



GÖTEBORGS UNIVERSITET  
CENTRUM FÖR UTB.VET. OCH LÄRARFORSKNING

# ATT ANVÄNDA FILOSOFI FÖR ATT ANALYSERA TEORIER OM BEGREPP

Lotta Wedman

NCMs seminariserie, 16 december 2014



## Min bakgrund



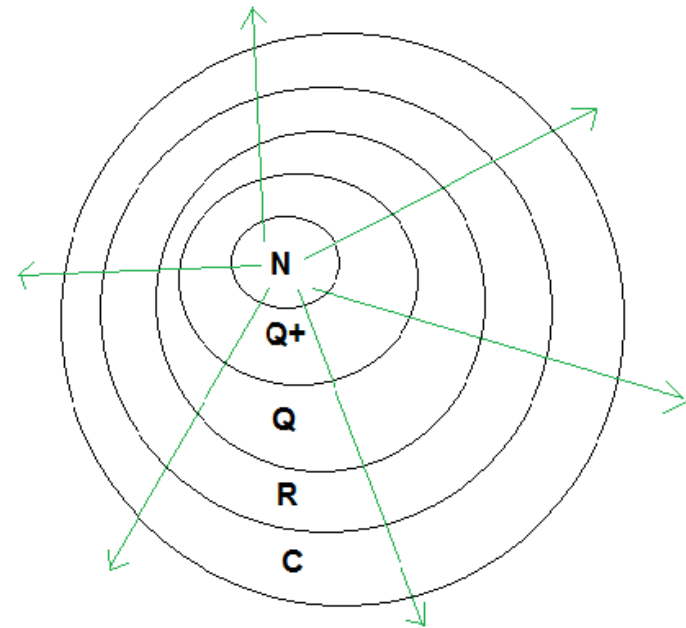
- Gymnasielärare matematik/filosofi
- Intresserad av matematikfilosofi
- Lärarutbildning på Högskolan Dalarna
- Nu doktorand vid Göteborgs universitet
- Anställd av NCM

Handledare: Christian Bennet,  
Kristina Juter, Johan Häggström

[lotta.wedman@gu.se](mailto:lotta.wedman@gu.se)

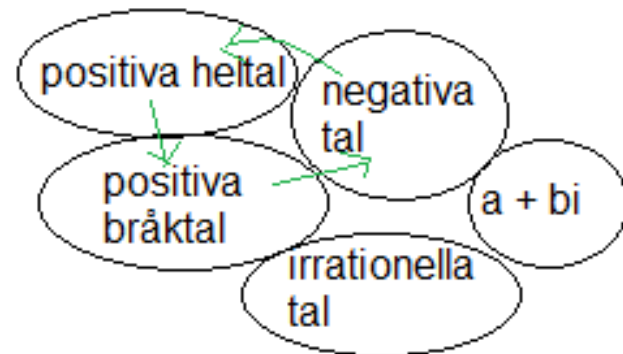
## Avhandlingsprojekt: Att utveckla ett verktyg för att analysera individers uppfattningar av tal

- Inriktat på gymnasiet och individer som växlar mellan olika talsorter
- Ska ta hänsyn till att individer använder olika sorters tal
- Ett talbegrepp som utvecklas från naturliga tal, till bråk, till negativa tal, till irrationella tal, till de komplexa talen...



## Avhandlingsprojekt: Att utveckla ett verktyg för att analysera individers individuella talbegrepp

- Vill ta hänsyn till att talbegreppet kan ses som en syntes av olika talsorter.
- Uppfattningen av tal är olika beroende på om det är negativa tal, bråktal, irrationella tal, ...





## Subtraktion

$$3 - 2 =$$

$$3 - (-2) =$$

$$1/2 - 1/3 =$$

$$(2 + 5i) - (1 + 3i) =$$



Vad händer då när en individ växlar mellan olika talsorter i en och samma uppgift?

Exempel: Vilket är talet mitt emellan -2 och 5?



## Upplägg på arbetet

1. Begreppsanalys av begreppet *begrepp*
  - Läser filosofi och kognitionsvetenskap. Läser också Piaget och Vygotskij.
  - En forskningsöversikt över begrepp inom matematikdidaktik
2. Vad är tal? Forskning om individers uppfattning av tal
3. Utgå från olika metoder att analysera taluppfattning och bygga det ramverk som jag behöver
3. Test av ramverket



## Metod för begreppsanalysen

- Skapa en ram från teorier i filosofi och kognitionsvetenskap. (i stort sett klar)
- Använda den filosofiska ramen för att analysera teorier i matematikdidaktik (På gång) **Vad ÄR begrepp?**
- Hänger synen på begrepp i matematikdidaktik ihop med synen på begrepp inom filosofi?





