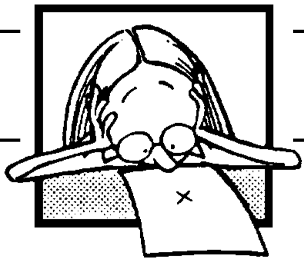


Problemavdelningen

Göran Emanuelsson & Karin Wallby

De fyra första problemen i den 26:e årgången, 2601-2604, handlar alla om katter. Ibland är det roligt att arbeta med samma innehåll. Resten är en blandning av experiment med och undersökningar av tal, former och mönster. Vi vill gärna ha igång diskussion och aktiviteter kring dessa eller andra problem på vår hemsida http://namnaren.ped.gu.se där du också kan hitta Problemavdelningen från förra numret. Observera också fortsättningen av Dialoger om problemlösning, s 4–5.

Fyra problem med katter

2601 Tre kattmammor har tillsammans tolv ungar. Hur många har var och en?

2602 Tre kattor Sara, Sessan och Sussie får kattungar. Sara får dubbelt så många som Sussie. Sessan får bara en tredjedel så många som Sara. Hur många kattungar får de?

2603 På en utställning fanns sex svarta och tre vita katter. Sju av katterna på utställningen var honor och två var hannar. Hur många katter fanns det på utställningen.

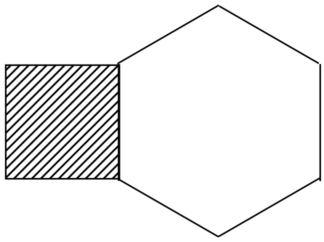
2604 Om en kattfamilj med två ungar vet man att en är ”kattflicka”. Vad är sannolikheten att den andra också är en ”flicka”?

2605 Goldbachs förmodan
Den säger att varje jämnt heltal större än två kan skrivas som en summa av två primtal. Detta påstående har vare sig bevisats eller motbevisats. På hur många sätt kan man skriva a) 16 b) 36 c) 136?

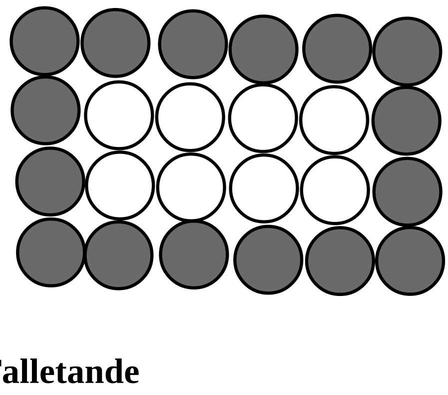
2606 Kvadratsumma
Kvadraten på summan av två positiva heltal är 576. Summan av kvadraterna på talen är 290. Vilka är talen?

2607 Skidspår
En flicka går på ett snötäckt fält. Först går hon 90 m mot norr, sedan 55 m åt väster, därefter 30 m åt söder och slutligen 30 m åt öster. Hur långt är hon då från startpunkten?

2608 Passande månghörning
En regelbunden månghörning ska passas in i övre vänstra hörnet. Vilken?



2609 Vitt och svart
På ett bord ligger det ett antal vita bollar innanför en ram av svarta bollar i ett rektangulärt mönster. Hur många sätt finns det där antalet vita och svarta bollar är lika stort?

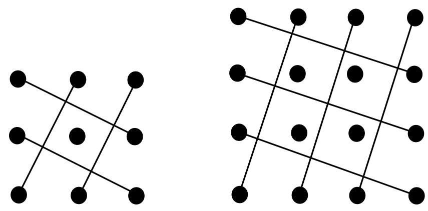


2610 Talletande
Leta reda på alla positiva heltal vars kvadrater har en differens av 200.

2611 Uttrycksletande
Sök uttryck för 24 med hjälp av fyra eller tre nior.

2612 Små och mindre kvadrater
Om avståndet mellan punkterna nedan är 1 cm, hur stor area har de av linjerna bildade kvadraterna. Hur blir det med motsvarande kvadrater i ett *n* x *n*-nät?

