

Problem avdelningen



Problemen i detta nummer är sammanställda av *Hans Engberg*. Som vanligt finns lösningar efter problemavdelningen. Observera dock att det finns en uppgift som Hans vill att ni skickar in lösningsförslag till.

1131 Språkövning

Bakom varje bokstav döljer sig en och endast en siffra, och olika bokstäver står för olika siffror.

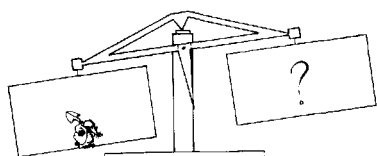
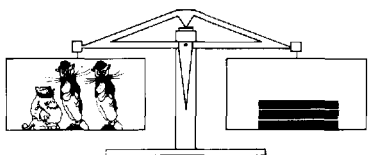
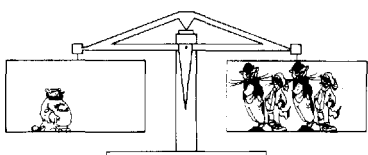
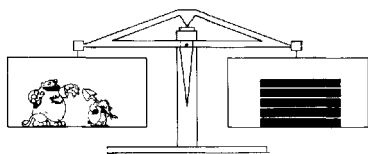
Med vilka siffror ska respektive bokstav ersättas för att additionen ska fungera?

**HAUS
+ HAUS

STADT**

1132 Jam-vikt

Hur många kattor behövs för att vågen ska komma i jämvikt?



1133 Kalles hemfärd

Kalle brukade hämtas vid skolan varje dag kl 16.00 av sin mamma. En dag fick han emellertid sluta redan kl 15.00, och i stället för att vänta började han promenera hemåt.

Efter ett tag mötte han sin mamma och fortsatte då hemfärden med bil. Väl hemkommen upptäckte han att han hade kommit hem en halvtimme tidigare än vanligt. När mötte Kalle sin mamma?

1134 Rymdbasen

Anledningen till att vi använder talet 10 som bas torde vara att vi utrustats med 10 fingrar. I tider då rymdfärder blir allt vanligare föreligger en viss sannolikhet att vi får kontakt med en utomjordisk civilisation, vars talsystem bygger på antalet antenner som skjuter ut från medborgarnas blåa pannor. Då skulle följande konversation vara tänkbar:

JORDMAN: Jag har märkt att familjerna hos er ofta är mycket större än hos oss. Hur många barn har ni, t ex?

RYMDMAN: Låt mig se — jag har 43 söner och 52 döttrar, det blir väl 125 tillsammans?

Om nu rymdmannen räknat rätt, hur många barn har han, och hur många antenner sticker ut från hans höga panna?

1135 Talteoretiska problem

- a) Ange det minsta positiva heltal som är delbart med 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 och 10.
 b) För vilka naturliga n gäller följande två villkor:
 1. $n^2 - 1$ är delbart med 10
 2. $n - 9$ är primtal
 c) För vilka naturliga n gäller att $4 \cdot 9^{2n} + 1$ är primtal?
 d) Vilket är det största primtalet p sådant att det existerar en trippel naturliga tal (a, b, c) så att $(a+p) \cdot (b+p) \cdot (c+p) = 1980$?

1136 Vandringspris

En tiggare mötte en dag en vandrarförening på utflykt. Varje medlem var villig att ge tiggaren lika många kronor som det var deltagare i utflykten.

Tiggaren fick ihop 324 kr. Hur många deltog i utflykten?

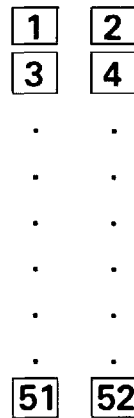


Leklek

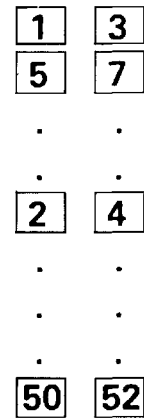
Tänk dig en kortlek där korten är numrerade 1–52. Lägg ut korten i två spalter enligt fig 1. Samla upp korten spaltvis och lägg åter ut dem (fig 2). Hur många gånger kan detta upprepas innan ordningen åter blir som i fig 1?

Pröva gärna med en kortlek! Om du vill generalisera uppgiften genom att ändra antalet kort eller spalter så gör det. Skicka gärna in ditt förslag till mig! Lösning av uppgiften kommer att presenteras i nästa nummer av Nämnaren.

figur 1



figur 2



Lösningar till problemen

1131 Man inser snart att S måste vara 1 och efter en del arbete finner man:

$$\begin{array}{r} 6\ 041 \\ + 6\ 041 \\ \hline 12\ 082 \end{array}$$

1132 Det behövs sex kattor.

1133 kl 15.45 Mamman tjänar en kvart i varje riktning.

1134 Med vårt sätt att räkna barn har ryddmannen 68 stycken. Ut från hans panna sticker sju antenner.

1135 a) Undersöker man vilka faktorer som behövs finner man att talet blir $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2\ 520$

b) $n^2 - 1$ delbart med 10 betyder att sista siffran i n^2 är 1 eller 9, dvs n är ett udda tal. Detta medför att $n - 9$ är ett jämnt tal. Om $n - 9$ är primtal måste $n - 9 = 2$. Detta ger $n = 11$.

c) $4 \cdot 9^{2n} + 1$ är primtal för $n = 0$. För övriga n är sista siffran i 9^{2n} alltid en etta. Då slutar $4 \cdot 9^{2n}$ på en fyra och $4 \cdot 9^{2n} + 1$ slutar med en femma, och är delbart med 5, dvs ej primtal.

d) Då $13^3 = 2\ 197$ söker vi efter $p < 13$. Pröva med $p = 11$ och Du finner att $(a, b, c) = (0, 1, 4)$ och dess permutationer duger.

1136 18 deltagare då $18^2 = 324$.