

UPPSLAGET

PEDER CLAESSON

Uppslaget handlar denna gång om huvudräkningsknep. *Peder Claesson* har valt att utgå från två huvudräkningsblad Testa dig själv I och II. Testa dig själv I är enkelt och kan ges till eleverna redan på mellanstadiet. Testa dig själv II är svårare och avsett för elever på högstadiet och gymnasiet. Efter genomgången test får eleverna "betyg".

Båda testen kan användas av lärare på alla stadier för att testa den egna huvudräkningsförmågan. Kommentarererna ger en snabbkurs i vanliga huvudräkningsknep.

Huvudräkning kräver undervisning

Eleverna blir inte bra i huvudräkning genom enbart drillövningar. Det är oerhört viktigt att lärarna undervisar i huvudräkning och visar på olika sätt att tänka. Då man läser Jan Unenges "En belysande episod" i NÄMNAREN nr 4 1980/81 s 29 får man sig onekligen en tankeställare. Lär vi våra elever en enda metod och inget annat? I Jan Unenges "Episod" är det uppenbart att eleven endast fått lära sig ett sätt att räkna.

Hur beräknar du 37,65/1,5?

Uppgiften fanns i det standardprov som gavs hösten 1980 och hösten 1981. Jag har under sommaren tittat igenom närmare ett tusen elevlösningar som sänts in till SÖ för normering och som underlag för forskning. Alla elever som gett sig på uppgiften hade förlängt med 10 eller 100 och sedan använt trappan för att utföra divisionerna 376,5/15 eller 3765/150.

Förläng med 2!

Ingen enda förlängde med 2 vilket ju borde vara naturligt i det här fallet. Man får då 75,3/3 vilket de flesta sedan borde klara som huvudräkning.

Man kan fråga sig om ingen enda matematiklärare i det här landet gett eleverna tipset att förlänga med 2 då nämnaren är 0,5, 3,5, 15, 50 eller något liknande. I så fall borde väl någon elev ha utnyttjat detta knep.

Testa dig själv I och II

Jag har nu utarbetat två huvudräkningstest. Jag hoppas att många lärare ska använda uppgifterna i sina klasser. Om man använ-

der knep är uppgifterna lätta att klara utan papper och penna.

Jag är väl medveten om att det utöver mina förslag till lösningar finns en mängd andra kanske elegantare metoder.

Utnyttja kommentarerna!

Mina kommentarer kan ligga till grund för klass- eller gruppdiskussioner. Jag vet mycket väl att flera elever i klassen har svårt för att läsa kommentarerna på egen hand. Med en lärare som handledare, frågare och berättare vet jag att många elever kan bli bra mycket bättre i huvudräkning så att de inte jämt och ständigt är beroende av papper och penna eller miniräknare.

Lycka till med din viktiga uppgift att göra eleverna till goda huvudräknare!



TESTA DIG SJÄLV I – HUVUDRÄKNING

Kommer du att bli slav under miniräknaren? Är du redan slav under miniräknaren? Räkna följande uppgifter! Om du kan räkna ut svaret i huvudet antecknar du ditt svar i första kolumnen. Om du inte kan klara uppgiften

med huvudräkning fortsätter du med papper och penna eller miniräknare. Kontrollera sedan dina svar i facit och beräkna poängsumman.

	Huvud- räkning 10 poäng	Papper och penna 3 poäng	Mini- räknare 1 poäng
1. Du skjuter med luftgevär och får följande serie med 10 skott: 8, 8, 10, 8, 9, 8, 9, 9, 8, 9. Vad blir din poängsumma?
2. Beräkna summan av följande belopp: 209, 213, 214, 216, 217 och 221 kr
3. En fyradagarsresa till Berlin kostar 795 kr. Vad kostar resan för 4 personer?
4. Fem personer delar på en tårta som kostar 34 kr. Vad skall var och en betala?
5. 25 bullar kostar 35 kronor. Hur mycket kostar en bulle?
6. I ett bageri köper du 28 kakor som kostar 45 öre styck och 28 kakor som kostar 65 öre styck. Hur mycket skall du betala?
7. En bulle kostar 1.25 kr. Vad kostar 22 st?
8. En bil drar 1,5 liter bensin per mil. Hur långt kan man köra en fulltankad bil om tanken rymmer 48 liter?
9. I ett fotbollslag är spelarnas ålder 18, 18, 19, 20, 20, 21, 21, 21, 23, 24 och 26 år. Beräkna spelarnas medelålder.
10. På en karta i skalan 1:10 000 är en rektangulär åker 4 cm lång och 2,5 cm bred. Hur många hektar är åkern?
		Poängsumma:	

