Bengt Ulin

Ex Oriente lux

Matematikens kulturhistoria är en närmast outtömlig källa att ösa ur. Här tar Bengt Ulin oss med till Mesopotamien, sin tids föregångstrakt för vetande och skrift. Kilskriften som användes kodades av för bara 200 år sedan – av en gymnasielärare!

Ex Oriente lux – *Ljuset kommer från öster* – är ett bevingat ord som nu kan ha en nyans av ironi. I dessa tider av ett sedan länge pågående krig i Främre Orienten kan man erinra sig den stora betydelse som Orienten haft för vår västerländska kultur. För mer än 3 500 år sedan hade man i Tvåflodslandet (Mesopotamien) en relativt väl utvecklad aritmetik. Omkring år 1850 grävde man upp cirka 400 lertavlor som nertecknats under tidsperioden 1800–1600 f Kr. Dåförtiden använde de ett talsystem med 60 som bas. De approximerade π till $3\,{}^1/_8$ och $\sqrt{2}$ med imponerande noggrannhet motsvarande sex decimaler.

Om de lertavlor som grävts upp vittnar vackra foton som finns återgivna i matematikhistorisk litteratur, t ex i den klassiska boken *Science awakening* (eller på tyska *Erwachende Wissenschaft*) av B L van der Waerden. Denna kunniga man var professor vid Tekniska Högskolan i Zürich. Med sin språkbegåvning klarade han av att studera de österländska verken i originalversion.

Den fornbabyloniska kilskriften förblev länge en gåta. De avgörande första stegen till att lösa gåtan togs av gymnasieläraren Grotefend 1802 och femtio år senare kunde forskare bekräfta att hans insats var hållbar. Det han upptäckt var ett kiltecken för basen 60. Tecknet användes också för potenser av 60. Ett annat tecken hade värdet 10 eller 10 gånger potenser av 60. I Erwachende Wissenschaft finns bilden av en fornbabylonisk lertavla som innehåller 16 problem, bland dem beräkningar för dammar, brunnar, murar, gruvor och vattenur. Problem nr 16 gäller volymen av en stympad kon. Volymen beräknades på så vis att man multiplicerade höjden med halva summan av de två ändytorna, en metod som inte fick spridas!

Kanske gjorde man en analogi med att arean av ett parallelltrapets beräknas genom att multiplicera höjden med hälften av de parallella sidornas sammanlagda längd. Givetvis bör det nämnas att vår tidmätning med 1 timme = 60 minuter och 1 minut = 60 sekunder härrör från Babylonien, antingen från sumerer eller från akkader.

Den fornegyptiska matematik som var samtida med den babyloniska var baserad på stambråk, dvs bråk med täljaren 1. Farao hade i sin tjänst skrivare, ett yrke som hölls synnerligen högt. Skrivaren kunde bestraffas med döden om han begick något fel. Det finns tavlor och skulpturer från denna tid som vittnar om skrivarens skärpta medvetenhet.

En glanstid nådde den babyloniska kulturen under kalifen Harun al-Rashid (766–809). Han lät uppföra ett Vishetens hus med ett anslutande bibliotek i Bagdad. En framstående matematiker under al-Rashids tid var al-Khwarizmi. Han gav upptakten till en algebra, som klarade av ekvationer av grad 1 och 2, i vissa fall även av grad 3, t ex

$$ax^3 + bx^2 = c.$$

Han gav år 825 ut en lärobok i algebra. Kapitlet om ekvationer inleds med en presentation av lösningsmetoder:

1. hur man med al-Jabr för över termer från ena sidan av en ekvation till den andra
2. hur man med al-Musqabalah kan låta lika termer på ekvationens två sidor ta ut varandra.

Från al-Jabr härrör våra termer algebra och algoritm. Lydelsen till ekvationer av grad 1 kan te sig komisk för oss, exempelvis:

> Jag fann en sten, ökade dess vikt med 1/7, därefter med 1/11, och vägde den. Dess vikt var då 1 ma-na. Vilken var stenens ursprungliga vikt?

