

# KÄNGURU SIDAN



**N**u är 2018 års tävling avklarad. Vi har i år fortsatt vårt samarbete med Norge så att Ecolier, Benjamin och Cadet innehåller samma uppgifter här som där. Vi hoppas att ni har uppskattat problemen och att ni kan arbeta med dem i den fortsatta undervisningen.

Årets tävlingsuppgifter valdes ut under det internationella mötet som hölls i Schweiz i oktober 2017. Det är ett stort antal problemförslag som inför mötet ska bedömas: är det ej lämpligt, välkänt, godtagbart eller mycket bra? I detta förberedelsearbete sorteras en del problem bort från det material som sedan bearbetas vidare under mötet. Det finns alltid bra problem som av olika skäl ändå inte kommer med. Några av dessa sätts ihop i en reservlista som kan användas om något land vill byta ut några av de föreslagna problemen. Den arbetsgrupp som arbetar med Student har under senare år försökt att göra trepoängsdelen lätt, och de använder där en del problem som är föreslagna för Ecolier och Benjamin. Använd gärna denna del även för yngre elever i det fortsatta arbetet med problemen.

I varje klass finns det några problem som är mycket svåra, där vi vet att de flesta inte kommer att kunna klara dem på egen hand. Vi tar med sådana för att *alla* elever ska få några problem som verkligen är utmanande och för att de kan vara underlag för bra matematiska diskussioner i klassen. Arbeta därför också med dessa problem, exempelvis på de sätt att arbeta med problemlösning som finns beskrivna i Matematiklyftets moduler.

Nytt för i år är det kalkylblad där elevernas svar kunde matas in. Det gav sedan snabbt besked om elevernas poängsumma och en överblick över hur klassen svarat på respektive uppgift. Det framgår där tydligt vilka uppgifter som alla eller nästan alla har svarat rätt på, uppgifter där fler har valt något av de felaktiga

alternativen än det rätta, felsvar som är vanliga och problem där nästan ingen alls har svarat. Hur eleverna svarar när de svarar fel är ofta intressantare än att se att de har svarat rätt. I klassrummet kan ni diskutera de problem som eleverna inte klarar och försöka komma fram till varför eleverna svarar som de gör. Vi som bearbetar statistiken har nu ett bättre underlag och kan försöka analysera varför eleverna svarar fel. Är problemet otydligt formulerat eller presenterat? Är det bristande begreppsförståelse som ligger bakom? Kan det handla om att eleverna inte har läst tillräckligt noga och beaktat alla aspekter?

Förutom *Arbeta vidare med Milou*, *Arbeta vidare med Ecolier* och *Arbeta vidare med Benjamin* som är sammanställda som tidigare år har vi i år gjort två gemensamma material som utgår från problem i Cadet, Junior och Student: *Arbeta vidare med geometri* och *Arbeta vidare med aritmetik och algebra*. Det finns många problem som liknar varandra och som därför är lämpliga att arbeta med samtidigt, och i dessa material har vi sorterat några problem från olika tävlingsklasser efter problemtyp.

Det fanns i årets tävling många problem som är nya och ovanliga. Här följer några exempel.

## Benjamin 19

Två flickor, Eva och Olga, och tre pojkar, Adam, Isak och Urban, leker med en boll.

När en flicka har bollen kastar hon den antingen till den andra flickan eller till en pojke. När en pojke har bollen kastar han den till en annan pojke, men aldrig tillbaka till den pojke som han fick bollen från. Eva gör det första kastet och kastar bollen till Adam.

Vem gör det femte kastet?

A: Adam                      B: Eva                      C: Isak  
D: Olga                        E: Urban

Problemet är konstruerat av Leo Rubinstein, som under många år har arbetat med Kängurutävlingen på NCM. Han hade även föreslagit en variant för Cadet, men det kom tyvärr inte med i urvalet:

Tre flickor, Eva, Irene och Olga och två pojkar, Adam och Urban, leker med en boll.

När en flicka har bollen kastar hon den antingen till en pojke eller till en flicka, men aldrig tillbaka till den flicka som hon fick bollen från. När en pojke har bollen kastar han den till en annan pojke. Eva gör det femte kastet.

Vem fick bollen i första kastet?

- A: Adam                      B: Eva                      C: Irene  
D: Olga                        E: Urban

Jämför de båda problemen och diskutera lösnings- och redovisningsmetoder. Låt gärna eleverna konstruera liknande problem.

Benjamin 23, från Norge, är ett exempel på ett för åldersgruppen mycket svårt problem.

Eleverna i en klass har läst böcker.  
20 elever har läst den blå boken.  
14 elever har läst den gula boken.  
18 elever har läst den gröna boken.

10 elever har läst alla de tre böckerna.  
8 elever har läst två av böckerna.  
Resten har bara läst en bok.

Hur många elever är det i klassen?

- A: 18    B: 20    C: 22    D: 24    E: 30

Denna typ av problem möter eleverna i slutet av gymnasiet, i Ma5, även om de problemen för det mesta är svårare. Problemet kan för elever i grundskolan vara en introduktion till mängder och Venndiagram.

Det har funnits några problem om symmetri under åren och dessa har haft relativt låg lösningsfrekvens. I år fanns detta på Cadet:

2 Om bokstäverna i ordet MAMA skrivs vertikalt kan en symmetrilinje dras vertikalt längs bokstäverna.



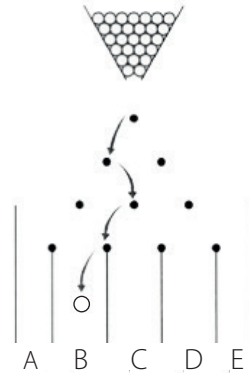
Vilket av följande ord har samma egenskap då ordet skrivs vertikalt?

