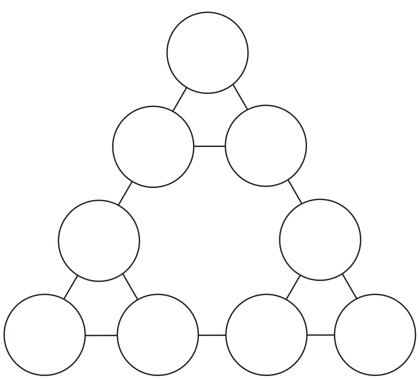
PROBLEM AVDELNINGEN

Det förra numret av Nämnaren hade mönster som tema. Här finns ytterligare några mönsterproblem. Två av dem är analoga, dvs lösningarna har väsentligen samma matematikinnehåll. Dessutom ryms bland annat en saga och ett fermiproblem, en form av problem som tas upp i två artiklar i detta nummer. Mycket nöje!

3822 En kung i ett land långt borta, för länge sedan, hade alldeles fullt av guldmynt i sin skattkista. I januari gav han bort hälften av guldet till sitt folk. De sjöng och hurrade av glädje för kungen. Det tyckte kungen kändes så bra att han nästa månad gav bort hälften av det som fanns kvar. Så fortsatte han att varje månad ge bort hälften av det som fanns kvar i kistan. Vid årets slut fanns bara tio guldmynt kvar i kistan. Hur många hade han från början?

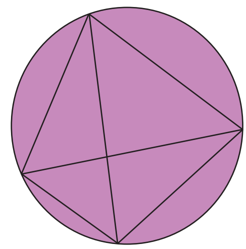
3823 Ett fermiproblem: Hur många popcorn behövs för att fylla ett rum?

3824 Fyll ringarna i triangeln med talen 1–9. Kan du få talens summor utefter sidorna att bli lika? Kan du även få de tre topptrianglarnas summor att bli lika?

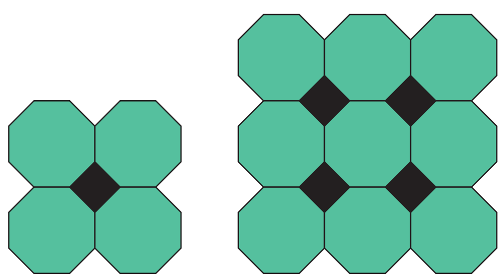


3825 Tjurar som släpps ut i en hage vill gärna etablera en hierarki. Det sker genom att varje tjur kämpar en gång med varje annan tjur. Hur många kamper blir det för olika antal tjurar? Försök att finna ett mönster.

3826 Punkter på en cirkels omkrets kan förbindas med kordor. I bilden har fyra punkter förbundits. Hur många kordor finns det för 1, 2, 3, 4, ... *n* punkter?



3827 Oktogonala och kvadratiska stenplattor med lika långa sidor kan tessellera. I bilden ligger det svarta kvadrater mellan gröna oktogoner. Bilden visar också den första och den andra figuren i en serie. Hur många gröna och svarta plattor är det i nästa figur? Hur många är det i den fjärde, femte, ... *n*:te? Försök att finna ett mönster. Om de svarta kvadraterna har arean 1, hur stor area har då den *n*:te figuren?



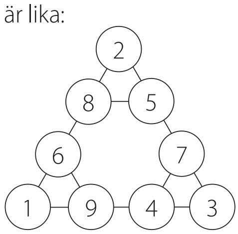
3828 Vissa heltal kan skrivas som summan av konsekutiva tal (på varandra följande tal) t ex $3 = 1 + 2$, $5 = 2 + 3$ och $6 = 1 + 2 + 3$. Ta reda på allt du kan om summor av konsekutiva tal.

Kommentarer och svar

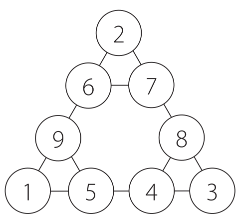
3822 40960 guldmynt. Vad skulle det vara värt idag om varje guldmynt väger 10 g?

3823 Poppa en påse popcorn, räkna hur många de är och mät hur stor volym de har för att få ett experimentellt underlag (som sedan kan ätas upp under tiden man löser resten av problemet). Bestäm rummets volym. Om ett popcorn har volymen $4\,\text{cm}^3$ och rummet har volymen $60\,\text{m}^3$ så ryms det ca 15 miljoner popcorn. Hur lång tid tar det att poppa så många popcorn?

3824 Ett exempel på lösning där sidornas summor är lika:



Exempel på lösning där topptrianglarnas summor är lika:



Det verkar däremot inte finnas någon triangel som uppfyller båda villkoren samtidigt.

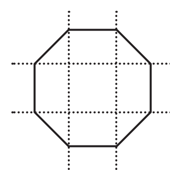
3825 Försök att göra flera olika representationer av lösningen, exempelvis med en tabell eller en bild. En tabell över 2–5 tjurar kan avslöja ett mönster. Finns det likheter mellan detta problem och 3826? Beroende på intresse kan man i detta problem byta ut tjurar mot fotbollslag, schackspelare etc.

3826 En representation av problemets lösning är att numrera punkterna och i ett koordinatsystem pricka in varje kordas båda ändpunkter. En tabell kan också fungera. Tänk på att inte ta med samma korda två gånger. I en cirkel med *n* punkter finns det $\frac{n\cdot(n-1)}{2}$ kordor.

3827

bild nr	antal gröna	antal svarta
1	4	1
2	9	4
3	16	9
4	25	16
n	$(n+1)^2$	n^2

Beräkna arean av en oktogon genom att dela upp den i mindre delar. Arean av *en* regelbunden oktogon med sidan 1 är $2+2\sqrt{2}$. Arean av den n:te figuren blir då $(n+1)^2\cdot(2+2\sqrt{2})+n^2$.



3828 Hjälpfrågor: Vad gäller för summan av två konsekutiva tal? Vad gäller för summan av tre konsekutiva tal? Hur stor är skillnaden mellan två på varandra följande summor? Vad gäller för summan av *n* konsekutiva tal? Vilka tal kan inte skrivas som summan av konsekutiva tal?

Calle Flognman