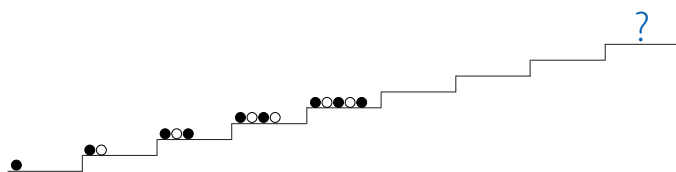




Algebraiskt tänkande löser problemet

Här finns problem från alla klasser i årets Känguru. I uppgifterna kan eleverna få möta och använda algebra och se nyttan av den. De flesta problem går att lösa utan algebra men ni kan i klassen illustrera hur en algebraisk lösning kan se ut och vilka generella mönster det går att se med hjälp av algebra. Vad är det som varierar? Vad är konstant? Några av problemen diskuteras även på Kängurusidorna här intill, där med svarsalternativ.



4239 *Milou nr 7*
Sofie lägger kulor i ett mönster som i bilden ovan. Hur ser det ut högst upp där frågetecknet är?

Om han ställer borden två och två med sex stolar runt blir det fyra stolar över. Hur många bord fick Luigi av Giacomo?

4240 *Ecolier nr 17*
Mina hundar har tillsammans 18 fler ben än nosar. Hur många hundar har jag?

4244 *Cadet nr 4*
Jenny skulle addera 26 till ett speciellt tal. Hon gjorde fel och subtraherade med 26 istället och fick -14. Vilken summa skulle hon fått om hon gjorde rätt?

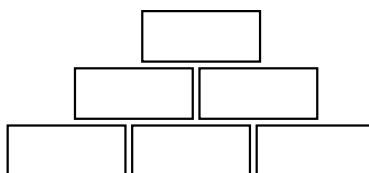
4241 *Ecolier nr 20*
Tim, Tom och Jim är trillingar (tre bröder födda samma dag). De fyller år idag. Deras bror Leo är exakt 3 år äldre. Vilken av följande åldrar: 25, 27, 29, 30 eller 60 kan vara de fyra brödernas sammanlagda ålder?

4245 *Junior nr 9*
Låt $a + 5 = b^2 - 1 = c^2 + 3 = d - 4$. Vilket av talen a, b, c, d är störst?

4242 *Benjamin nr 12*
I en klass finns 30 elever. De sitter i par. Alla pojkar sitter med en flicka och precis hälften av flickorna sitter med en pojke. Hur många pojkar finns i klassen?

4246 *Student nr 10*
I var och en av de tre nedersta rutorna ska det stå ett heltal större än 1. I var och en av de övriga rutorna ska produkten av talen i rutorna närmast under stå. Vilket av följande tal: 56, 84, 90, 105 eller 220, kan inte stå i den översta rutan?

4243 *Benjamin nr 21*
Luigi startar en liten restaurang. Hans vän Giacomo ger honom några kvadratiska bord och lite stolar. Om alla borden står ett och ett med fyra stolar vid varje bord behöver han sex stolar till.



Svar och förslag på lösningar

4239 Rätt svar: ●○○●○○●●

Att upptäcka, fullfölja och beskriva mönster handlar om att generalisera. En grundläggande fråga är vad det är som upprepas, vad som är den underliggande strukturen för mönstret.

4240 Rätt svar: 6

En hund har tre fler ben än nosar. Sex hundar har $6 \cdot 3 = 18$ fler ben än nosar.

4241 Rätt svar: 27

Om vi drar bort 3, som är det antal år som Leo är äldre, ska den sammanlagda åldern gå att dela med 4. Endast med alternativet 27 uppfylls detta: $27 - 3 = 24$. $24/4 = 6$, så Tim, Tom och Jim fyller 6 år och Leo fyller 9 år.

4242 Rätt svar: 10

Exakt hälften av flickorna sitter bredvid en pojke och alla pojkar sitter bredvid en flicka. Det innebär att det är dubbelt så många flickor som pojkar i klassen. Alltså finns det 10 pojkar och 20 flickor.

4243 Rätt svar: 10

Beroende på hur Luigi placerar borden, enkelt eller dubbelt, så blir det antingen sex stolar för många eller fyra stolar för få. Skillnaden är alltså tio stolar. I en tabell kan man testa sig fram:

Antal bord	2	4	6	8	10	12
Antal stolar vid enkelbord	8	16	24	32	40	48
Antal stolar vid dubbelbord	6	12	18	24	30	36
Skillnad enkel-/dubbelbord	2	4	6	8	10	12

Alt: Låt b vara antal bord och s antal stolar. Om Luigi placerar fyra stolar runt varje enskilt bord saknar han sex stolar, alltså $4b - 6 = s$. Om han gör dubbelbord så kräver varje enskilt bord tre stolar och han får fyra stolar över, dvs $3b + 4 = s$. Det ger ekvationen $4b - 6 = 3b + 4$ med lösning $b = 10$.

4244 Rätt svar: 38

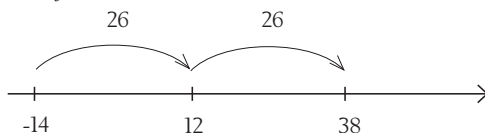
Sätt Jennys speciella tal till x .

$$x - 26 = -14$$

$$x = 12$$

$$12 + 26 = 38$$

En alternativ lösning är att använda en tom tallinje:



Jenny fick -14 när hon hade subtraherat 26. Det innebär att hon måste addera 26 för att komma tillbaka till ursprungsläget och därifrån sedan addera 26. Med andra ord:

$$-14 + 26 + 26 = 12 + 26 = 38.$$

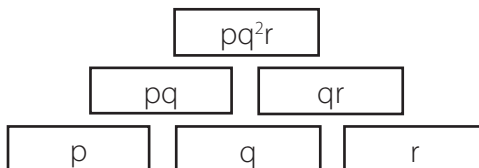
4245 Rätt svar: d

1: $b^2 - 1 = c^2 + 3$ ger $b^2 = c^2 + 4$, alltså är $b > c$

2: $b^2 - 1 = d - 4$ ger $d = b^2 + 3$, alltså är $d > b > c$

3: $a + 5 = d - 4$ ger $d = a + 9$, alltså är d större än de övriga tre talen.

4246 Rätt svar: 105



Låt talen i basen vara p , q och r , tre heltal större än 1. Då blir talen i övriga tre rutor pq , qr och pqr . Talet i toppnutan (pq^2r) är alltså kvadraten av ett heltal större än 1 multiplicerat med ytterligare två heltal större än 1.

Faktoriserar vi svarsalternativen får vi $56 = 2 \cdot 4 \cdot 7$, $84 = 3 \cdot 4 \cdot 7$, $90 = 2 \cdot 9 \cdot 5$, $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$, $220 = 5 \cdot 4 \cdot 11$. Då ser vi att var och en av dem utom 105 kan skrivas som en kvadrat av ett heltal större än 1 multiplicerad med ytterligare två heltal större än 1.

Ulrica Dahlberg