## Kursplanen Matematik 1

Centralt innehåll: "Egenskaper hos mängden av heltal"

Betyg E: "Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal begrepp** och kräver **enkla** tolkningar."

Betyg C: "Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera begrepp** och kräver **avancerade** tolkningar."

- Hur tolkar ni att ett problem innehåller ett fåtal begrepp jämfört med flera begrepp?



Hur många begrepp finns det?

Primtal som är större än 3



## Individuella begrepp och gemensamma begrepp

- Eleverna har sina egna, individuella, begrepp som de utvecklar
- Jag har ett primtalsbegrepp och du har ett annat. Eller?
- Ska sedan bedömas utifrån ett gemensamt primtalsbegrepp som finns i matematiken. Detta är definierat.



## Den filosofiska ramen

Bygger på två distinktioner:

1. En distinktion mellan begrepp som mentala representationer och begrepp som abstrakta objekt
2. En distinktion mellan olika modeller för hur begrepp är strukturerade – hur relationen mellan begrepp och strukturen inom begrepp ser ut

Kan ses i filosofin, i matematikdidaktiska teorier och i kursplaner



# 1. Distinktionen mellan begrepp som mentala representationer och begrepp som abstrakta objekt

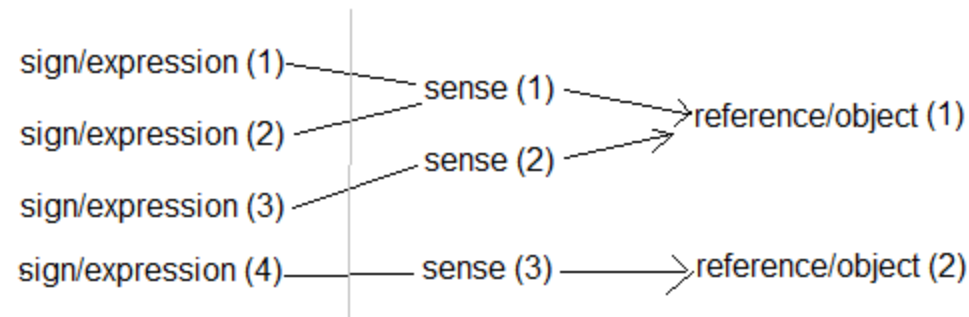
## **Begrepp som mentala representationer**

- Vanligt i Empirism och Kognitionsvetenskap
- Ett begrepp är ett slags mental representation, ett tillstånd i nervsystemet, som refererar till entiteter (konkreta eller abstrakta), egenskaper eller händelser i världen  
Carey (2009, pp. 4-5, 453, 487)
- Begrepp är, enligt Carey, inbäddade i kognitiva strukturer

# 1. Distinktionen mellan begrepp som mentala representationer och begrepp som abstrakta objekt

## Begrepp som abstrakta objekt (Fregean senses)

- Kommer från Frege
- Skiljer mellan *sign*, *sense* and *reference*
- Begrepp är senses som är en gemensam tanke som uttrycks av ett språkligt uttryck (det Vygotskij kallar *meaning*) och som pekar ut en referens.
- Finns både hos Vygotskij och Piaget





## Syns i vilka ord som används:

- Begrepp som mentala representationer: Vi *bildar, utvecklar, formar* begrepp
- Begrepp som abstrakta objekt: Vi *lära oss om, undervisar om* begrepp



## Dessa två går att kombinera

Skilj mellan individuella begrepp (internalized concepts): mentala representationer

och

gemensamma begrepp (externalized concepts): abstrakta objekt

Passar med både Vygotskij och Piaget

”Lotta har ett individuellt primtalsbegrepp som ska bedömas efter hur likt det är lärarens individuella primtalsbegrepp, som i sin tur förväntas vara detsamma som det abstrakta primtalsbegrepp som finns i matematiken.”



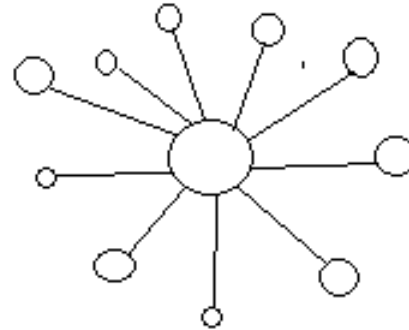
## 2. Distinktionen mellan olika modeller för hur begrepp är strukturerade – atomism, molekularism och holism



