

Till minne av en krigsfånge

Vid sidan av matematikhistoriens stora namn, de vi ofta ser till med namn, gärning och porträtt i exempelvis en lärobok, finns många för oss okända människor som tillsammans gjort mängder av bidrag till det vi idag känner som matematik. Här möter vi en av dem: Jean-Victor Poncelet.

Namnet på ett väl känt svenskt förlag är *Natur och Kultur*. En lika fascinerande som gåtfull samverkan av natur och kultur gav upphov till en fruktbärande utveckling av den projektiva geometrin, en gren av geometri som under 1600-talet började växa fram, främst i Frankrike.

Det var år 1812 i den ryska staden Saratov vid nedre Volga som natur och kultur samverkade: matematikern Jean-Victor Poncelet utnyttjade tiden som krigsfånge för att minnas tillbaka på den undervisning som han fått åren 1806–1810 vid *École Polytechnique* i Paris. Poncelet befann sig i en natur vars svartjord breddade ut sig så långt ögat kunde nå. Naturen var som ett oändligt plan. I sin bok *Journey to Russia* skrev Laurens van der Post:

Det intryck som slättlandet skapade var så djupt att man med tiden blev mer än övertygad av det och accepterade det som något Absolut. Så starkt att jag knappast kunde tro mina ögon när jag en morgon knappt två månader senare reste till Sibirien och där verkligen såg svartjorden upphöra.

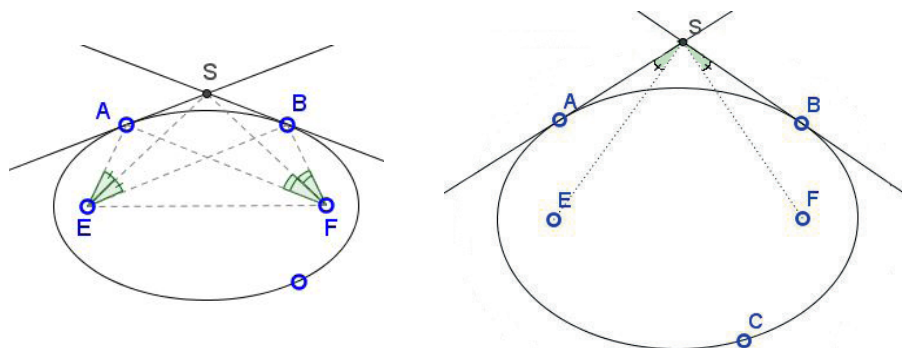
Kanske var det just detta enormt utsträckta slättland som inspirerade Poncelet till att införa *oändligt-avlägsna punkter* i projektiv geometri. Han skrev om sig själv i tredje person några år senare:

Författaren (...) tänkte knappast på att sysselsätta sig med abstrakta vetenskaper i en så vanskelig livssituation. Reducerad som han var till sina erinringar från gymnasiet i Metz och École Polytechnique, där han med förkärlek hade studerat arbeten av Monge, Carnot och Brianchon, får man inse att han inte har kunnat låna något från de senaste avhandlingarna före återkomsten till Frankrike i september 1814. Dessa omständigheter och hans fullständiga isolation i staden Saratov förklarar varför han [där] steg för steg fick återuppta innehållet i de studier han haft (aritmetik, algebra, geometri, trigonometri etc.), ägnade att tjäna som en solid grund för de undersökningar, idag till synes enkla, som han föresatte sig att påbörja i sin trista exil.



År 1822 utkom Poncelets främsta verk, *Traité des propriétés projectives des figures*, där han gav den projektiva geometrin en stark impuls, bl a genom att till den euklidiska linjen foga en oändligt-avlägsen punkt. Om p är en linje som roterar kring en punkt P och a är en linje som inte går genom P , så har p och a en skärningspunkt även när de båda linjerna är parallella, nämligen deras gemensamma oändligt-avlägsna punkt.

Tack vare duala axiom råder en dualitet i hela det projektiva planet. Exempelvis har två linjer alltid en skärningspunkt, ändligt eller oändligt avlägsen. Omvänt har två punkter en sammanbindningslinje, oavsett om de två givna punkterna har ingen eller en punkt oändligt avlägsen eller om båda punkterna är oändligt avlägsna. En sådan dualitet saknas i det euklidiska planet. Till sist, Poncelet fann två vackra satser för ellipsen:



- (1) Tangenterna syns från en brännpunkt under lika stora vinklar.
- (2) Tangenterna bildar lika stora vinklar med var sin brännpunktsradie.

LITTERATUR

Coxeter, H. S. M. (1974). *Projective geometry*. Springer.
 Ulin, B. (2000). *Projektiv geometri*. Solna: Ekelunds förlag.

Utblick över stäppen i trakterna av Saratov, Ryssland.

