

Laborativa och undersökande arbetsätt

Göran Holmström gör några tillbakablickar.

Från 30- och 40-talen har jag minnesbilder, och det är uppenbart, att matematikundervisningen redan då gav dåligt resultat och var alltför ensidigt anpassad till elever med speciella utförs-gåvor. Efter kriget blev trycket på flick- och realskolor mycket stort. Nya grupper av elever sökte sig till vidare utbildning efter folkskola. Svårigheterna, som uppstod när studieovana elever började trängas i skolorna, försökte man inte lösa genom anpassning av undervisningsmetoder och arbetsätt utan genom att skära ned kurserna för vissa elever. En *särskild kurs* infördes. Badkars- och gräva diken-problem ersattes med sk praktiska tillämpningar av modernare snitt. Jag minns klassrumsexercisen med Ip, Bruttofp, Pålägg, Fk, Rabatt, Fp netto, vinst osv och studiedagar, då vi nya lärare fick lära oss lämpliga uppställningar.

På en praktisk realskola, där jag en tid undervisade, var matematikundervisningen mycket teoretisk och svår, fastän terminologin var hämtad från affärlivet.

I de flesta realskolor var procenten elever med terminsbetyget BC i matematik hög. Betyget kunde kompenseras med överbetyg i andra ämnen. "Ej flyttad" var dock vanligt vid vårterminens slut, och många lärare och studenter försörjde sig genom att ge privatlektioner och hålla ferieskola.

Undervisningen i skolan gav ytinläring av några typer av textproblem i aritmetik, bevisföring jämte konstruktioner med "passare och linjal" i geometrin — allt abstrakt och helteoretiskt. Det var alltså *inte* så före 1969, att mycket väldefinierade kurser med ett fåtal moment och ett stort antal timmar disponibla för rutinräkning av lärobokens "tal" i utbyte gav goda matematikkunskaper åt alla!

Den nya skolan

När enhetsskolan och grundskolan infördes, måste något göras för att lösa problemen med matematikundervisningen. Tanken var från början att den nya organisationen skulle fyllas av ett reviderat och mer elevvänligt innehåll (se läroplanerna). Den "nya matematiken" försökte aktivera laborativa arbetsätt med strukturerade hjälpmedel. Flera sådana, väl utprovade i stor skala, introducerades jämte handledningar. Virrvarret av regler och trick skulle ersättas med sökandet efter strukturer.

Ett exempel: En av matematikens genom tiderna största framgångar, positionssystemet, skulle ges stort utrymme. Laborativa övningar med oli-

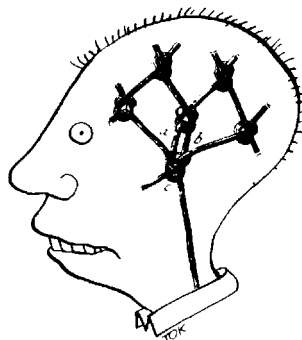
ka hjälpmedel och kulturhistoriska notiser skulle ge insikt i systemets uppbyggnad och användningsmöjligheter och färdighet i räkning.

Tyvärr gick allt snett. De tänkta arbetsätten ersattes snart med gamla och välkända: lärargenombång/enskild räkning. Vad värre var — innehållet i viktiga avsnitt formaliserades i onödan till exercis med diverse symboler i traditionell anda, i klar strid mot kursplanernas anvisningar. Med positionssystemet gick det så, att när man slutade laborera, kastades också mycket av idéerna ut med påföljd att dagens elever vet mycket lite om tiosystemet. Detta är en viktig orsak till att eleverna har svårt att utveckla sina matematikkunskaper.

Matematiksvårigheter

Svårigheter med matematikundervisningen har varit vanliga i Europa och USA under hela seklet, och redan under 1900-talets första hälft började psykologer och pedagoger peka på möjliga orsaker. Låt mig citera Falstaff fakir (Axel Wallengren, journalist, poet och samhällsförbättrare med humorn som vapen) ur hans 1902 utkomna *Envar sin egen professor. Allt mänskligt vetande i sammandrag. En kortfattad encyklopedi*. Han ville ge "mänskligheten" nyttiga kunskaper och började i god skoltradition med alfabetet. Under bokstaven H finns i manuskriptet följande av Falstaffs fans ofta framsagda vers:

*Hjärnan uti knutar vrides
När jag tänker på Euclides*



Detta stycke "centrallyrik" vill jag tolka på följande sätt:

"Jag" står för myriader av skolpojkar, som döms att plåga sin hjärna med matematiska teori-

er på ett felaktigt sätt. Med "Euclides" avses här inte den gamle greken. Namnet står som en symbol för ett matematiskt system av axiom och satser, fascinerande för en del människor men obegripligt för de flesta som ej har tillgång till en bra metodik. Nyckelordet är "tänker".

