

Problem avdelningen

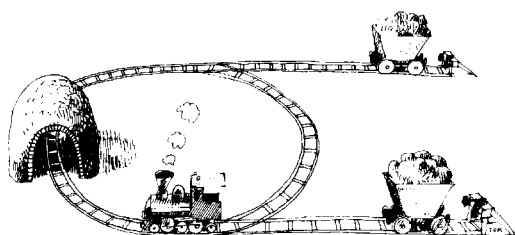


Ingemar Gynnemo, Karlstad har sänt oss de flesta problemen, nämligen 808, 812, 813 och 815—817. 814 är ett gammalt romerskt problem enligt *Adolf af Ekenstam*, som skickat det. Resterande uppgifter är redaktionens varianter på gamla välkända problem.

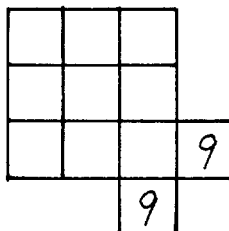
808 En växt, vars blad flyter på vattnet i en liten damm, fördubblar bladytans storlek varje dag under försommaren. Efter 15 dagar täcker bladen hela dammen. Hur lång tid tog det för växten att täcka halva dammen?

809 En burk med lock kostar 11 kr. Locket kostar 10 kr mer än burken. Vad kostar burk och lock var för sig?

810 Ett lok och två vagnar A och B, står på ett järnvägsspår enligt nedan. Loket kan passera genom tunneln, men vagnarna är för högt lastade och går inte att köra genom tunneln. Hur gör man för att få vagnarna A och B att byta plats. Loket ska placeras i begynnelse-läge.

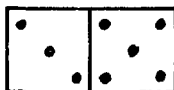


811



Sätt in talen 1 till 9 i de nio tomma rutorna, så att summan i varje rad och kolonn blir lika stor.

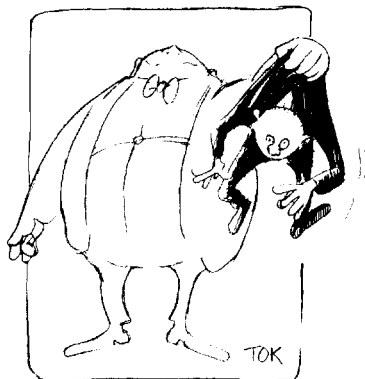
812 En ask med dominobrickor innehåller bitar från dubbelblank till dubbel-sexa. Hur många olika brickor finns det? Hur många prickar finns det sammanlagt på en fullständig brickuppsättning? I figuren visas hur en bricka kan se ut.



813 *Räkna med bråk i Pedagogien*

En lärare har 17 elever. Enligt bestämmelserna i landets skolstadga så ska på matematiklektionerna eleverna delas i tre grupper. Den äldste och mest erfarna läraren ska ha en niondel av eleverna, den närmast en tredjedel och den yngste läraren ska ta hälften.

Lärarna på skolan funderade och funderade. Rektor på skolan tillkallades och kom på följande lysande idé.



Han lånade ut en elev från en annan

klass och så då gick det att dela upp eleverna.

Den mest erfarne läraren fick en niondel dvs 2 elever. Den närmast fick en tredjedel dvs 6 och den yngste fick 9. Det blir ju 17 tillsammans och så kunde man lämna tillbaks den lånade eleven.

Hur hänger detta egentligen ihop?

- 814 En döende man vars hustru var havande bestämde följande:

Om det blir en son skall han ärva $\frac{3}{4}$ av kvarlåtenskapen och änkan $\frac{1}{4}$. Blir det däremot en flicka skall hon ärva $\frac{7}{12}$ och änkan $\frac{5}{12}$.

Kvinnan födde tvillingar av olika kön. Hur skall kvarlåtenskapen fördelas.

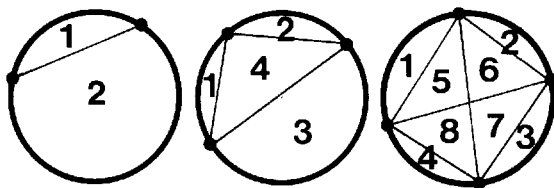
(Gammalt romerskt problem insänt av Adolf af Ekenstam)

- 815 Använd alla siffrorna från 1 till och med 9 för att bilda tre lika bråk på liknande sätt som i följande exempel:

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{79}{158}$$

- 816 Om två punkter på en cirkel förenas, erhålles två fält. Om tre punkter på en cirkel förenas, erhålles fyra fält. Om fyra punkter på en cirkel förenas, erhålles åtta fält.