TESTA DIG SJÄLV II — HUVUDRÄKNING

Kommer du att bli slav under miniräknaren?
Eller Hur bra är du i huvudräkning? Du får 1 poäng för varje rätt svar.

1. Beräkna $0.055 \cdot 8\,000$
2. Beräkna $12 \cdot 3, 12 \cdot 25$
3. Beräkna $34 \cdot 83,75 + 34 \cdot 16,25$
4. Hur mycket är 5% av 845 kr?
5. Hur mycket är 15% av 325 kr?
6. Hur mycket är 18% av 3750 kr?
7. Beräkna $18 \cdot 312$
8. Beräkna $37 \cdot 43$
9. Beräkna $65 \cdot 65$
10. Beräkna $63 \cdot 67$
11. Hur mycket är
 $1 + 3 + 5 + \dots + \dots + 45 + 47 + 49$
(summan av de 25 första udda talen)?
.....
12. Är multiplikationen
 $21 \cdot 39 \cdot 781 = 639\,539$
rätt utförd?
.....

Motivera ditt ja eller nej.

.....
Antal rätt

Räkna ut svaren med miniräknare och se hur du lyckades eller studera Facit med kommentarer till Testa dig själv II och utbilda dig till en suverän huvudräknare.

FACIT OCH KOMMENTARER TILL "TESTA DIG SJÄLV I"

- | | |
|-------------|---------------|
| 1. 86 poäng | 6. 30,80 kr |
| 2. 1 290 kr | 7. 27,50 kr |
| 3. 3 180 kr | 8. 31 mil |
| 4. 6,80 kr | 9. 21 år |
| 5. 1,40 kr | 10. 10 hektar |

POÄNG BETYG

- 91–100 Utmärkt. Du klarar dig utan papper och penna.
- 71–90 Bra. Du är mycket duktig i huvudräkning.
- 51–70 Hyfsat. Med lite träning kan du bli mycket duktig i huvudräkning.
- 31–50 Inte så bra men godkänt. Du klarar dig i alla fall med papper och penna.
- 16–30 Dåligt. Du behöver ägna dig åt intensiv huvudräkningsträning om du inte skall bli slav under miniräkningen.
- 0–15 Katastrof. Du behöver hjälp av andra och vad gör du när batterierna tar slut i din miniräknare?

STUDERA DET HÄR OCH BLI EN BÄTTRE HUVUDRÄKNARE!

Uppgift 1.

Man ser att sämsta resultatet är 8 poäng. Man tar $8 \cdot 10 = 80$ och lägger till 1 poäng för varje nia (4 st) och 2 poäng för varje tia (1 st). Resultatet blir $80 + 4 + 2 = 86$.

Uppgift 2.

En god metod är att leta efter mönster. Här finner man att summan av 9 och 21, 13 och 17, 14 och 16 blir 30. 12 hundralappar plus 3 gånger 3 tior ger 1290 kr.

Uppgift 3.

Runda av resans pris till 800 kr. För fyra personer kostar resan då 3 200 kr. Beloppet minskas med 4 femmor, 20 kr, och man erhåller 3180 kr.

Uppgift 4.

Man skall dividera 34 med 5. En bra metod då man dividerar med 5 är att först multiplicera med 2 och sedan dividera med 10 d v s $34/5 = 68/10 = 6,80$. Här kan man låtsas att 10 personer köper 2 tårtor för 68 kr. Det blir då samma pris för tårtbitarna som i uppgiften.

Uppgift 5.

25 bullar kostar 35 kr. Då kostar 50 bullar 70 kr och 100 bullar 140 kr. Det är nu lätt att se att en bulle kostar 1,40 kr. När man dividerar med 25 multiplicerar man täljare och nämnare med 4. Sedan dividerar man med 100. Så här: $35/25 = 140/100 = 1,40$.

