

Hur mycket är en miljard?

ROLAND MUNTHER

Roland Munther är matematik- och fysiklärare vid Cederbladsskolan (KOMVUX) i Uppsala. Han läser NÄMNAREN regelbundet sedan flera år tillbaka och försöker berika undervisningen med tips från även andra tidskrifter såsom Elementa, Mathematics Teacher, Mathematical Gazette samt School Science and Mathematics. Han brukar skriva ner sådant som kan vara värt att pröva. Dessutom händer det att han får egna idéer. Utan att här ange källan i varje exempel vidarebefordras några ”idéer”, som kan stimulera din undervisning.

Hur mycket är 1 miljard?

Dagligen kan man i våra vanligaste massmedia möta uttrycket miljard. En miljard är tusen miljoner. Hur många vet vad en miljon är? Det är svårt att göra sig en föreställning om dessa tal. Man kan möjligen tänka sig att samla in en miljon av exempelvis tändstickor eller kapsyler, men det blir ett omfattande arbete. Att på liknande sätt försöka konkretisera en miljard blir en övermänsklig uppgift.

Ett enklare sätt är att, efter att man först diskuterat med klassen hur ofta talet en miljard förekommer, fråga: *”Hur lång tid tror ni att det tar att räkna till en miljard?”* Många tror att det går relativt fort. Hur lång tid tar det i genomsnitt att uttala talen 1—1 000 000 000? Man kan nog lätt övertyga eleverna om att genomsnittstiden blir två sekunder för varje tal. Vi kommer överens om att räkna dygnet runt. Svaret blir naturligtvis 2 miljarder sekunder som är ungefär 63 år!!

Ett annat sätt är att låta eleverna ta pulsen på varandra och sedan med denna puls som utgångspunkt beräkna hur lång tid det tar för hjärtat att slå en miljard slag.

Då man samlar in statistiska data, exempelvis elevernas puls, kan man ställa upp följande tabell

hundratals- och tialssiffra	entalssiffra	
12		
11		
10		
9	1	betyder 91
8	3 8 6 1	betyder 83,88,86,81
7	2 3 7 0 5	
6	5 9 7 4 8 0 2 3 0	
5	4 9 8	
4	9	
3		

På detta vis får man

- a** data snabbt nedtecknade
- b** ett enkelt histogram
- c** data ordnade
- d** lätt att ta fram median, medelvärde m.m.

Det ovan insamlade materialet är redovisat i ett stam-bladdiagram. Se NÄMNAREN nr 4 80/81, *EDA-detektivarbete bland siffror med papper, penna och linjal* av Kerstin Vännman. (Red. anm.)

Om du sparar

Om du sparar 1 öre första dagen i en månad, 2 öre andra dagen, 4 öre tredje dagen och fortsätter att fördubbla summan för varje dag — hur mycket sparar du då på en månad?

1:a dagen 1 öre: 2^0 öre

2:a dagen 2 öre: 2^1 öre

3:e dagen 4 öre: 2^2 öre

4:e dagen 8 öre: 2^3 öre

30:e dagen : 2^{29} öre = 5 368 709 kr

Det sista resultatet får man lätt med hjälp av räknare! Sammanlagt blir det över 10 miljoner på en månad.

Hur stor är produkten av talen 1 till 30?

Produkten av talen 1, 2, 3, 4, ..., 30 betecknas i matematiken 30! — utläses "trettio fakultet":

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 29 \cdot 30 = 30!$$

Med hjälp av en miniräknare får man fram att
 $30! = 2,65 \cdot 10^{32}$.

Försök till konkretisering:

Vi utgår från en vattendroppe med en volym av $0,1 \text{ cm}^3$.

1 km^3 motsvarar då 10^{16} sådana vattendroppar.

Jordens volym är ca $1,08 \cdot 10^{12} \text{ km}^3$ (jordradie ca $6,37 \cdot 10^3 \text{ km}$).

Om vi tänker oss att hela jordklotet bestod av vatten så skulle där finnas $1,08 \cdot 10^{12} \cdot 10^{16}$ vattendroppar av ovanstående storlek
d v s $1,08 \cdot 10^{28}$ vattendroppar.

Jämför detta tal med $30!$

$30!$ motsvarar tydligen antalet vattendroppar i mer än 20000 jordklot bestående av vattendroppar.

Varför mäter man vinklar i radianer?

Jämför uttrycket för längden av en cirkelbåge resp arean av en cirkelsektor för de fall att man mäter medelpunktsvinkeln i grader resp radianer

$$b = \frac{v}{360} \cdot 2\pi r \quad \text{jämfört med} \quad b = \alpha \cdot r$$

$$A = \frac{v}{360} \cdot \pi r^2 \quad \text{jämfört med} \quad A = \frac{\alpha \cdot r^2}{2}$$

Som synes blir uttrycken enklare då man använder radianmått!

Studerande följande tabell

v	$\alpha (= v \frac{\pi}{180})$	$\frac{\sin v}{\sin \alpha}$	$\frac{\tan v}{\tan \alpha}$	$\frac{\sin v}{v}$	$\frac{\sin \alpha}{\alpha}$
50°	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
$0,5^\circ$	0,00873	0,00873	0,00873	0,01745	1,00000

Av tabellen framgår att $\alpha \approx \sin \alpha \approx \tan \alpha$ samt

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1$$

$$\alpha \rightarrow 0$$