KÄNGURU SIDAN

Använd alternativen!

En metod att lösa problem som vi ofta använder i konkreta sammanhang i vardagen, är att ta ställning till olika alternativ. Några problem i Kängurun är konstruerade så att det kan finnas flera lösningar men att endast ett av alternativen är rätt. Då blir det naturligt att utgå från alternativen. Men även andra problem kan lösas genom att vi granskar alternativen. Det är ibland det snabbaste sättet att lösa problemet, vilket i tävlingssammanhang har betydelse.

Låt eleverna få träna på att använda sig av alternativen. I många uppgifter är dessa gjorda så att det finns ett som relativt enkelt kan uteslutas. Ett inledande steg kan därför vara att först avgöra vilka alternativ som verkar möjliga, och vilket eller vilka vi borde kunna utesluta. Därefter kan vi undersöka de återstående svarsalternativen för att finna det rätta. Om inget av dem stämmer, vilket ibland händer, får vi ompröva vårt första urval och då finns det rätta svaret antagligen där.

Vi har här valt ut några problem från årets tävling där det passar speciellt bra att utgå från alternativen. Låt eleverna motivera varför vissa alternativ är troligare än andra och uppmuntra elevernas resonemang när de prövar svaren. Exemplen här är hämtade från alla klasser, men använd också problem som är avsedda för andra åldrar. Gå gärna igenom en tävling och diskutera vilka problem som passar att lösa med hjälp av alternativen. Några av problemen återfinns även i Problemavdelningen för att illustrera hur de kan användas för att stödja elevernas utveckling inom algebra.

Milou

Mormor har hönor och en katt. Djuren har 20 ben tillsammans.
Hur många hönor har mormor?

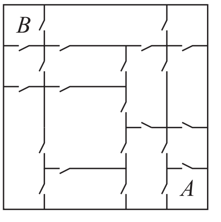
A: 11 B: 9 C: 8 D: 6 E: 4

I problem 10 passar det att pröva alternativen med resonemang:

A: Om mormor har 11 höns har de 22 ben – fel

B: Om mormor har 9 höns har de 18 ben. Då återstår 2 ben, vilket inte räcker till en katt – fel

Och så vidare …



I Rus hus finns det dörrar mellan alla rum så som på bilden. Ru vill gå från rum A till rum B. Han tycker inte om dörrar. Hur många dörrar måste Ru *minst* gå igenom?

A: 3 B: 4 C: 5 D: 6 E: 7

I problem 11 är frågan ”Hur många dörrar måste Ru *minst* gå igenom?”. Därför gäller det att hitta det *lägsta* möjliga antalet. En bra strategi är då att utgå från en lättfunnen lösning och sedan försöka hitta en ny väg, men med färre dörrar.

Ecolier

Mina hundar har tillsammans 18 fler ben än nosar. Hur många hundar har jag?

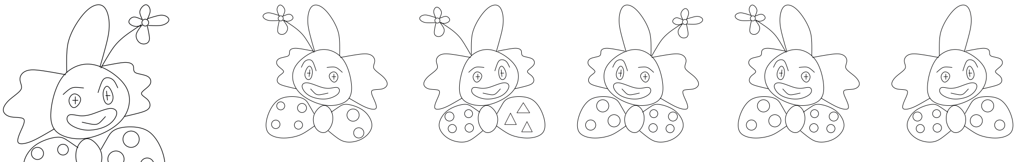
A: 4 B: 5 C: 6 D: 8 E: 9

I problem 17 kan vi också prova alternativen:

A: 4 hundar. De har 4 nosar och 16 ben, d v s 12 fler ben – fel svar

B: 5 hundar. De har 5 nosar och 20 ben, d v s 15 fler ben – fel svar

Och så vidare …



A B C D E

Att problem 3, som handlar om vad clownen Pipo ser om han ser sig i spegeln, ska lösas med hjälp av alternativen är uppenbart, men det kan göras på olika sätt. Ett sätt är att jämföra alternativen i tur och ordning. Ett annat är att utgå från Pipo och se på en detalj i taget:

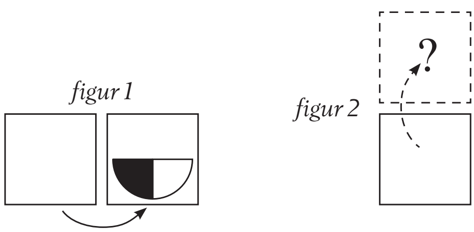
1: Det är cirklar på rosettens båda öglor – B försvinner

2: Tre cirklar på den ena och fyra på den andra – A försvinner

Sen kommer de svårare bedömningarna, som handlar om höger–vänster.

3: Blomman ... och så vidare ...

I problem 18 hittar man snabbt rätt alternativ, om man betraktar figuren.



Om vi vänder kortet åt höger ser vi bilden som figur 1 visar. Vilken bild kommer vi att se om vi i stället vänder kortet uppåt så som figur 2 visar?

A B C D E

Halvcirkeln är svart på den vänstra halvan (om den står på bågen så som i figur 1) och endast ett av alternativen visar samma bild, alternativ D.

Benjamin

I en klass finns 30 elever. De sitter i par. Alla pojkar sitter med en flicka och precis hälften av flickorna sitter med en pojke. Hur många pojkar finns i klassen?

A: 25 B: 20 C: 15 D: 10 E: 5

Benjamin 12 har en snarlik formulering som Cadet 17 där det är 20 elever i klassen och exakt en tredjedel av pojkarna sitter med en flicka. Svarsalternativen är 9, 12, 15, 16 och 18.