Uppgift 6.

Det är olämpligt att beräkna vad kakorna kostar var för sig. Priset för 2 kakor, en av varje sort blir 1,10 kr ($45 \text{ öre} + 65 \text{ öre} = 1,10 \text{ kr}$). 28 enkronor plus 28 tioöringar blir 30,80 kr ($28 \text{ kr} + 2,80 \text{ kr} = 30,80 \text{ kr}$).

Uppgift 7.

Om man säljer bullar som kostar 1,25 kr kan det vara lämpligt att göra en prislista för 2, 5 och 10 bullar: 2 bullar kostar 2,50 kr, 5 bullar kostar 6,25 kr och 10 bullar kostar 12,50 kr. När man skall beräkna vad 22 bullar kostar tänker man sedan så här: $12,50 + 12,50 = 25$. $25 + 2,50 = 27,50$. På samma sätt blir priset för 17 bullar $12,50 \text{ kr} + 6,25 \text{ kr} + 2,50 \text{ kr} = 21,25 \text{ kr}$.

Uppgift 8.

Här gäller det att dividera 48 med 1,5. Man kan då välja att beräkna 96 dividerat med 3 i stället vilket blir 32. Det är ofta god taktik att lösa ett annat enklare problem som man är säker på ger samma resultat. I det här fallet väljer man en bil med dubbelt så stor tank som drar dubbelt så mycket bensin.

Uppgift 9.

Här kan man undersöka hur många år spelarna är över 20: $1 + 1 + 1 + 3 + 4 + 6 = 16$. Sedan får man minska med 2 för varje artonåring och med 1 för nittonåringen: $16 - 2 - 2 - 1 = 11$. 11 divideras med 11 (antalet spelare) vilket blir 1. Om man nu lägger 1 år till 20 år får man att medelåldern blir 21 år. Det är alltså onödigt att lägga ihop spelarnas ålder och sedan dela med 11. Det klarar man nog inte i huvudet.

Uppgift 10.

1 cm på kartan är lika med 10 000 cm = 100 m i verkligheten. 1 hektar är en kvadrat med sidan 100 m. 1 cm² på kartan är då 1 hektar i verkligheten. Bilden av åkern på kartan är 10 cm² (2,5 · 4 cm²) vilket motsvarar 10 hektar.

FACIT OCH KOMMENTARER TILL "TESTA DIG SJÄLV II"

- | | |
|-------------|-----------|
| 1. 440 | 7. 5 616 |
| 2. 936 | 8. 1 591 |
| 3. 3 400 | 9. 4 225 |
| 4. 42,25 kr | 10. 4 221 |
| 5. 48,75 kr | 11. 625 |
| 6. 675 kr | 12. Nej |

POÄNG BETYG

- | | |
|------------|--|
| 11–12 rätt | Fantastiskt! Du är en suverän huvudräknare! |
| 9–10 rätt | Utmärkt. Du är mycket duktig i huvudräkning och behöver aldrig riskera att bli beroende av miniräknaren. |
| 7–8 rätt | Bra. Du kan många huvudräkningsknep. |
| 5–6 rätt | Ganska bra. Du klarar dig för det mesta utan miniräknare. Det beror på dig själv om du vill bli bättre i huvudräkning. |
| 3–4 rätt | Medelmåttigt. Du bör kunna förbättra din huvudräkningsförmåga. |
| 1–2 rätt | Kan bli bättre! Du måste träna huvudräkning om du inte skall bli slav under miniräknaren. |
| 0 rätt | Dåligt. Lämna aldrig hemmet utan miniräknaren i fickan. |

Studera det här och bli en bättre huvudräknare!

Uppgift 1.

Det är svårt att handskas med små och stora tal. I det här fallet kan man förenkla uppgiften genom att göra det mindre talet 1000 gånger större och det stora talet 1000 gånger mindre: $0,055 \cdot 8000 = 55 \cdot 8$. Dubblar man sedan 55 och halverar 8 får man $55 \cdot 8 = 110 \cdot 4 = 440$. Det var väl enkelt?

