



Problem med att färdas – och lite annat

Nämnares läsare känner Bengt Ulin som en artikelförfattare som gärna skriver om matematikhistoriska händelser och personer. Här bjuder han istället på några problem att lösa.

- 4322 *En dag i Zürich*
I slutet av december är dagen i Zürich 7 timmar längre än natten. Hur lång är då dagen?
- 4323 *Skugga från flaggstång*
Samtidigt som en 1 m lång lodrät käpp ger en skugga av längd 0,6 m på plan mark har en flaggstång en 9 m lång skugga. Hur hög är flaggstången?
- 4324 *Försenat flygplan*
Ett flygplan som skulle landa kl 23:45 är försenat och beräknas landa en och en halv timme senare. Vid vilken tidpunkt kommer planet att landa?
- 4325 *Alf cyklar och Bert kör bil*
Alf cyklar iväg kl 11 från sitt hem H med en fart av 20 km/tim. Efter en halvtimme startar Alfs far Bert från H med sin bil för att hinna upp Alf. Bert kör med farten 60 km/tim. När hinner Bert upp Alf?
- 4326 *En kvadratsida*
I en triangel med bas a och höjd h inskrivs en kvadrat så att en kvadratsida faller utmed basen och motsatt sida har sina hörn på var sin triangelsida. Hur lång är kvadratsidan?
- 4327 *Nollgradig is*
4 kg nollgradig is blandas med 12 kg vatten vars temperatur är 50°C. 1 kg is behöver 80 kalorier för att smälta. Vilken temperatur erhåller blandningen?
- 4328 *Koncentriska cirklar*
Två koncentriska cirklar har radier R och r , varvid $R > r$. En korda av längd $2d$ i den större cirkeln tangerar den mindre cirkeln. Visa att man förvånande nog inte behöver veta mer än kordans längd för att beräkna arean A mellan de två cirkelarna.
- 4329 *Omkörning*
En bil A håller hastigheten 90 km/h. En bakomvarande bil B framförs med farten 108 km/h. Föraren av bil B påbörjar 30 m bakom A en omkörning och avslutar den 30 m framför bil A. Hur lång tid tog omkörningen?
- 4330 *Motorstörning*
Ett flygplan kör en sträcka d med hastighet v men måste på grund av en motorstörning genast köra samma sträcka tillbaka med sänkt fart u . Vilken medelhastighet höll planet, räknat på tur-och-returkörningen?



Svar och förslag på lösningar

4322 Rätt svar: 15,5 h

$$0,5 \cdot 24 + 3,5 = 15,5$$

Alternativ lösning: Med x = dagens längd får man $x + (x - 7) = 24$ varav $x = 0,5 \cdot 31 = 15,5$.

4323 Rätt svar: 15 m

Likformighet ger $h/9 = 1/0,6$ varav $h = 15$ m.

4324 Rätt svar: Kl 01:15 påföljande dag.

1 timme efter 23:45 är klockan 00:45 och efter ytterligare en halvtimme är den 01:15. Svaret är alltså 01:15 påföljande dag.

4325 Rätt svar: Klockan 11:45

Bert ska ta in ett försprång på 10 km. Han färdas 40 km/tim snabbare än Alf. Han behöver således 10/40 timmar, dvs 15 minuter, för att hinna upp Alf.

4326 Rätt svar: $x = ah/(a+h)$

Med hjälp av hela triangeln och topptriangeln får man för sidan (x) med likformighet ekvationen

$$x/(h-x) = a/h$$

$$\text{varav } x = ah/(a+h).$$

4327 Rätt svar: $17,5^\circ\text{C}$.

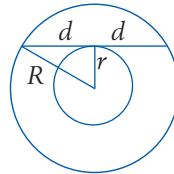
Med t som sluttemperatur blir ekvationen

$$4 \cdot 80 + 4t = 12(50 - t)$$

$$\text{varav } t = 17,5^\circ\text{C}.$$

4328 Rätt svar: $A = \pi d^2$

$A = \pi(R^2 - r^2)$ och enligt Pythagoras sats gäller $R^2 - r^2 = d^2$. Alltså erhåller vi $A = \pi d^2$.



4329 Rätt svar: 12 sekunder

Relativt A har B en merfart av 18 km/h, dvs 5 m/s. Det tar därför 12 sekunder för B att färdas den erforderliga omkörningssträckan.

4330 Rätt svar: $x = 2uv/(u+v)$, oberoende av d .

Om x är den sökta medelhastigheten, så gäller

$$d/v + d/u = 2d/x.$$

Ur denna ekvation får man $x = 2uv/(u+v)$, oberoende av d .

Bengt Ulin

Abelpriset

För första gången till en kvinnlig matematiker!

Matematikern Karen Uhlenbeck har tilldelats årets Abelpris för "sina banbrytande insatser inom geometriska partiella differentialekvationer, gaugeteori och integrerbara system, och för den grundläggande betydelsen av hennes arbeten inom analys, geometri och matematisk fysik".

Karen Keskulla Uhlenbeck är professor i matematik vid University of Texas i Austin. Hon lär i en tidigare intervju ha beskrivit sitt förhållande till matematiken med orden "Jag har funnit stor glädje och nöje i matematiken. Den räddade mig från tristess, uttråkning och självupptagenhet. Mer kan man inte begära."

Det finns två matematikpris som i prestige kan mäta sig med Nobelpriset. Det ena priset är Abelpriset, som delas ut av den norska vetenskapsakademien till minne av den norske matematikern Nils Henrik Abel. Karen Uhlenbeck är den första kvinnan som tilldelats priset sedan det inrättades 2003. Det andra priset är Fieldsmedaljen, som delas ut av International Mathematical Union. Fieldsmedaljen började delas ut 1936 och har hittills endast tilldelats en kvinna, Maryam Mirzakhani, som erhöll den 2014.