Många forskare har sedan sekelskiftet hävdad, att man för att undgå hjärnknutar skall "göra", i betydelsen arbeta laborativt-experimentellt med Euclides och annan slags teori, innan man börjar tänka abstrakt (Learning by doing!). Skolan borde vara en plats där man med hjälp av konkreta modeller experimentellt och åskådligt kunde komma fram till de teorier, begrepp och utsagor i dessa, som är "matematik". Ännu på 50-talet grasserade dock föreställningen, att många elever som var dåliga i matematik inte kunde lära sig räkna. Undersökningar har dock visat, att bara ca 1 % av eleverna har konstitutionella matematiksvårigheter, dvs oförmåga att lära matematik (dyskalkyli). Matematiksvårigheterna brukar sägas bero på bristande mognad, dålig koncentrationsförmåga (för mycket TV, för lite sömn?), ångslan eller bristande färdigheter (fel tankeformer, dåliga rutiner).

En forskare undersökte vid tiden för *the New Math* den i England vanliga matematikängslan med bl a följande metod. Tre undervisningsgrupper fick olika typ av undervisning:

- I Traditionell (lärare → elev)
- II Arbete med strukturerat laborativt material (typ Montessori, Cuisenaire)
- III Socialt motiverat undersökande arbets-sätt.

Inte oväntat blev resultatet:

- I leder snabbast till ytinlärd färdighet men ger också *mest ångslan!* Den trygghet, som lärare tror att eleverna känner vid denna undervisningsform, saknas alltså hos många elever.
- II ger mindre ångslan men kräver mer tid än I.
- III ger försumbar ångslan men kräver mest tid.

Vad karakteriserar det "socialt motiverade undersökande arbetsättet"?

Eleverna engagerar sig i något individuellt eller gruppvis valt projekt, t ex bakar, slöjdar, intervjuar, planerar resa, reparerar sitt rum, sköter en hobby. Man "lärt sig" (upptäcker och tränar) matematik i samband med detta arbete. Lärares insats är viktig som hjälp vid problemformulering och vid uppföljningen, då man ordnar stoffet och tränar in nödvändiga rutiner.

Jag tror att den gamla matematikängslan har blivit mindre vanlig, allteftersom vårt samhälle utvecklats och gett större självständighet åt majoriteten elever. Vid undervisning enligt I ovan har

eleverna lärt sig försvarsmekanismer. Man är inte rädd för läraren längre och det spelar ingen roll om man får fel enligt facit. Ingen bråkar om man suddar och ändrar några siffror! *I stället för ångslan har emellertid kommit leda!* Många elever kan inte engagera sig i lärobokens problem. "Vad bryr jag mig om solen i Kiruna", säger eleverna i södra Sverige. Att själv följa solens upp- och nedgång på den egna orten intresserar självklart inte heller *alla* elever i klassen och då blir det vanligen så att ingen bryr sig om solen, eftersom det uppfattas som ett jippo från skolans sida. Allt för många elever struntar idag i skolan och det den bjuder. Detta gäller även andra ämnen än matematik. — Men om en elev är kassör i fotbollsklubben får han inte på matematiklektionerna undersöka, var man med rabatter kan köpa billigast skor, om inte alla elever samtidigt arbetar med rabatt. "Det går inte!" På individualisering av arbetsuppgifter orkar de flesta lärare inte tänka. Efter många års spring på mattelektioner i Göteborg med omnejd vet jag, att mycken tid i skolan förspills genom elevernas brist på intresse och engagemang för den matematik som serveras med alla frågor formulerade av boken och alla svar i facit.

Flera av de möjliga orsakerna till räknesvårigheter kan vara en yttring av en för eleverna psykologiskt ohållbar situation.

- När eleverna känner som mest oro i kroppen och har behov av fysisk aktivitet, låter vi dem sitta i en bänk och skriva med ena handen.

