

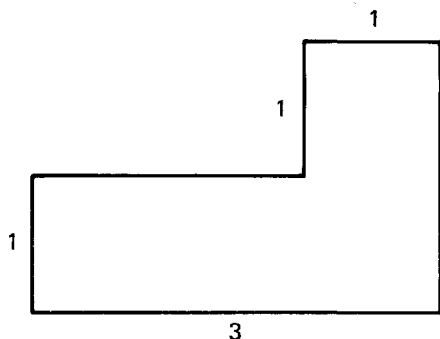
# Problem avdelningen



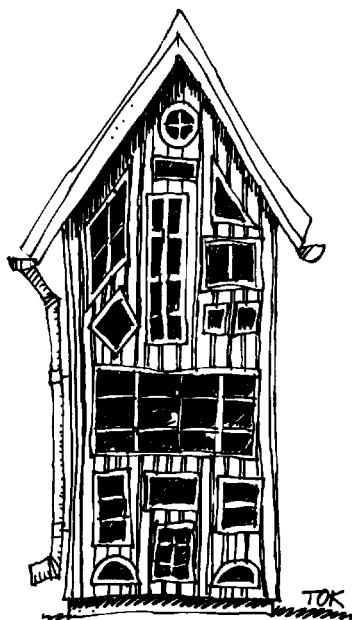
De flesta problemen i detta nummer är insända av *Lennart Skoogh*, Dalsjöfors, 828—835. Vidare bidrar *Adolf af Ekenstam*, Linköping, med ett egendomligt problem, 836 och *Kjell Rönning*, Tranås, med 837.

De bästa lösningarna belönas med bokpriser eller Nämnarentröjor. Lösningar skall sändas in senast 15 augusti.

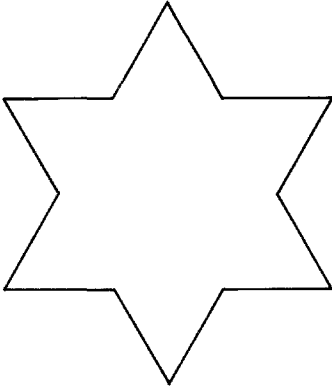
- 828 Lägg en spelkula på ett plant underlag. Hur många lika stora kulor kan du lägga runt om, så att alla berör kulan i mitten?
- 829 Klipp ut fyra likadana områden (enligt figuren nedan) ur ett pappersark. Lägga dessa så att de bildar en kvadrat.
- 832 Klipp till en stor kvadrat i papper. Klipp sedan med *ett enda* snitt ut en kvadrat mitt i den ursprungliga kvadraten.
- 833 Hur många snitt behöver man skära i en stor kub, för att dela den i  
a) 8 b) 27  
lika stora tärningar?  
(Pröva med t ex en bit ost!)



- 830 Hur många gånger står en klockas två visare mitt för varandra under loppet av tolv timmar?
- 831 Ett fönster är 1 m högt och 1 m brett. Vid en ombyggnad görs fönstret dubbelt så stort (dess area görs dubbelt så stor). Det är dock fortfarande 1 m högt och 1 m brett. Förklara hur det hänger ihop.



- 834 Dra sex sträckor utanför och sex innanför stjärnan nedan, så att det bildas tre lika stora (kongruenta) kuber.



- 835 En mattbit med måtten  $0,6 \text{ m} \times 0,6 \text{ m}$  ska täcka en golvyta med måtten  $0,4 \text{ m} \times 0,9 \text{ m}$ . Och den ska läggas med bara en enda skarv. Hur ska det gå till? Hur gör man om golvytan istället är  $0,8 \text{ m} \times 0,45 \text{ m}$ ? Går det?

- 836 *Den rödhåriga systemen*

En nyinflyttad man A står och talar med sin nye granne B.

B: Hur gamla är dina tre döttrar?

A: Produkten av deras åldrar är 36 och summan av åldrarna är lika med ditt gatnummer.

B tänker en stund men ger upp.

A: Om jag dessutom ger den upplysningen att den äldsta är rödhårig, då kan du väl?

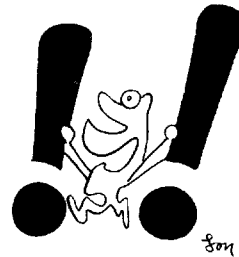
B: Ja, då kan jag. De är ....

Ja, hur gamla är de?