- a) Hur många fält erhålles maximalt då fem punkter förenas?
b) Samma uppgift för sex punkter.
c) Om antalet punkter på cirkeln är N, hur många fält kan då maximalt erhållas?



- 817 Per Gunnarsson, studerande på ämneslärarlinjen i Karlstad, bidrar med följande kryptaritm:

$$\begin{array}{r} \text{a b c d} \\ \cdot \text{a b c d} \\ \hline \text{x x x x a b c d} \end{array}$$

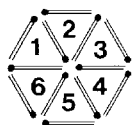
Finns det någon lösning?

Lösningar till problemen 725—733

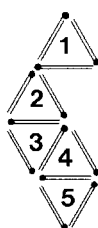


Den flitigaste problemlösaren denna gång har varit Roland Munther, Uppsala. En bok blir lön för tankemödan. Här kan du ta del av hans lösningar.

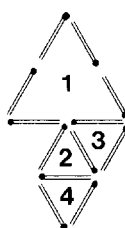
725) a)



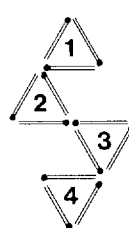
b)



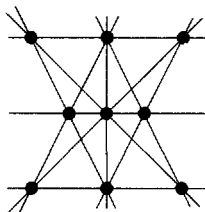
c)



eller

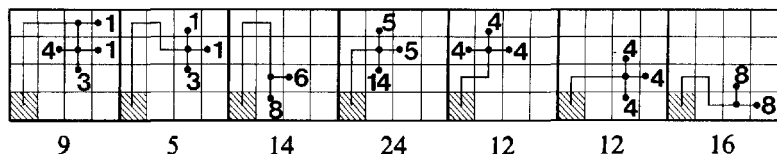


726)



732) Detta problem har vi inte fått någon lösning på, så vi redovisar Bo Söderbergs förslag till lösningsmetod.

På 4×4 -brädet är svaret 184 olika förflyttningar, och det kan man komma fram till på följande sätt:



727) $\boxed{9} - \boxed{5} = \boxed{4}$

×

$\boxed{6} \div \boxed{3} = \boxed{2}$

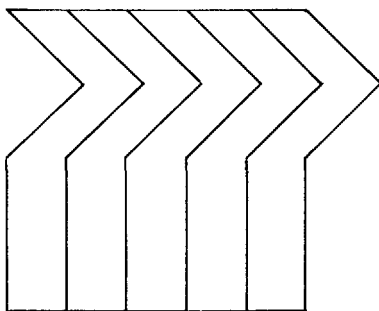
||

$\boxed{7} + \boxed{1} = \boxed{8}$

- 728) 17, 23, 30 Differensen ökar med 1.
 21, 34, 55 Fibonaccis talföljd.
 22, 23, 24 Alla tal som börjar med bokstaven T.
 17, 19, 23 Primaltalen.

- 729) Fälten A och B är lika stora
 $\frac{\pi r^2}{2} + \frac{\pi r^2}{2} - B + A = \frac{\pi(2r)^2}{4}$
 ger $A = B$
 r är halvcirklarnas radie.

- 730) Polygonen kan delas i fem kongruenta delar enligt figuren nedan.



- 731) Den likbenta triangeln har maximal area då toppvinkeln är 90° (kan bevisas med hjälp av areasatsen)
 Den tredje sidan har då längden $5\sqrt{2} \text{ cm} \approx 7 \text{ cm}$

Av symmetriskäl erhålles
 $2 \cdot 92 = 184$

På 5×5 -brädet blir det naturligtvis mer komplicerat. Någon mer eller mindre enkel "Formel" tror jag tyvärr inte på.

Den metod som jag använt har gått ut på att systematisera framifrån (som i fallet ovan!), men räkna bakifrån.

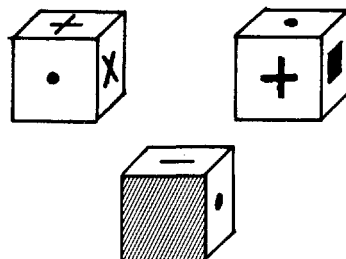
Mitt svar på uppgiften är 8512.

- 733) Tyvärr har tecknet fallit bort från en av sidorna. Problemet i sin helhet skulle ha lytt

Tärningarna i problem nr 714 i nr 2 80/81 gav uppslag till följande variant som kanske är en smula svårare:

Figuren visar två bilder av samma kub.