- När eleverna är känsliga för färg, form och rörelse, är kriter och slöjdmaterial för dyrt och utrymmet för litet.

- När eleverna är som mest nyfikna på sig själva och sin omvärld, sätter vi dem att tävla om vem som på viss tid hinner med att kopiera och göra färdiga flest av ett tusental i stort sett likadana uträkningar.

- När eleverna har som mest livsglädje och framtidsdrömmar talar vi om vad "de måste för att bli nått"!

"Åsnebyggogor"

Tyvärr envisas många lärare med att tro, att den bästa vägen till kunskaper i matematik är "åsnebyggogor". En sådan är ett hjälpmedel i form av en regel, ett recept, en ramsa, en bild för att snabbt komma ihåg "hur man gör". Särskilt ges dessa åt elever som inte förstått, varken "hur" eller "varför". Den största olägenheten med åsnebyggogor är att den ger ytkunskap (form) i stället för djupkunskap (innehåll). Dessutom är den ofta inte utvecklingsbar, dvs den går inte att använda när man vill generalisera ett begrepp eller ett samband. Jag vill gärna ge några exempel på åsnebyggogor i matematik, vilka ställt till mycket trassel på sikt för många skolbarn och vuxna.

Lågstadiet:

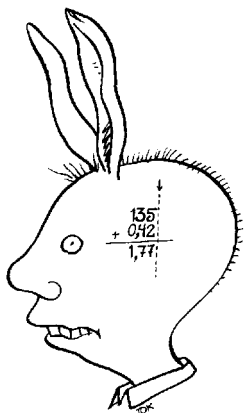
Vid +, - och • skall man ställa upp med rak högerkant.

Mellanstadiet:

Läroböckerna! Eleverna kan räkna sig igenom hela mellanstadiet utan att få mer än fragmentarisk kunskap, om de följer mönstren noga.

Mellan- och högstadiet:

1) Algoritmerna! Tänk på vilken panik som utbryter varje gång vi byter *utseende* på uppställningarna.



2) Det vackraste exemplet på åsnebrygga är de lärare, som alltid är tillhands och visar hur man gör. Eleven: "Vadå Sven och hans moppe? Jag har fått 0,032 men det står 3,20 kr i facit. Du får visa mej!"

Högstadiet:

1) $4\% = 4/100 = 0,04$
 4% av 50 kr blir då $0,04 \cdot 50 \text{ kr} = 2,00 \text{ kr}$

2) Alla regler för bråkräkning.

3) $\frac{s}{v \cdot t}$ vid väg-tid-fartproblem.

4) Läraren själv, enligt ovan!

Vad skall komma först i skolan?

Skall vi ha begreppsbildning före form eller tvärtom? Vi vet ju, att många elever aldrig får en god taluppfattning enbart genom att manipulera siffror. De måste uppleva konkreta modeller av talen. Eleven, som säger att $1 \text{ km} = 100 \text{ m}$, har säkert aldrig på något sätt mätt upp 1 km. Eleven, som skriver $2,2 < 2,19$, har antagligen bara laborerat med pengar.

Låt mig sluta med en av Falstaff fakirs "sede-lärande historier" i min starkt reducerade version:

Den åttaårige Jöns var den bästa i hela skolan. Han var ett tidigt utvecklat barn. Vid sex års ålder kunde han uppräknat alla självljuden och sex av medljuden, vid sju års ålder kände han alla ljuden. Jöns' fader råkade vid ett tillfälle i tvist med en vän då de utbytte tankar angående ett politiskt ämne. Slutligen utbrast Jöns' faders vän: Du vet inte ens vad politik är! Ha!

— Vet jag inte, vad politik är? genmålde Jöns' fader med uppbragt stämma. Ha?

— Säg då vad det är! sade vännen i hånande ton.

Jöns hade hela tiden med spänd uppmärksamhet följt det intressanta samtalet och ansåg tiden vara inne att själv delta.

— Jo, sade Jöns med säker röst, det är ett trestavigt ord, som består av trenne självljud och fyra medljud. Dess etymologiska ursprung är grekiskt och dess betydelse är statskonst. I uttalanden det oriktigt, då i saden pol'tik, ty det heter politik.

Sedan han sagt detta, upphörde tvisten som med ett åkslag.

Moral:

*Flitig läsa gör dig klok.
Därför läs varenda bok.*