A concept according to  
conceptual atomism



A concept according to  
the Containment Model



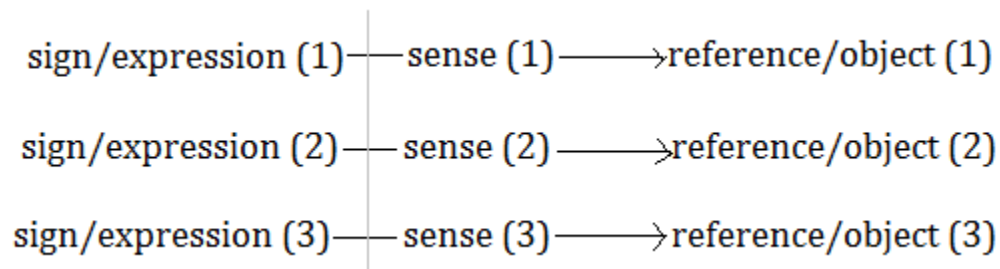
A concept according to  
the Inferential Model



## 2. Distinktionen mellan olika modeller för hur begrepp är strukturerade

### Begrepp enligt *conceptual atomism*

- Det som är begreppet *tal* beror av egenskapen att vara ett tal. Innehållet i ett primitivt begrepp bestäms av en orsaksrelation mellan begreppet och tingen i världen.
- Det bestäms inte utifrån relationer till andra begrepp. . Kan inte definieras utifrån basbegrepp.
- Två olika uttryck kan inte ha samma sense.





## 2. Distinktionen mellan olika modeller för hur begrepp är strukturerade

### **Begrepp enligt *the Containment Model***

- Komplexa begrepp består av mer grundläggande begrepp. Begreppet *fågel* kan definieras utifrån ett antal mer grundläggande begrepp: *djur, vingar, fjäder, ...*
- *Talet 3* kan definieras
- Klassisk empirism: Sinnesintryck -> enkla begrepp -> mer komplexa begrepp
- Frege: Mer komplexa uttryck får sina *senses* utifrån *senses* hos enklare uttryck.

Meningen/(Sense) hos *Primtal större än 3*, beror av meningen av *primtal*, meningen av *större än* och meningen av *3*



## 2. Distinktionen mellan olika modeller för hur begrepp är strukturerade

### **Begrepp enligt *the Inferential Model***

- Ett begrepp bildar ett komplicerat nätverk och begrepp är relaterade till varandra på många olika sätt.
- Begreppet *fågel* har en relation till begreppet *djur* och begreppet *djur* har en relation till begreppet *fågel* men inget begrepp är underordnat det andra.
- Bygger på bl.a. Wittgenstein och Quine
- Till exempel menar Carey att begrepp är inbakade i kognitiva strukturer.



Vad skulle atomism, molekularism och holism få för konsekvenser för hur vi undervisar om begrepp?

### Exempel: Rektangel

Atomism: Ger exempel på olika rektanglar

Molekularism: Arbetar även med definitioner (räta vinklar, kvadrater, parallelogram)

Holism: Skapa relationer till andra begrepp (fler begrepp: romber, trianglar, symmetri, ...)

**OBS:** kan arbeta med relationer även om man har en atomistisk syn.



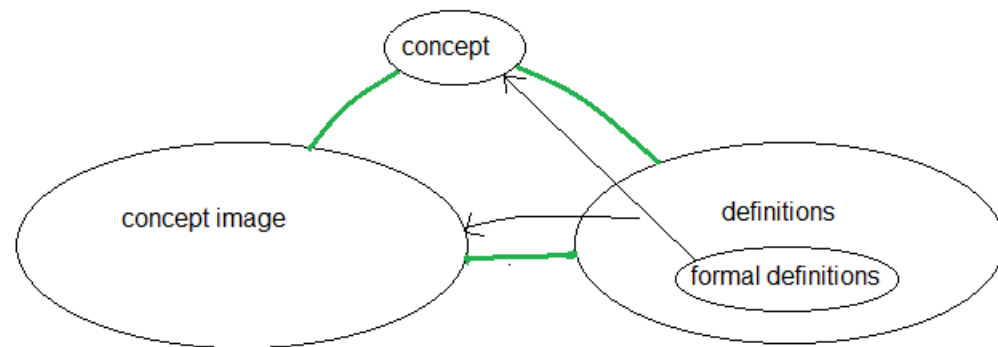
## Den filosofiska ramen

	atomism	molekylarism	holism
	conceptual atomism	the Containment Model	the Inferential Model
mentala representationer			
abstrakta objekt			

Exempel på hur ramen kan användas:

## Concept image and concept definition (Tall and Vinner 1981)

- Begrepp – abstrakt objekt
- Concept image – den totala kognitiva strukturen (mental)
- Definitioner kan peka ut det gemensamma (abstrakta) begreppet och/eller beskriva concept image
- Kopplingar mellan concept image och definition