- A: ROOT                      B: BOOM                      C: BOOT  
D: LOOT                      E: TOOT

Låt eleverna lösa det och se vad de kan om symmetri. Konstruera sedan fler ord som är symmetriska vertikalt.

En del problem löser man med kombinatoriska resonemang. Eleverna kan ofta lösa dem genom att pröva sig fram eller rita möjliga lösningsvägar. Men lyft också upp metoden att resonera sig fram genom att se på möjliga val i varje punkt och tillämpa multiplikationsprincip och additionsprincip.

Cadet 7



Från behållaren högst upp släpps en boll. Bollen träffar sedan ett antal stift och passerar sen genom olika banor, markerade A till E. När bollen träffar ett stift studsar den antingen åt höger eller åt vänster.

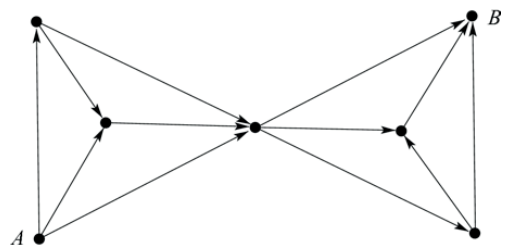
En möjlig väg som bollen kan ta ser du på bilden.

Hur många olika vägar kan bollen ta för att komma till bana B?

- A: 2    B: 3    C: 4    D: 5    E: 6

Junior 8

Hur många olika vägar finns det från A till B om man följer sträckorna i pilarnas riktning?



- A: 20    B: 16    C: 12    D: 9    E: 6

Problem som innehåller påståenden som är sanna eller falska kräver också ett resonemang. Gör resonemanget tydligt för alla, anteckna gärna stegvis så att alla kan följa det.

Student 9

De fyra bröderna Axel, Bertil, Carl och David är olika långa. De påstår följande:

- Axel: Jag är varken den längste eller den kortaste.
- Bertil: Jag är inte den kortaste.
- Carl: Jag är den längste.
- David: Jag är den kortaste.

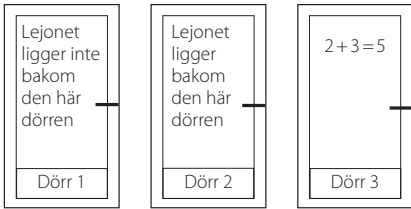
Exakt en av dem ljuger. Vem är längst?

- A: Axel B: Bertil C: Carl D: David
- E: Det finns inte tillräckligt med information.

I år fanns det två varianter av ett problem med ett lejon som har gömt sig. Jämför de båda problemen när det gäller formuleringen. Vad är lika och vad är olika?

Benjamin 11

Bakom en av dörrarna ligger det ett lejon. Det står en upplysning på varje dörr, men bara en av dem är sann. Bakom vilken dörr ligger lejonet?



- A: Dörr 1 B: Dörr 2 C: Dörr 3
- D: Lejonet kan ligga bakom vilken som helst av dörrarna.
- E: Både dörr 1 och dörr 2 är möjliga.

Cadet 13

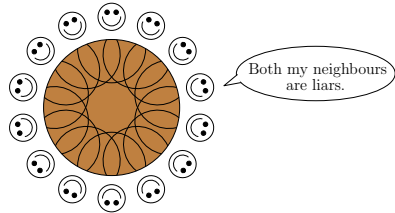
Ett lejon har gömt sig i ett av tre rum. På första dörren kan man läsa "Lejonet är här", på den andra dörren kan man läsa "Lejonet är inte här" och på tredje dörren kan man läsa " $2 + 3 = 2 \cdot 3$ ".

Endast en av de tre meningarna är korrekt. I vilket rum har lejonet gömt sig?

- A: Rum 1 B: Rum 2 C: Rum 3
- D: Det kan vara i vilket rum som helst.
- E: Det kan vara antingen i rum 1 eller 2.

Följande problem, på temat lögnare, är från förelagen till Benjamin.

14 personer sitter runt ett bord. Var och en är antingen en lögnare eller en som talar sanning.



Allihop säger: "Båda mina grannar är lögnare."

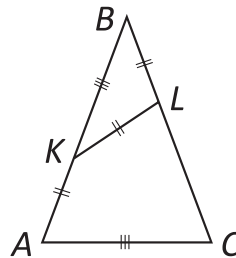
Vilket är det maximala antalet lögnare vid bordet?

- A: 7 B: 8 C: 9 D: 10 E: 14

Vi fick inte plats med både det och lejonet i vår version, så vi valde lejonproblemet eftersom vi trodde att det skulle vara något lättare.

Som vanligt var det många geometriproblem i år. Vi valde dock bort det sista föreslagna problemet på Cadet, fastän det är ett mycket trevligt geometriproblem. Det erbjuder vi istället här som avslutning:

Triangeln  $ABC$  är likbent. På sidorna  $AB$  och  $BC$  är punkterna  $K$  och  $L$  markerade så att  $AK = KL = LB$  och  $KB = AC$ . Hur stor är vinkeln  $ABC$ ?



- A:  $30^\circ$  B:  $35^\circ$  C:  $36^\circ$  D:  $40^\circ$  E:  $44^\circ$

Susanne Gennow & Karin Wallby