Beräkna på liknande sätt

- 1a) $0,06 \cdot 300$ 1b) $0,075 \cdot 200$
1c) $250 \cdot 0,16$

Uppgift 2.

Här gäller det att undersöka om man kan förenkla uppgiften genom att multiplicera talen i en viss ordning. Det är olämpligt att börja med $12 \cdot 3,12$. Tar man däremot $12 \cdot 25$ får

man 300. Sedan fortsätter man med $300 \cdot 3,12 = 936$.

Beräkna på liknande sätt

- 2a) $4 \cdot 7,9 \cdot 5$ 2b) $5 \cdot 67 \cdot 0,2$ 2c) $8 \cdot 3,9 \cdot 25$

Uppgift 3.

Vid första anblicken verkar det vara omöjligt att klara av multiplikationen $34 \cdot 83,75$ i huvudet. Det behövs inte heller eftersom man vid närmare studium av uppgiften finner att $83,75 + 16,25 = 100$. Man får

$$34 \cdot 83,75 + 34 \cdot 16,25 = 34 \cdot (83,75 + 16,25) = 34 \cdot 100 = 3400.$$

Beräkna på liknande sätt

- 3a) $7 \cdot 13 + 7 \cdot 87$ 3b) $24 \cdot 1,25 + 24 \cdot 0,75$
3c) $47 \cdot 6,2 + 3,8 \cdot 47$

Uppgift 4.

När man beräknar 5% av 845 kr kan man tänka så här: 5% är hälften av 10%. 10% av 845 kr är 84,50 kr. Hälften av 84,50 kr är 42,25 kr.

Beräkna på liknande sätt

- 4a) 5% av 240 kr 4b) 5% av 65 kr
4c) 5% av 390 kr

Uppgift 5.

När man beräknar 15% av 325 kr i huvudet gör man så här: 10% av 325 kr är 32,50 kr. Hälften av 32,50 kr är 16,25 kr vilket då motsvarar 5%. $32,50 \text{ kr} + 16,25 \text{ kr} = 48,75 \text{ kr}$, vilket motsvarar 15% (10% + 5%) av 325 kr. Delarna 10% och 5% av 325 kr används som byggstenar!

Beräkna på liknande sätt

- 5a) 15% av 80 kr 5b) 15% av 402 kr
5c) 15% av 56 kr

Uppgift 6.

Man skall beräkna 18% av 3750 kr. Man beräknar först 20% av 3750 kr genom att lägga ihop de två delar som svarar mot 10%: $375 \text{ kr} + 375 \text{ kr} = 750 \text{ kr}$. Tiondelen av 20% är 2%. $20\% - 2\% = 18\%$. Man minskar därför 750 kr med 75 kr vilket blir 675 kr.

Beräkna på liknande sätt

- 6a) 18% av 45 kr 6b) 18% av 210 kr
6c) 22% av 140 kr

Uppgift 7.

En metod är att börja som i uppgift 6. Beräkna 18% av 312 genom att lägga ihop 31,2 och 31,2. $62,4$ minskas sedan med $6,24$ vilket ger $62,4 - 6,24 = 56,16$. Multiplicerar man sedan med 100 får man 5616 vilket är svaret

på uppgiften. Fördelen med att ta omvägen över procent är att man kan arbeta med mindre tal.

Beräkna på liknande sätt

7a) $15 \cdot 380$ 7b) $15 \cdot 86$ 7c) $18 \cdot 425$

Uppgift 8.

Här kan man använda ett knep som fungerar om medelvärde till talen (här 40) är lätt att multiplicera med sig självt. Man ser lätt att

$37 = 40 - 3$ och att $43 = 40 + 3$. Då blir $37 \cdot 43 = 40 \cdot 40 - 3 \cdot 3 = 1600 - 9 = 1591$.

Följande exempel är lösta på motsvarande sätt:

$$31 \cdot 29 = (30+1) \cdot (30-1) = 30 \cdot 30 - 1 \cdot 1 = 900 - 1 = 899$$

$$48 \cdot 52 = (50-2) \cdot (50+2) = 50 \cdot 50 - 2 \cdot 2 = 2500 - 4 = 2496$$

Beräkna på liknande sätt

8a) $19 \cdot 21$ 8b) $23 \cdot 17$ 8c) $45 \cdot 55$

Uppgift 9.