För att lösa Benjaminproblemet provar vi de fem svarsalternativen mot förutsättningarna:

A: Om det finns 25 pojkar så finns det 25 flickor i par med dessa + ytterligare 25 – fel

B: Samma resonemang som i A, $20 + 20 + 20$ – fel

C: Om det finns 15 pojkar finns det 30 flickor – fel

D: Om det finns 10 pojkar finns det 20 flickor – rätt svar

Även i 21 kan vi pröva alternativen:

Luigi startar en liten restaurang. Hans vän Giacomo ger honom några kvadratiska bord och lite stolar. Om alla borden står ett och ett med fyra stolar vid varje bord behöver han sex stolar till. Om han ställer borden två och två med sex stolar runt blir det fyra stolar över. Hur många bord fick Luigi av Giacomo?

A: 8 B: 10 C: 12 D: 14 E: 16

A: Om vi har 8 bord behövs 32 $(8 \cdot 4)$ eller 24 $(4 \cdot 6)$ stolar, $32 - 6 \neq 24 + 4$

B: Om vi har 10 bord behövs 40 eller 30 stolar, $40 - 6 = 30 + 4$

Eftersom vi i Kängurun vet att det bara finns ett korrekt svar, kan vi stanna här, annars kontrollerar vi även de återstående alternativen.

Cadet

När det inte finns något alternativ som är uppenbart fel eller mindre troligt kan vi undersöka dem i den ordning de står.

Två kängurur, Jum och Per, börjar hoppa samtidigt från samma plats och i samma riktning. De gör ett hopp per sekund. Jums hopp är 6 m varje gång. Pers första hopp är 1 m, det andra hoppet är 2 m, det tredje är 3 m osv. Efter hur många hopp är Per ikapp Jum?

A: 10 B: 11 C: 12 D: 13 E: 14

A: Efter 10 hopp har Jum hoppat $10 \cdot 6\,\text{m} = 60\,\text{m}$ medan Per har hoppat $(1 + 2 + 3 + \ldots + 10)\,\text{m} = 55\,\text{m}$, Per är inte i kapp Jum – fel svar

B: Efter 11 hopp har Jum hoppat $11 \cdot 6\,\text{m} = 66\,\text{m}$ medan Per har hoppat $(1 + 2 + 3 + \ldots + 11)\,\text{m} = 66\,\text{m}$, Per är i kapp Jum – rätt svar

Det räckte att prova två av alternativen för att hitta det korrekta svaret.

Junior

På Junior och Student kan det vara svårt att direkt prova alternativen för att finna det rätta svaret. Det krävs ofta en påbörjad lösning innan alternativen kan användas för att hitta rätt svar. Har man då påbörjat en lösning går det kanske snabbare att fortsätta på den än att titta på alternativen. Att se på alternativen kan ändå ge oss idéer om lösningen.

På ett test med 30 frågor fick Rut 50 % fler rätta svar än felaktiga svar. Alla svar är antingen rätt eller fel. Hur många rätta svar hade Rut?

A: 10 B: 12 C: 15 D: 18 E: 20

Vi kan konstatera att Rut har svarat rätt på fler frågor än hon svarat fel på. Alltså måste hon ha minst 16 rätta svar. Vi kan alltså utesluta alternativen A, B och C och börja undersöka D.

D: Om Rut har svarat rätt på 18 frågor så har hon svarat fel på 12 frågor. $18/12 = 1{,}5$ innebär 50 % fler rätta svar än felaktiga svar – rätt svar

Jacob skrev ner fyra konsekutiva (på varandra följande) positiva heltal. Han beräknade sedan de fyra möjliga summor man får då tre av talen adderas. Ingen av dessa summor var ett primtal. Vilket är det minsta tal som Jacob kunde ha skrivit?

A: 12 B: 10 C: 7 D: 6 E: 3

Eftersom vi söker det minsta talet börjar vi med det alternativet, E: 3.

E: Om det minsta talet är 3 så är de andra talen 4, 5 och 6. Beräknar vi summorna får vi $3 + 4 + 5 = 12$; $3 + 4 + 6 = 13$ som är ett primtal – fel svar

D: Om det minsta talet är 6 så är de andra talen 7, 8 och 9. Summorna blir $6 + 7 + 8 = 21$; $6 + 7 + 9 = 22$; $6 + 8 + 9 = 23$ som är ett primtal – fel svar

C: Om det minsta talet är 7 så är de andra talen 8, 9, 10. Vi får då summorna $7 + 8 + 9 = 24$; $7 + 8 + 10 = 25$; $7 + 9 + 10 = 26$ och $8 + 9 + 10 = 27$. Inget primtal och eftersom 7 är mindre än 10 och 12 så är C korrekt.

Student

Tom och John är tillsammans 23 år, John och Alex är tillsammans 24 år och Tom och Alex är tillsammans 27 år. Hur gammal är den som är äldst?

A: 10 år B: 11 år C: 12 år D: 13 år E: 14 år

Eftersom två pojkar tillsammans är 23, 24 och 27 år måste den äldste vara minst 14, så endast E stämmer. Den äldste är 14 år. Vi kan också räkna ut vem som är hur gammal. Alex är 14 år, Tom 13 år och John 10 år, summorna stämmer.

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} =$$

A: $\frac{3}{111}$ B: $\frac{111}{1110}$ C: $\frac{111}{1000}$

D: $\frac{3}{1000}$ E: $\frac{3}{1110}$

Här kan vi snabbt ta bort tre av alternativen, nämligen A, B och E, eftersom minsta gemensamma nämnaren till de tre bråken är 1000. Vi kan även ta bort D då vi inte kan addera täljarna så länge bråken har olika nämnare.

Resultaten från årets tävling håller nu på att rapporteras in. Under maj kommer listor över de bästa i varje årskurs att publiceras på ncm.gu.se/kanguru. Där kan du hitta alla årets problem med lösningar och förslag till vidare arbete.

Susanne Gennow & Karin Wallby