(Uppgiften är helt logisk. Det finns inget "lurt" i form av speciella egenskaper hos rödhåriga eller dylikt. Den här typen var en fluga i engelska skolor för ett par år sedan.)

- 837 Av en rektangulär planka, 1 m lång och 2 dm bred, ska tillverkas ett schackbräde. Plankan ska med tre raka snitt delas i fyra delar, vilka sedan ska sammanfogas till en kvadrat. Ledning: Två av bitarna har triangelform.

## Lösningar till problem 808—817



Vi har många flitiga lösare av våra problem. Bland inkomna lösningar har vi dragit två vinnare, Axel Ericson, Gnesta och Per Gunnar Hjalmarsson, Alingsås, som får var sin Nämnarentröja på posten. Utdrag från lösningar presenteras nedan.

- 808 Eftersom varje dag innebär en fördubbling av bladytans storlek och hela dammen är täckt efter 15 dagar, så tar det 14 dagar för växten att täcka halva dammen.

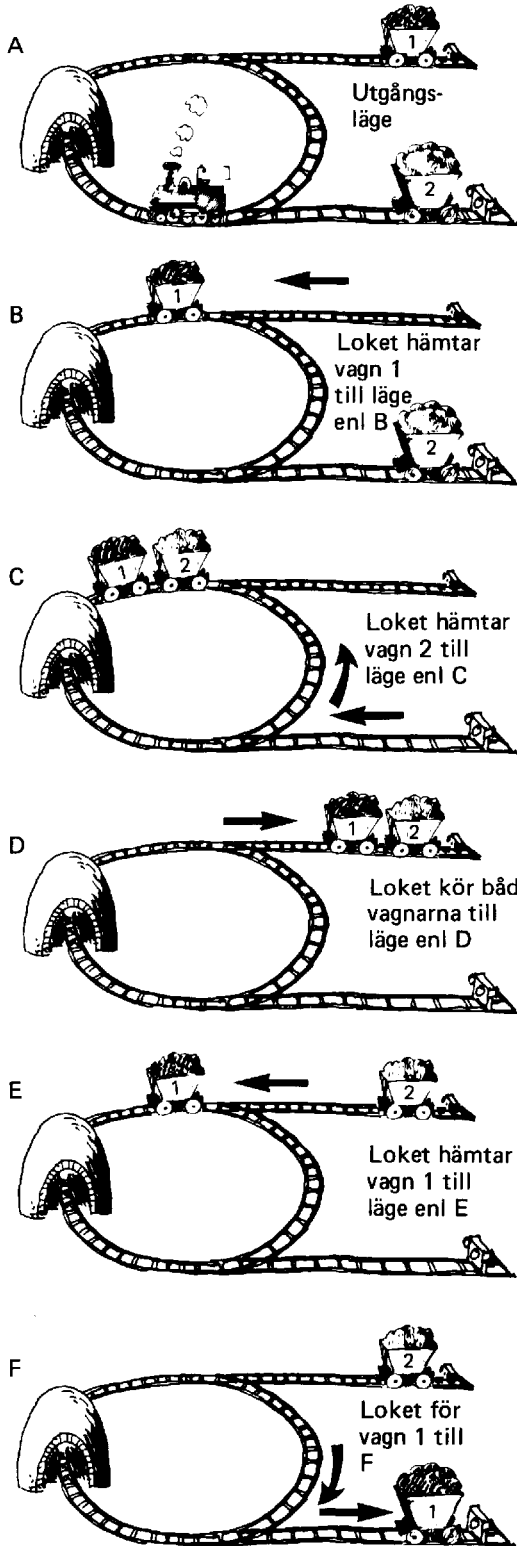
Per Gunnar Hjalmarsson, Alingsås

- 809 Antag att burken kostar  $x$  kr  
Locket kostar då  $(10 + x)$  kr  
Ekv  $10 + x + x = 11$

$$x = 0,5$$

Locket kostar 10,50 kr och burken 0,50 kr

Roger Bille, Kungsbacka



Per Gunnar Hjalmarsson

811 Summan av varje rad respektive kolonn = 18

$$\frac{(1 + 2 + \dots + 8 + 9)}{3} + \frac{2 \cdot 9}{6} = 18$$

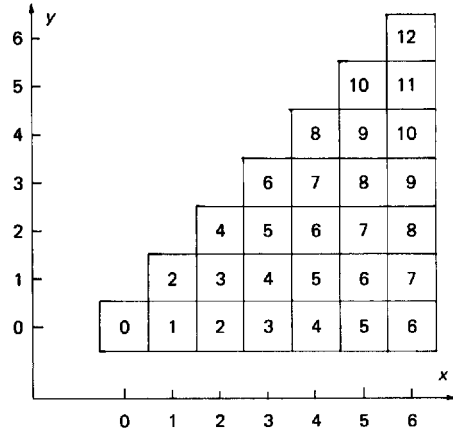
Här är t ex en lösning. Fler finns!