Här är en tredje bild av samma kub men en sidoyta är skuggad? Vilket tecken döljer sig bakom skuggan?



Vi på redaktionen anser att den skuggade sidan skulle kunna se ut så här



eller på detta sätt



Finns det fler lösningar?

"Resultat" från Matematikolympiaden

I föregående nummer av NÄMNAREN presenterades en matematiktävling som anordnats på Ramnerödskolan i Uddevalla. Här redovisar *Hans Engberg* svaren med några kommentarer.

1 En kugghjul

Kugghjul med udda nummer roterar åt samma håll, dvs systemet fungerar inte.

En elev ritade ut alla kugghjulen!

2 Murbräckan

48 tegelstenar.

3 Välj, men välj rätt

a $t \text{ ex } -1-2-3-4+5+6=1$

b $1 \cdot 2-3+4+5-6=2$

c $-1+2-3+4-5+6=3$

d $1+2+3 \cdot 4-5-6=4$

4 Fortsättning följer

a diff

b diff är 2^n ; $n = 1, 2, \dots$

c diff är $2^n + 1$; $n = 1, 2, \dots$

d Fibonaccis talföljd

5 Tennisarrangörens dilemma

33 spelare och 32 skall slås ut dvs 32 matcher.

De flesta elevlösningar innehöll fina diagram där en spelare fick stå över en omgång.

6 Lek med bygglotsar

Betrakta kubens tre lager dvs 14 röda

En alternativ lösning: Finns det ett maximalt antal röda måste detta vara 14 ($27 = 13 + 14$) ty annars skulle det finnas ett större antal blå.

7 Siffreräkning

$$2^{100} = (2^{10})^{10} = (1024)^{10} \approx (1000)^{10} = (10^3)^{10} = 10^{30} \text{ vilket ger 31 siffror.}$$

$$2^1 = 2; \quad 2^2 = 4; \quad 2^3 = 8; \quad 2^4 = 16; \quad 2^5 = 32; \quad 2^6 = 64 \text{ osv}$$

Var fjärde slutar på 6 vilket medför att 2^{100} slutar på 6.

9 Spel är fult (såvida du inte vinner)

Se till att du tar mynten med nr: 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25. Detta är möjligt, då antalet mynt min motståndare och jag tar, alltid kan uppgå till 4 st.

10 En myntsamlares mardröm

De flesta eleverna gav bra förslag dock utan att alltid ge det minsta antalet vägningar.

a Dela upp mynten i tre högar.

Saxat ur brev från Bengt Klefsjö, Högskolan i Umeå.

HEJA UDDEVALLA!

.. Ett utmärkt initiativ som verkligen bör uppmuntras och efterföljas. Elevernas reaktioner på tävlingen var klart positiva vilket stöder min uppfattning att även "mellan-skiktet" av elever stimuleras av att fundera på lite "udda" problem.

Genom ideer av typ "Uddevallaolympiaden" och "veckans problem" har vi möjlighet att skapa intresse för matematik bland eleverna samtidigt som förmågan att "tänka logiskt" tränas. Tänk om vi kunde åstadkomma flera sådana initiativ. Någon brist på problem kan inte finnas. Sådana går att hämta från gamla årgångar av "Skolornas Matematiktävling", från Elementa och numera från Nämnaren. Dessutom finns flera utländska tidskrifter¹⁾ med problem av lämplig svårighetsgrad...

¹⁾ Red anm: Ett antal tidskrifter kommer att presenteras senare.

Vägning nr 1: Väg I och II. Om de väger lika finns myntet i III annars framgår det i vilken skål myntet ligger.

Vägning nr 2: Väg två mynt ur högen med det lätta myntet. Väger de lika är det det tredje myntet. Väger de olika är det också klart vilket som är lättast.

Det krävs alltså två vägningar.

b Förfaringssättet är det samma men här krävs det minst tre vägningar.

11 I mörkret är alla kulor grå

a I sämsta fall tas först 2 gula, 2 röda, 2 blå och sedan en till dvs det krävs 7 kulor.

b Samma resultat som i förra fallet.

c I sämsta fall tas först 2 gula, 2 röda och 1 blå. Det krävs alltså 6 kulor.

12 Redan de gamla greke

$$p = \frac{5 + 12 + 13}{2} = 15$$

$$T = \sqrt{15 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt{30 \cdot 30} = 30 \text{ cm}^2$$

Svar: 30 cm^2