

Problemaavdelningen

God Jul önskar Redaktionen

Problemen kan som vanligt lösas och användas på olika sätt. Problem 2434 har föreslagits av Lena Larsson, Elisabeth Lorenzon och Birgitta Arosenius, 2436 och 2437 av Magnus Skylvik och Håkan Ekholm.

2431

Julproblem 1997

Tomten ska göra en toppstjärna till sin julgran. Han vill att den ska som se ut som en snöflinga och tänker göra den av silverplåtar. Tomten utgår från en liksidig triangel med sidan 27 cm.



Mitt på varje sida sätter han en liksidig triangel vars sida är en tredjedel av den första.



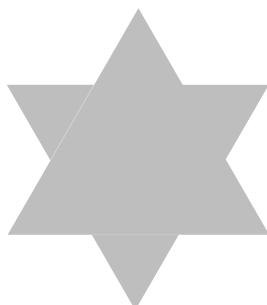
Därefter sätter tomten på motsvarande sätt dit nya liksidiga trianglar som figuren visar. Sedan på de nya trianglarna är en tredjedel av den förra triangelns sida.



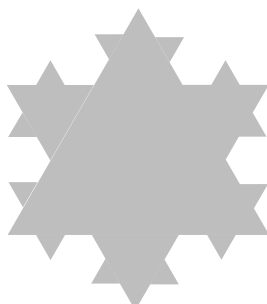
Tomten fortsätter på samma sätt tills han blir nöjd med sin stjärna. Då har han genomfört proceduren fyra gånger.



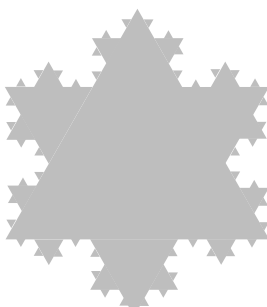
Procedur 1



Procedur 2



Procedur 3



Procedur 4

Därefter sätter tomten en tunn guldtråd runt ytterkantern. Hur lång tråd behöver han skaffa?

Hur lång tråd behöver tomten om han genomför proceduren fem gånger innan han sätter dit guldtråden?

Hur lång tråd skulle det gå åt, om tomten kunde genomföra proceduren tjugo gånger? Etthundra gånger?

2432

Nyårsproblem 1998

Talet 19 är ett "lyckligt tal". Summan av siffrornas kvadrater blir nämligen, efter ett antal operationer, 1.

$$1^2 + 9^2 = 1 + 81 = 82$$

$$8^2 + 2^2 = 64 + 4 = 68$$

$$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$1^2 + 0^2 + 0^2 = 1$$

Talet 4 är inte något lyckligt tal. Vi hamnar efter ett antal steg i en repetition:

$$4^2 = 16$$

$$1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$$

$$3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$$

$$5^2 + 8^2 = 25 + 64 = 89$$

$$8^2 + 9^2 = 64 + 81 = 145$$

$$1^2 + 4^2 + 5^2 = 1 + 16 + 25 = 42$$

$$4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

$$2^2 = 4 \text{ etc.}$$

Vilka lyckliga tal hittar du bland de första hundra talen. Det finns tjugo st. Behöver du pröva alla hundra?

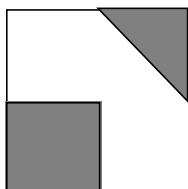
Undersök om ditt födelseår eller 1998 är lyckliga tal.

2433 Fler lyckliga tal?

Undersök vad som händer om man adderar två lyckliga tal. Vad händer om man multiplicerar två lyckliga tal?

2434 Mönster i kvadrat

Bilda nya mönster med hjälp av fyra kvadrater likadana som den i figuren. Kvadraterna ska ligga sida mot sida. Hur många olika lösningar kan du finna?



2435 Vinterpromenad

Carl är 2 m lång. En gatlykta 10 meter bort kastar en 4 m lång skugga av Carl. Hur hög är gatlyktan?

2436 Figurbygge

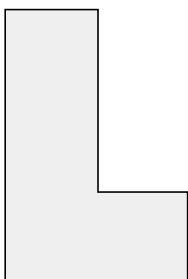
Vilka fyrhörningar kan du bygga av två likadana rätvinkliga trianglar? Prova också med två ej rätvinkliga men kongruenta trianglar.

2437 Mitt i prick

På vilka sätt kan du hitta medelpunkten på en cirkelformad träplatta?

2438 Figsågning

Dela nedanstående L med två raka snitt. Hur många delar blir det beroende på hur snitten läggs.



2439 Enkronorsspel för juldagar

Ett vanligt skrivpapper (t ex ett A4-papper) läggs på ett bord. Två spelare turas om att lägga enkronor. Ett lagt mynt får inte rubbas och mynten får inte ligga på varandra. Den som lägger sista myntet som får plats på papperet vinner. Hur ska man göra för att säkert vinna?

Kommentarer

2431 Ett bra sätt att börja fundera på om man kan hitta något mönster är att börja räkna delsträckor i de ritade figurerna. Man kan studera hur antalet ökar i varje steg och resonera sig fram till vad som händer genom varje ny procedur och generalisera resultatet, eventuellt till en formel i figur nr n . Problemet är ett exempel på en fraktal (se t ex Dahl, K & Nordqvist, S. (1994). Matte med mening, Alfabeta, s 23ff.)

2432 När man provat några tal märker man att man provat andra tal samtidigt. Hur då?

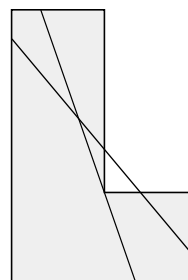
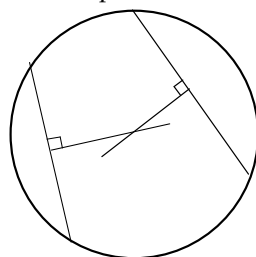
2434 Förutsättningarna kan varieras. Kvadraterna kan t ex läggas i rad eller så att de bildar en stor kvadrat. Man kan tänka sig att den ursprungliga lilla kvadraten får vridas eller inte.

2435 Även här kan man tänka sig olika metoder t ex rita & mäta, skala eller likformighet.

2436 Problemet kan utvidgas genom att man inte lägger på restriktionen att de nya figurerna ska vara fyrhörningar.

2437 Här finns möjligheter till lösningar med olika hjälpmedel. Man kan tänka sig att ta hjälp av pappersvikning, passare, mätning eller konstruktion med hjälp av cirkelsatser (figur nedan).

Rita två kordor. Mittpunkts-normalernas skärningspunkt ger medelpunkten.



2438 Man får olika antal områden beroende på hur linjerna dras. I figuren ovan får man sex delar. Kan du hitta fler? Hur ska snitten läggas för att man ska få så litet antal som möjligt?

2439 Till det här problemet ger vi inga kommentarer. Prova några gånger så kommer du kanske på varför ...