

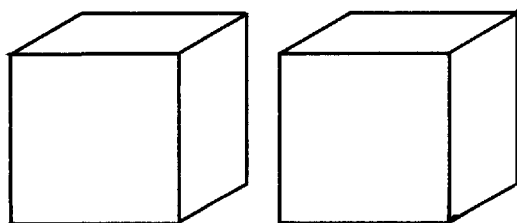
Problem avdelningen



Detta läsår inleder vi problemavdelningen med uppgifter, insända av Hans Engberg, från den årligen återkommande matematiktävlingen på Ramnerödskolan i Uddevalla, *Axel Ericson*, Gnesta, kompletterar med uppgifterna 908—911.

Välkomna med lösningar senast den 15 oktober. Bokpriser lottas ut bland deltagarna.

901 31 dagar har februari



Detta är en datumvisare, som består av två kuber. Dessa ställs så att de kan visa alla datum (1—31) i en månad. Vilka siffror måste finnas på kuberna för att detta skall vara möjligt? Observera att det endast får finnas en siffra på varje sida. Däremot må 6:an vändas till en 9:a.

902 Slakten är värst

På ett fotografi ser man en mormor, två mammor, två syskon, ett barnbarn, en moster och en systerdotter.

Hur många personer måste det minst finnas på fotografiet?

Även om du tror att det finns en lösning med färre personer än den du funnit, så ange i alla fall den du kommer på.

903 Huvudsaken är inte att vinna utan att kämpa väl

Resultatet av en fotbollsturnering mellan fyra lag A, B, C och D visas i tabellen nedan. Dessvärre blev tabellen ofullständig och din uppgift blir att fylla i de saknade resultaten.

För de icke fotbollsintresserade meddelas att vunnen match ger 2 p, oavgjord 1 p medan förlorad match ger 0 p. I tabellen används dessa förkortningar: s = antal spelade matcher, v = vunnen, o = oavgjord, f = förlorad och p = poäng.

lag	s	v	o	f	p
A	6		1		9
B	6	2		0	
C	6			3	
D			1		3

904 Klipp till

Du har en sax och en pappersbit. Du klipper den i tre eller sju bitar. Sedan tar du en av dessa bitar och klipper den i tre eller sju bitar. Efter två klipp har du 5, 9 eller 13 bitar beroende på om du gjort två "3-klipp", ett "3-klipp" och ett "7-klipp" eller två "7-klipp".

Gör en tabell, som visar antalet pap-



persbitar du kan få med upp till 10 klipp.

Vilket är det största resp minsta antal lappar du kan få efter 10 klipp?

Har du tur kanske du kan komma på en formel, som ger antalet lappar efter t ex x st "3-klipp" och y st "7-klipp".

905 Även nollor har sin betydelse

$4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$

måste sluta med två nollor, eftersom det finns två faktorer 5 och tillräckligt med faktorer 2.

En enkel uträkning visar att $4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 600$.

Med talet $5!$ (utläses fem-fakultet) menas talet $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$. Observera att 120 slutar på en nolla, eftersom det finns en faktor 5.

På samma sätt måste t ex $11! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11$ sluta på två nollor, eftersom det i $11!$ finns två faktorer 5. (Eller hur?)

Din uppgift blir att bestämma antalet nollor som talet $100!$ slutar på.

906 Apropå kub

En kub med kanten 3 cm ska sågas sönder till småkuber med kanten 1 cm. Vilket är det minsta antal snitt man måste göra? Antag att den ursprungliga kubens sidor är målade. Hur många av småkuberna kommer att vara omålade?

Gör motsvarande utredning då kantlängden hos den ursprungliga kub är

a) 4 cm

b) 5 cm

c) Försök generalisera ditt resultat till en kub, där kantlängden är ett godtyckligt heltal.

907 Slutet gott allting gott

Härförleden samlades några matematiker för att avnjuta en enkel måltid. Det serverades tre rätter: fläskkotlett, hummersoppa och glass. Man hade i förväg bestämt att varje deltagare endast fick sätta i sig två rätter, varken mer eller mindre.

När disken samlades ihop fann man att 15 hade ätit soppa, 25 hade ätit fläskkotlett medan 20 deltagare njutit av den goda glassen.

Då matematikerna var slöa efter den goda maten får du hjälpa dem med följande frågor:

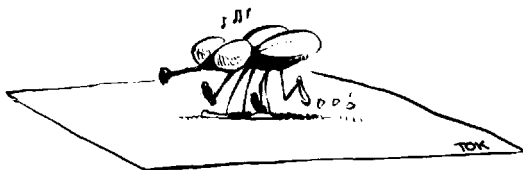
a) Hur många deltog i måltiden?

b) Hur många åt glass och kotlett?

c) Hur många åt glass och soppa?

d) Hur många åt soppa och kotlett?

908 En fluga sitter på ett rektangulärt tak. Hon beslutar sig för att gå till den närmast liggande takkanten och sedan fortsätta till övriga kanter i tur och ordning för att till sist återvända till sin ursprungliga plats. Hon går den kortaste vägen. Vilken?



909 Man ställer upp alla bokstavskombinationer innehållande bokstäverna S I R A P i alfabetisk ordning. Hur många "ord" kommer att finnas mellan P A R I S och R I S P A?