När man multiplicerar lika tal som slutar på 5 med varandra kan man göra på det sätt som följande exempel visar:

Multiplicera "tioalet" med "tioalet + 14" : $6 \cdot 7 = 42$

Man skriver sedan talet 25 efter 42 och får då 4225.

Följande exempel är lösta på motsvarande sätt:

$$35 \cdot 35 = 1225. (3 \cdot 4 = 12.)$$

Skriv talet 25 efter 12.

$$105 \cdot 105 = 11025. (10 \cdot 11 = 110.)$$

Skriv talet 25 efter 110.

Beräkna på liknande sätt

9a) $15 \cdot 15$ 9b) $25 \cdot 25$ 9c) $85 \cdot 85$

Uppgift 10.

Här kombineras metoderna i uppgift 8 och uppgift 9.

$$63 \cdot 67 = (65-2) \cdot (65+2) = 65 \cdot 65 - 2 \cdot 2 = 4225 - 4 = 4221$$

Beräkna på liknande sätt

10a) $36 \cdot 34$ 10b) $22 \cdot 28$ 10c) $83 \cdot 87$

Uppgift 11.

Det kan givetvis vara frestande att sätta igång och addera. Den gode huvudräknaren undersöker dock om han/hon kan finna något mönster innan han/hon börjar grovjobba. Här finner man:

$$1 + 3 = 4 \text{ och } 2 \cdot 2 = 4,$$

2 termer

$$1+3+5 = 9$$

3 termer

$$\text{och } 3 \cdot 3 = 9,$$

$$1 + 3 + 5 + 7 =$$

4 termer

$$= 16 \text{ och } 4 \cdot 4 = 16 \text{ o s v.}$$

Summan av de 25 första udda talen är

$$25 \cdot 25 = 625.$$

Beräkna på liknande sätt

$$11a) 1 + 3 + 5 + \dots + \dots + 11 + 13 + 15$$

$$11b) 1 + 3 + 5 + \dots + \dots + 25 + 27 + 29$$

$$11c) 17 + 19 + 21 + \dots + \dots + 25 + 27 + 29$$

Uppgift 12.

En förstakontroll kan vara att titta på slutsiffran. Produkten av 1, 9 och 1 (slutsiffrorna i 21, 39 och 781) skall vara lika med slutsiffran i det beräknade resultatet. Så långt var det rätt! 21 innehåller en faktor 3 liksom 39. Om multiplikationen är rätt utförd måste 739 539 vara delbart med 3. Vi beräknar siffersumman $6 + 3 + 9 + 5 + 3 + 9 = 35$ med enkla siffersumman $3 + 5 = 8$ som inte går att dela med 3. Multiplikationen kan inte vara korrekt utförd.

Man kan alltid göra följande undersökning:

De enkla siffrorsummorna beräknas!

Siffersumman till 21 är 3.

Siffersumman till 39 är 3 ($3 + 9 = 12$,

$1 + 2 = 3$).

Siffersumman till 781 är 7 ($7 + 8 + 1 = 16$,

$1 + 6 = 7$).

Siffersumman i 639 539 är 8 (se ovan).

Nu går kontrollen till så här: De enkla siffersummorna i faktorerna multipliceras $3 \cdot 3 \cdot 7 = 63$. Enkla siffersumman blir 9 ($6 + 3$). Överensstämmer denna siffersumma med enkla siffersumman i svaret 639 539 *kan* multiplikationen vara rätt utförd. Överensstämmer inte siffersummorna är uppgiften med säkerhet fel räknad. I det här fallet överensstämde inte siffersummorna och multiplikationen var fel utförd.

Metoden att kontrollera uträkningar på detta sätt finns beskriven i Davis, De stora talens värld s 99 ff Prisma. Undersök på liknande sätt vilka av följande multiplikationer som *kan* vara rätt utförda.

$$12a) 4256 \cdot 376 = 1\,600\,256$$

$$12b) 32 \cdot 87 \cdot 29 = 81\,736$$

$$12c) 125 \cdot 24 \cdot 36 = 10\,800$$