Till skillnad mot matematiker i väst ägnade sig araberna åt aritmetik och algebra oberoende av geometri. Andra betydande prestationer var lösningen av ekvationssystem som kunde leda till andragradsekvationer, t ex

$$x + y = 29$$
$$xy = 210.$$

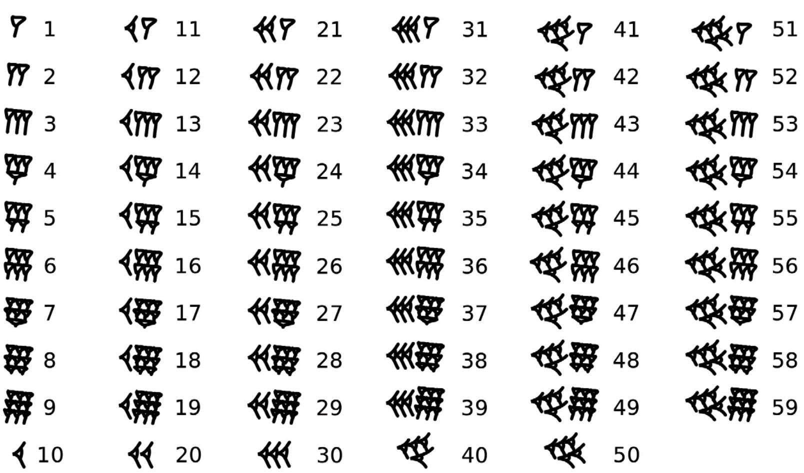
I stället för en summa i den översta ekvationen fanns i andra exempel en differens. Systemet blev då av typen

$$x - y = a$$
$$xy = b$$

där *a* och *b* var givna talvärden. Som mycket avancerat får man anse systemet

$$x^2 + y^2 + z^2 = 23{,}20$$
$$x - y = 10$$
$$y - z = 10$$

vara. Talet 23,20 är där angivet i 60-systemet.



Babylonierna kände till kvadreringsreglerna och konjugatregeln, regler som våra skolelever får lära sig att använda. Ett problem som nog skulle te sig svårt i våra skolor är följande:

> Arean av ett parallelltrapets med de parallella sidorna *a* och *b* delas i två lika stora delar av en med dessa sidor parallell transversal av längd *x*. Bestäm *x*!

Problemet, som kräver algebraisk behandling, har det vackra svaret

$$x = \sqrt{a^2 + b^2}\ .$$

Låt oss gå längre österut, till Indien. Bakhshali-manuskriptet innehåller matematik, nerskriven på björknäver. De kunskaper som manuskriptet ger kom till användning under några århundraden fr o m 800-talet. Texten är indelad i ett stort antal sutror. I sutra 53 finns exempelvis följande fråga:

> B skänker dubbelt så mycket som A, C ger tre gånger så mycket som B och D ger fyra gånger så mycket som C. Den totala gåvan är 132. Hur mycket skänkte A?

Man lät A:s gåva ha förhållandetalet 1. Därmed blev gåvorna från de fyra givarna 1, 2, 6 och 24, sammanlagt 33. Divisionen 132:33 gav 4, vilket är lika med A:s gåva.

Medan babylonisk och indisk matematik utvecklades alltmer förblev den fornegyptiska statisk. I den berömda skriften Papyrus Rhind (så uppkallad efter den som fann papyrusrullen) finns ett antal för oss enkla aritmetiska uppgifter lösta, t ex att fördela två bröd rättvist på tio personer. Det gällde att hålla sig till stambråken. I slutet av varje lösning står ett slags garanti: *Om du gör så här, så blir det rätt.*

En glansprestation i fornegyptisk matematik är upptäckten av en korrekt formel för beräkning av volymen hos en stympad pyramid. Liksom i all annan kultur i det dåtida Egypten spelade efterhärmning en dominant roll. Uppfostran och utbildning följde århundraden igenom sedan länge introducerade mönster. Som avslutning av denna korta essä kommer här ett exempel på en misslyckad efterhärmning:

En ekvation av typ $(x-a)(b-x)=0$ har som bekant rötterna $x=a$ och $x=b$. I en analogi med detta ”löste” en elev ekvationen $(x-3)(8-x)=4$ så här:

> $x-3=4$ ger roten $x=7$ och $8-x=4$ ger den andra roten $x=4$.

Här gav en felaktig metod faktiskt ekvationens korrekta rötter! När inträffar sådant? Om ekvationen är $(x-a)(b-x)=c$, så finner man att man med elevens ”metod” får de korrekta rötterna $a+c$ och $b-c$. Det är inte svårt att visa att detta inträffar då $b=a+c+1$.

LITTERATUR

Katz, V. J. (1993). *A history of mathematics*. HarperCollins.

Ulin, B. (2002). *Problemlösning i symbios med matematikhistoria*. Ekelunds.

van der Waerden, B. L. (1961). *Science awakening*. Oxford Univ Press.

Vogel, K. (1959). *Vorgriechische mathematik*. Schroedel Verlag.