7	6	5	
9	8	1	
2	4	3	9
		9	

Per Gunnar Hjalmarsson

812

DOMINO-BRICKOR



$x$  = antalet prickar på den vänstra halvan av brickan.

$y$  = antalet prickar på den högra halvan av brickan.

Jag utgår ifrån att  $\begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix}$  och  $\begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix}$  är samma bricka.

Varje fyrkant i diagrammet anger då *en* bricka. Antalet brickor är 28 (= antalet fyrkanter).

I varje fyrkant står summan av prickarna på varje dominobricka. Antalet prickar på hela brickuppsättningen är lika med summan av alla dessa tal, dvs 168.

Bo Söderberg, Örebro

813 Skolstadgan i Pedagogien har utformats av sk sakkunniga på dera UV.

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{17}{18}$$

Stadgan är tydligen felaktig, då den ej tar hänsyn till samtliga elever.

Axel Ericson, Gnesta

814 Blir det en pojke ärver sonen  $\frac{3}{4}$  och änkan  $\frac{1}{4}$  flicka ärver flickan  $\frac{7}{12}$  och änkan  $\frac{5}{12}$

Detta ger att änkan får  $\frac{1}{3}$  av vad sonen får änkan får  $\frac{5}{7}$  av vad flickan får

Nu blir det tvillingar!

Om sonen får  $x$  och flickan  $y$  så får änkan  $\frac{1}{3} \cdot x$  eller  $\frac{5}{7} \cdot y$ .

Vi får då följande ekvationssystem

$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{3} \cdot x = 1 \\ x + y + \frac{5}{7} \cdot y = 1 \end{cases}$$

Löses ekvationssystemet får man att sonen får  $\frac{5}{9}$ , flickan  $\frac{7}{27}$  och änkan  $\frac{5}{27}$ .

Roger Bille

815 Jag har hittat 6 lösningar

$$\begin{aligned} \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{79}{158}, \quad \frac{3}{6} = \frac{7}{14} = \frac{29}{58}, \\ \frac{3}{6} = \frac{9}{18} = \frac{27}{54}, \quad \frac{3}{21} = \frac{7}{49} = \frac{8}{56}, \\ \frac{3}{27} = \frac{6}{54} = \frac{9}{81}, \quad \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{58}{174} \end{aligned}$$

Bo Söderberg

816 a) 16 fält

b) 31 fält

c)  $n$  punkter ger maximalt  $f(n)$  fält.

Genom att rita upp några figurer får man

Vi bildar successiva differenser

$n$	$f(n)$	1:a diff	2:a diff	3:e diff	4:e diff
2	2				
3	4	2			
4	8	4	2		
5	16	8	4	2	
6	31	15	7	3	1
7	57	26	11	4	1
8	99	42	16	5	1
	:	:	22	6	1
	:	:	:	:	:

Vi får samma tal i 4:e differensen, vilket betyder att  $f(n)$  kan skrivas som ett polynom av 4:e graden.

$$f(n) = an^4 + bn^3 + cn^2 + dn + e$$

Genom insättning av värden kan konstanterna  $a, b, c, d$  och  $e$  bestämmas och vi får

$$f(n) = \frac{n^4 - 6n^3 + 23n^2 - 18n + 24}{24}$$

Roland Munther, Uppsala

817 Sista siffran måste vara 0, 1, 5 eller 6.

0 kan uteslutas då en siffra före nollan alltid ger 00 till resultat. 1 duger ej heller som slutsiffra.

Återstår två siffror rätt i slutet av talet 25 och 76.

$$25 \cdot 25 = 625 \text{ och } 76 \cdot 76 = 5776$$

Bland tresiffriga tal som ger samma tre slutsiffror finns  $625 \cdot 625 = 390625$  och  $376 \cdot 376 = 141376$

$$\text{Slutligen } 9376 \cdot 9376 = 87909376$$

Lennart Alm, Landsbro