910 I nedanstående multiplikation betecknar de olika bokstäverna olika siffror. Bestäm dessa.

$$\begin{array}{r} \text{ASE} \\ \text{SE} \\ \hline \text{ASE} \\ + \text{SER} \\ \hline \text{PASE} \end{array}$$

911 Beräkna $4 \cdot 10 \cdot 82 \cdot 6562 \cdot 43046722$.

Lösningar till problem 818—827

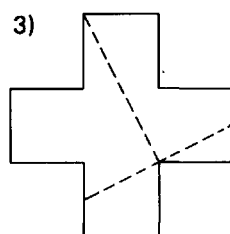
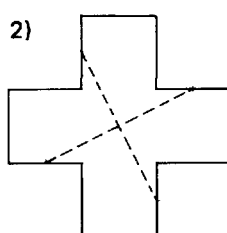
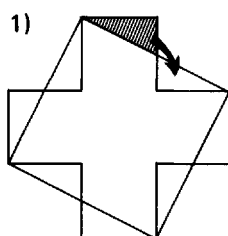
Tack för insända lösningar. På grund av tidskriftens försening har antalet lösningar varit få. Boken till flitigaste lösare går denna gång till Axel Ericson, Gnesta.

- 818 a) Triangel (två fall) och sträcka
b) Största avståndet 14 cm och minsta 2 cm

- 819 a) $A = 1 \text{ ae}$
 $B = 2 \text{ ae}$
 $C = D = 4 \text{ ae}$

- b) $A = 2 \text{ ae}$
 $B = 1 \text{ ae}$
 $C = \frac{4}{3} \text{ ae}$
 $D = \frac{20}{3} \text{ ae}$

- 820 a) Kvadratens sida är $2\sqrt{5} \text{ cm} \approx 4,47 \text{ cm}$
b) Här är några lösningar. Förmodligen finns det fler.



$$821 \quad AS = \frac{7,2}{360} = \frac{1}{50} \text{ av jordens omkrets}$$

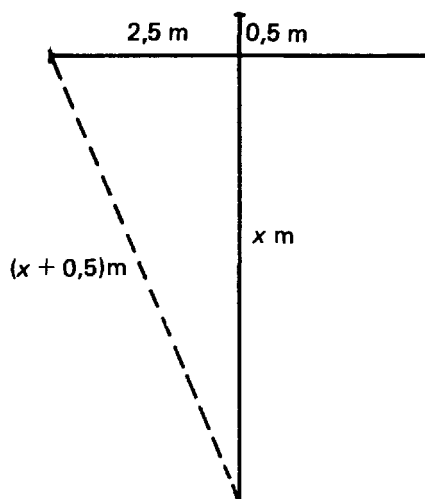
Omkretsen:

$$50 \cdot 5\,000 \cdot 180 \text{ m} = 4\,500 \text{ mil}$$

- 822 a) Areorna är lika stora
b) Omkretsarna är lika stora

- 823 Pytagoras' sats ger
 $x^2 + 2,5^2 = (x + 0,5)^2$
 $x = 6$

Brunnen är 6 m djup

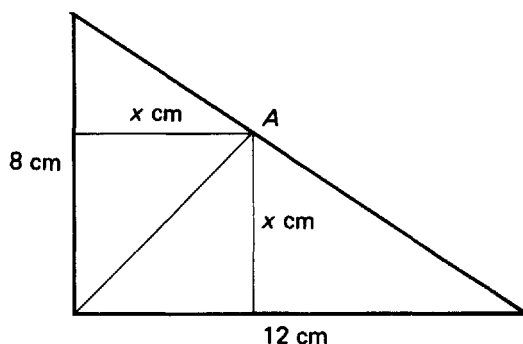


824 Bisektrissatsen jämte likformiga tri-
anglar ger

$$\frac{x}{12} = \frac{2}{5}$$

$$x = 4,8$$

Båda avstånden är 4,8 cm



825 Yttre områdets area:

$$(4 \cdot 4\sqrt{3} + 3 \cdot 8 \cdot 2 + \pi \cdot 2^2) \text{ m}^2 = 16\sqrt{3} + 48 + 4\pi \text{ m}^2$$

Inre områdets area:

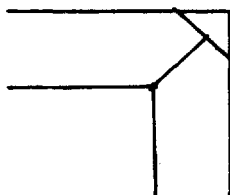
$$\sqrt{3} \left(\frac{4\sqrt{3}}{3} - 2 \right) \cdot 3 \left(\frac{4\sqrt{3}}{3} - 2 \right) \text{ m}^2 = \dots$$

$$= (28\sqrt{3} - 48) \text{ m}^2$$

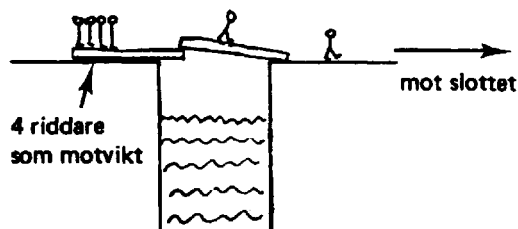
Arean:

$$(16\sqrt{3} + 48 + 4\pi) - (28\sqrt{3} - 48) \text{ m}^2 \approx 87,8 \text{ m}^2$$

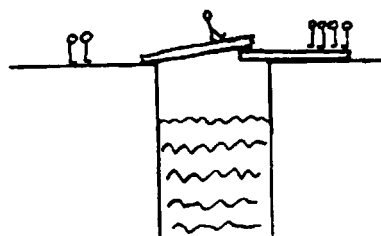
826 a) Placera bräderna så här:



b) Placera först bräderna och bröder-
na



Sedan:



(Eldsläckare kan lämpligen tjänstgöra
som rullager när en bräda ska flyttas.)

827 Sladdens minsta längd är $\sqrt{578} \text{ m} \approx 24 \text{ m}$