Gör andra problem av motsvarande slag.



Kommentarer

2601 Här kan man tänka sig olika fördelningar, mer eller mindre troliga, från att alla har 4 var till att en har 12 och de andra ingen.

2602 En lösning är 6, 3 och 2. Finns det andra realistiska?

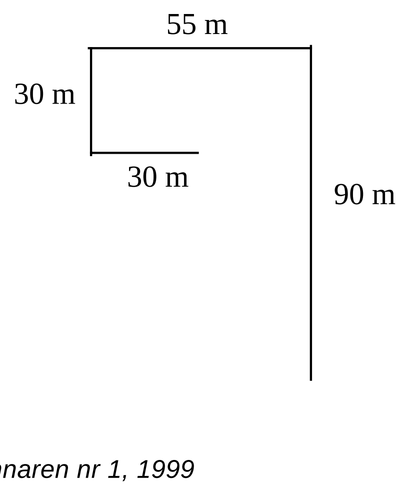
2603 Minst 9 katter.

2604 Till och börja med kanske man tänker att det är 0,5 eller 50 %, eftersom det är lika stor chans att det föds en ”pojke” som en ”flicka”. Men informationen att en unge är en ”flicka” innebär ju att en av de möjliga kombinationerna: *pp, pf, fp* och *ff* inte kan inträffa. Det betyder att det bara finns tre möjligheter att välja på och att en av dessa ger två ”flickor”.

2605 a) 3+13, 5+11
b) 5+31, 7+29, 13+23, 17+19
c) 5+131, 23+113, 29+107, 43+93, 53+83

2606 Det första villkoret ger att summan av talen är 24. Sedan kan man pröva sig fram med någon systematik (t ex med miniräknare) till 11 och 13 eller ställa upp en ekvation: $x^2 + (24 - x)^2 = 290$

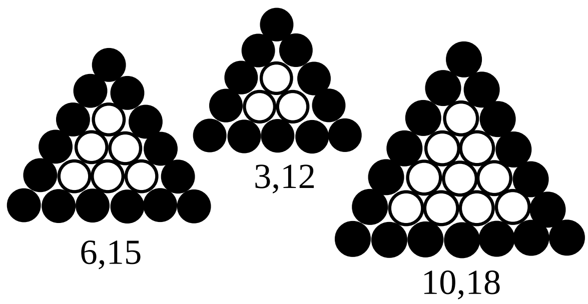
2607 Uppgiften kan t ex lösas med skalenlig ritning och mätning eller med hjälp av Pythagoras sats.



2608 I en liksidig triangel är varje vinkel 60 grader, i en regelbunden fyrhörning 90 grader osv. Hur stora ska vinklarna i den regelbundna månghörningen vara?

2609 Pröva, rita och resonera dig fram. 3 x 10 och 4 x 6 vita ger lika antal. Ett samband får vi genom att räkna *x* vita på längden och *y* på höjden: $(x + 2)(y + 2) = 2xy$. Varför?

Vad händer om man i stället för att lägga kulorna i en rektangel lägger dem i en triangel? Ser du några mönster i figuren? Går det att få lika antal?



2610 $m^2 - n^2 = (m + n)(m - n) = 100\cdot2 = 50\cdot4 = 20\cdot10$, dvs (51,49) (23,27) (5,15). Varför blir det inga andra än dessa? Pröva med andra differenser t ex 20, 2 000.

2611 Här är några:
$(9 - 9/9)\cdot\sqrt{9}$, $\sqrt{9}\cdot 9 - \sqrt{9}$, $\sqrt{9}^{\sqrt{9}} - \sqrt{9}$

2612 Det vänstra punktnätet kan ses som 5 kvadrater vardera med arean 4/5 cm^2, det högra som 10 kvadrater vardera med 9/10 cm^2. Vilken area har småkvadraterna nedan?

I ett *n*-nät får man $n^2/(n^2 + 1)$ cm^2.