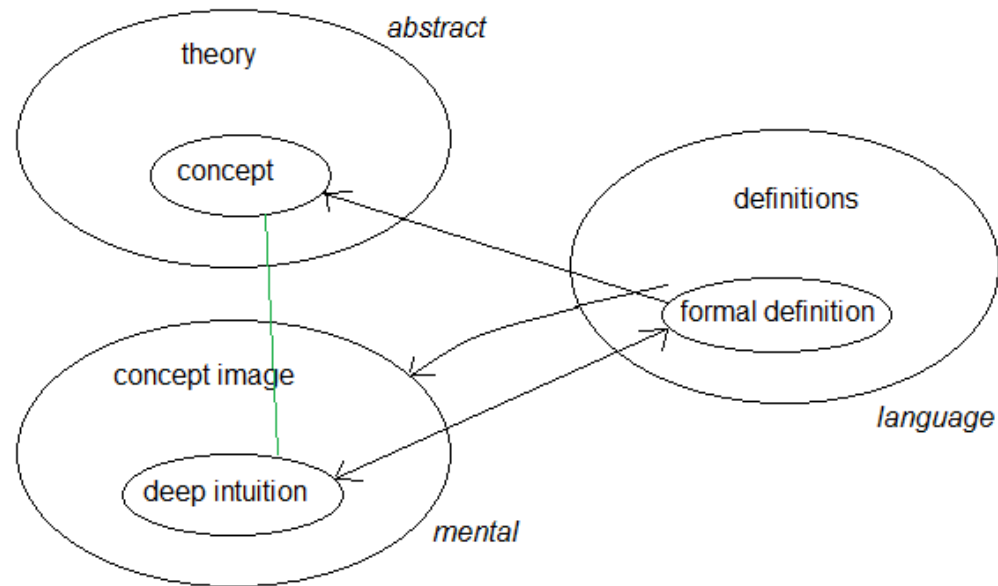
conceptual atomism    the Containment Model    the Inferential Model

mental representation		<b>concept image</b>
abstract objects	<b>concept</b>	



## Problem med Tall and Vinner (1981)

- Saknas en förklaring av vad begrepp är
- Saknas ett mentalt begrepp för att göra teorin mer användbar (Semadeni 2008)





conceptual atomism    the Containment Model    the Inferential Model

mental representation		<b>concept image</b> <i>deep intuition</i>
abstract objects	<b>concept</b>	



## Problem med Tall and Vinner (1981)

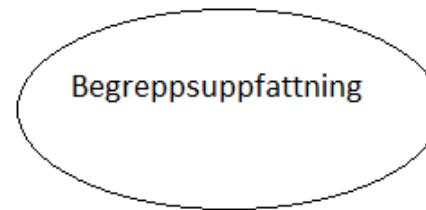
- Använder ibland begrepp som om det vore mentala representationer  
  
... for a small number [of students] there is an evoked concept of “a single formula” and for a minority there are other images ... (Tall and Vinner (1981), p. 16)
- Blandar ett abstrakt begrepp med ett individuellt/mentalt begrepp
- Tall (2004) använder *abstract concept* och *mental concept*



## Exempel på hur ramen kan användas:

### Sfard (1991)

- Skiljer mellan concept (abstrakt objekt) och conception (mentalt)
- Conception – större än concept image? (Alla associationer som väcks av begreppet)
- Samtidigt är conception den mentala motsvarigheten till det abstrakta begreppet





conceptual atomism    the Containment Model    the Inferential Model

mental representation		<b>conception</b>
abstract object	<b>concept</b>	



## Problem med Sfard (1991)

- Conception? Större än concept image (den totala kognitiva strukturen) men ändå den mentala motsvarigheten till begrepp?
- Trots att begrepp definieras som abstrakta objekt så används även begrepp som mentala representationer i texten.
- Saknas ett tydligt mentalt begrepp



## Reviderad teori?





## Slutsats

- Vi behöver skilja mellan individuella begrepp och gemensamma begrepp. Båda behövs!
- Hur vi ser på begrepp och relationen mellan begreppen kan påverka hur vi undervisar om matematiska begrepp.
- Vi behöver förklara vad vi menar med begrepp
  - om vi vill ha mer stringenta teorier.
  - i våra kursplaner
- Filosofi kan vara användbart för att utveckla matematikdidaktiken





Tack för att du har lyssnat!

Hör gärna av er med frågor eller kommentarer:

[lotta.wedman@gu.se](mailto:lotta.wedman@gu.se)