

Problemavdelningen

Göran Emanuelsson & Karin Wallby

Följande problem kan lösas och användas på olika sätt på olika stadier. Vi ser fram emot synpunkter och exempel på elevlösningar eller nya varianter på problemen. Tack för lösningsförslag till julproblemet 2431 i förra numret. En fortsättning kommer från Norge och har nummer 2516

2501 Leta reda på två tal vars summa är 18 och där ett av talen är dubbelt så stort som det andra. Vilka är talen?

2502 15 kan skrivas som $7 + 8$ och som $4 + 5 + 6$. Vilka sätt finns det att skriva 30 som en summa av på varandra följande tal? Gör egna liknande exempel.

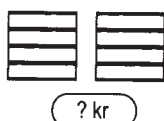
2503 Vilka två tal tror du följer efter de givna? Efter vilken regel är talföljden bildad?

36 000, 18 000, 6 000, 1 500, _____

2504 Använd var och en av följande siffror exakt en gång och gör två tal. Vilken är den största möjliga produkten?

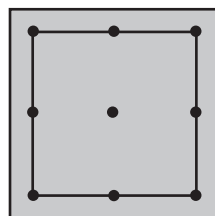
a) 1,2,3,4 b) 1,2,3,4,5,6

2505 Här säljs örhängen. Vilket pris fattas?



2506 En trädgårdsodlare med överskott och gott hjärta delar ut frukt till skoleleverna. Eleverna får ta högst fyra plommon, högst tre päron och högst två äpplen. Hur många olika möjligheter finns det om de tar minst två frukter? Vad anser du om antalet? Har du alternativa förslag till villkor?

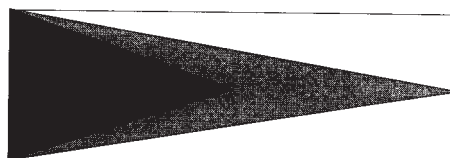
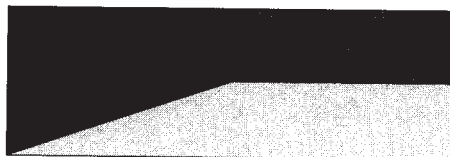
2507 Dela området på geobrädet i två olika stora polygonområden med hörn vid spikarna. Hur många sätt finns det?



2508 Hur många trianglar kan man rita med punkterna ovan som hörn?

2509 Ett klassiskt problem är att undersöka om det går att dra fyra sträckor genom alla de nio punkterna ovan—utan att lyfta pennan.

2510 Hur stora är de olika områdena om rektangeln har arean 1.



2511 Tänk dig trianglar där sidornas längder är heltal. Vilka trianglar finns det som har omkretsen 15?

2512 Vad är värdet av följande uttryck? Alla tal 1 till 99 finns med och operationerna görs i ordning addition, addition, subtraktion hela vägen.

$$1+2-3+4+5-6+7+8-9+...+97+98-99$$

2513 Hur stor är chansen att få en kvadrat eller en kub om man på måfå tar ett tal mellan

a) 1 och 20? b) 1 och 30? c) 1 och 50?

2514 Uttryck 96 som differensen av två kvadrater. Det finns flera möjligheter.

2515 Kontrollera med miniräknare att följande stämmer.

$$69 \cdot 64 = 4416$$

$$96 \cdot 46 = 4416$$

Experimentera och sök liknande kombinationer av tvåsiffriga tal. Vilka villkor ska gälla för ingående tal?

2516 Takk for julekort!

Her er mitt umiddelbare motspørsmål: Hvor mye sølvpapir må han kjøpe? Er dette spørsmålet det samme som "Hvor stort areal vil julestjernen dekke"?

Med hilsen

Aasmund Kvamme, Tangenten, Norge

Kommentarer

2501 Man kan pröva eller resonera sig fram till 12 och 6 redan på lågstadiet. Elever kan själva göra liknande problem.

2502 T ex: $9+10+11$, $6+7+8+9$, $4+5+6+7+8$. Pröva hur det går om man låter negativa heltal vara med. Välj andra tal, t ex udda tal.

2503 300 och 50. Talen fås ur det närmast föregående genom att dividera med i ordning 2, 3, 4, 5 osv.

2504 Hittar du större tal än 1312 i a och 342 002 i b? Hur ska man resonera för att få så stort tal som möjligt?

2505 Det finns olika sätt att pröva sig fram eller resonera utan att ställa upp ekvationer. Man kan t ex se att de två översta figurernas pris minskat med den undre vänstra ger svaret. – Ur de två övre figurerna ser man att triangeln är 10 kr billigare än ovalen, som kan användas för att få priserna i undre vänstra figuren. – Försök hitta så många lösningssätt som möjligt i klassen.

2506 Man kan välja 0, 1, 2, 3 eller 4 plommon; 0, 1, 2 eller 3 päron och 0, 1 eller 2 äpplen. Det ger $5 \cdot 4 \cdot 3$ möjligheter. Ta bort de fall som innebär 0 eller 1 frukt, dvs (0,0,0), (1,0,0), (0,1,0) och (0, 0, 1), vilket ger 56.

2507 Vem hittar flest?

2508 $9 \cdot 8 \cdot 7 / 6 - 8 = 76$. Man får ta bort de åtta fall då valet av de tre punkterna inte ger någon triangel utan bara en linje.

2509 *Ledning*: För att klara villkoren måste man gå utanför punktnätet. Problemet fanns som 709 i Nämnaren 7(2). Lösning i 7(4).

2510 $1/4$, $3/8$, och $3/8$; $1/4$, $1/4$ och $1/2$ samt $1/4$, $3/8$, $1/4$ och $1/8$ (den röda först).

2511 För att man ska få en triangel måste summan av två sidor vara större än den tredje (triangelolikheten $a + b > c$). Det ger möjligheterna: 1, 7, 7; 2, 6, 7; 3, 5, 7; 3, 6, 6; 4, 4, 7; 4, 5, 6 och 5, 5, 5.

2512 T ex: $(1+2-3)+(4+5-6)+...+(97+98-99)=0+3+6+...+96=3(1+2+...+32)$ eller $1+2+3-2(3)+4+5+6-2(6)+...=1+2+...+99-2(3+6+...+99)=1584$

2513 a) $1/5(4, 8, 9, 16)$ b) $1/5(4, 8, 9, 16, 25, 27)$ c) $4/25(4, 8, 9, 16, 25, 27, 36, 49)$

2514 Det finns fyra möjligheter. $10^2 - 2^2$ nog enklast att hitta. De andra är $1^2 - 5^2$, $14^2 - 10^2$, $25^2 - 23^2$. Man kan ta hjälp av konjugatregeln $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ och att 96 kan skrivas $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$.

2515 Exempelvis är $84 \cdot 36 = 48 \cdot 63$ och $42 \cdot 48 = 24 \cdot 84$. Det gäller att undersöka villkoret för att $(10a + b)(10c + d) = (10b + a)(10d + c)$.