp och 4 ental.
  $3 \cdot 3 \cdot 3 = 14$ i bas tjugotre
- I bas åtta betyder 14 att vi har 1 åtta-grupp och 4 ental.
  $3 \cdot 3 + 3 = 14$ i bas åtta

Några ingenjörer utökade operatorerna och använde så kallade golv- och takfunktioner, som är ett sätt att beteckna att ett tal avrundas till närmaste heltal över eller under.

Golvfunktionen $\lfloor x \rfloor$ ger det heltal som ligger närmast under x.
Takfunktionen $\lceil x \rceil$ ger det heltal som ligger närmast över x.
Dessa kan också betecknas med de engelska orden floor(x) respektive ceil(x).

- Om dessa funktioner utnyttjas kan $\sqrt{3}$ används i följande uttryck:
  $\lfloor(\sqrt{3}+3)\cdot 3\rfloor = 14$ respektive $\lceil(\sqrt{3}+3!)\rceil + 3! = 14$
- Vi fick också förslag på en lösning som utnyttjar trigonometriska funktioner:
  $(\arctan\sqrt{3}) / 3 - 3! = 14$
- I ett annat lösningsförslag användes exponenter som en operation, med tolkningen att andra siffror än 3 fick användas som exponenter. Med en sådan tolkning är även följande uttryck lika med 14:
  $3^2 + 3! - 3^0 = 14$

Fakultetsfunktionen är rolig att använda och lätt att förstå även för grundskolelever: $3! = 1\cdot 2\cdot 3 = 6$ $7! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7 = 5\,040$

Nya spännande frågor

Om du vill arbeta vidare med det här problemet kan vi utmana med att ställa nya relaterade frågor. Utforska talens värld vidare och se gärna våra små misstag i 2019 års adventskalender som startskott till att tänka nytt – utanför boxen.

Vilket är det minsta antal 3:or vi behöver för att skriva talet 14?

Vilket är det största antal 3:or vi kan använda för att skriva talet 14?

Finns det något mönster i vilka tal som går att skriva med enbart 3:or?

Vilket är det största respektive minsta tal som kan skrivas med tre 3:or?

Hur många olika tal kan vi skriva med hjälp av tre 3:or och operatorer?

Går det att skriva fler, färre eller lika många olika tal om vi istället använder tre 4:or?

Redaktionen