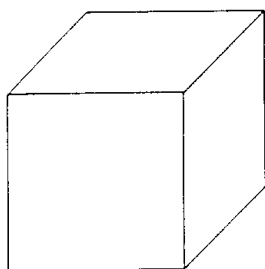


Problemafdelningen

*Problem har lämnats av **Paul Vaderlind**, Stockholm. De är hämtade ur hans böcker "101 räknegåtor" samt "Räkna & Tänk", Brombergs förlag. Allt som behövs för att klara de här problemen är tålamod, entusiasm, papper, penna och tid enligt författaren. Bilderna är ritade av **Mati Lepp**.*

1933

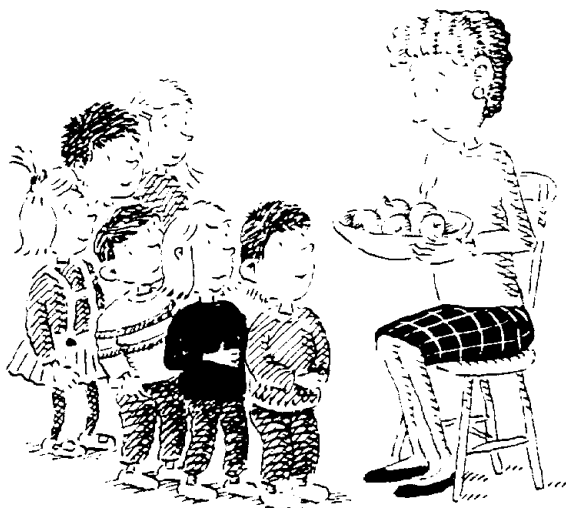
En träkloss (Se figur) har formen av en kub, där varje kant har längden tre centimeter. Klossen är målad i en grön färg. Vi ska såga sönder klossen i mindre klossar med en centimeter långa kanter.



- a) Hur många snitt behöver vi göra?
- b) Hur många små klossar får vi?
- c) Hur många av de små klossarna har fyra gröna sidor?
- d) Hur många har tre gröna sidor?
- e) Två gröna sidor?
- f) En grön sida?
- g) Hur många har ingen grön sida alls?
- h) Gör ett eget liknande problem som detta.

1934

Nu ett litet tågproblem. Tåget från Stockholm till Göteborg åker med hastigheten 130 kilometer per timme medan tåget från Göteborg till Stockholm håller hastigheten 80 kilometer per timme. Hur långt ifrån varandra befinner sig tågen en halv timme innan de möts?



1935

Fem äpplen ska fördelas mellan sex barn. Alla ska få lika mycket. Varje äpple får delas i högst tre lika delar. Hur ska man göra?

1936

Petterssons har tre barn och de två äldsta är tvillingar. Barnens ålder uppgår tillsammans till 29 år. För 6 år sedan var Petterssons barns sammanlagda ålder 12 år. Hur gamla är de tre barnen nu?

1937

När Eva och Adam gifte sig hade de redan några barn var från tidigare äktenskap. Efter några år fanns det redan åtta barn i huset och det visade sig att Adam var pappa till 6 av dessa barn och Eva var mamma till 5 av barnen. Hur många var Evas och Adams gemensamma barn?

1938

Denna uppgift är för dig som vet hur schackpjäserna får gå på schackbrädet.

Är det möjligt för en springare att gå på alla rutorna om den börjar i ett hörn och slutar i motsatta hörnet? Varje ruta får passeras bara en gång. Det betyder att du måste göra precis 63 drag, varken mer eller mindre.

1939

Jag hade tänkt mig ett fyrsiffrigt tal av siffrorna 1, 2, 3 och 4 (varje siffra bara en gång) och bad Sarah att gissa detta tal.

"4231" svarade hon genast. "Du gissade två siffror på rätt plats och de ligger dessutom intill varandra", talade jag om för henne.

"2341", svarade hon lite tanklöst igen. "Här får du också två siffror på rätta platser", sade jag.

Nu tänkte Sarah en längre stund och kom med det rätta svaret. Vilket tal var det jag tänkte på?

1940

Camilla, Daniela och Sarah fick i uppgift att känna igen fyra hundraser: schäfer, tax, terrier och pudel, på fyra fotografier. Fotografierna är numrerade från 1 till 4. Flickornas svar blev följande:

Camilla: Trean är en tax och fyran är en schäfer.

Daniela: Tvåan är en terrier och fyran en pudel.

Sarah: Ettan är en schäfer och trean är en tax.

Det visade sig att varje flicka hade ett riktigt och ett felaktigt svar. Kan du med hjälp av deras svar bestämma vilka hundar fotografierna föreställer?



Kommentarer till problem i Nämnaren 100

Här kommer några kommentarer av **Lennart Skoogh** till problemen 1829-1834 i Nämnaren 100.

1829. Rita ett enkelt rutnät med 4 kolumner och 3 rader. Hur många olika rektanglar kan du finna i figuren?



Den stora fördelen med problem av det här slaget är, att svårighetsgraden så lätt kan varieras. Lågpresterande ska kunna förstå ett bra problem samtidigt som det med en liten utvidgning blir en verklig utmaning för högpresterande.

Man ser lätt direkt, att figuren innehåller 12 stycken små rektanglar (kvadrater). Eleverna brukar ofta själva föreslå att man betecknar en sådan ruta med 1×1 . Sedan går det lätt att bli ense om, att med beteckningen 1×2 avse en rektangel, som är 1 ruta bred och 2 rutor hög. Den måste noga skiljas från den liggande rektangeln som är 2 rutor bred och 1 ruta hög och som därför betecknas 2×1 . Med dessa beteckningar kan man lätt systematisera letandet vilket är mycket viktigt. Följande växer fram, men det fordras förstås en hel del diskussioner:

Form *Antal (st)*

1 x 1	12
1 x 2	9
1 x 3	6
1 x 4	3

Med bredden 1 ruta:

$$3+6+9+12 = 3(1+2+3+4)$$

2 x 1	8
2 x 2	6
2 x 3	4
2 x 4	2

Med bredden 2 rutor:

$$2+4+6+8 = 2(1+2+3+4)$$

3 x 1	4
3 x 2	3
3 x 3	2
3 x 4	1

Med bredden 3 rutor:

$$1+2+3+4 = 1(1+2+3+4)$$

Totalt : 60st eller $(1+2+3)(1+2+3+4)$

Kan det här mönstret stämma även för andra rutnät? Är innehållet ett rutnät med 4×4 rutor $(1+2+3+4)(1+2+3+4) = 10 \times 10 = 100$ rektanglar?

Vi prövar och finner att så är fallet. Även andra försök visar att formeln stämmer. Alltså bör ett rutnät med $m \times n$ rutor innehålla $(1+2+3+\dots+m)(1+2+3+\dots+n)$ rektanglar vilket den intresserade ju kan försöka bevisa.

1830

Ett rutnät med 3×3 rutor innehåller

$$1^2 + 2^2 + 3^2 = 14 \text{ kvadrater.}$$

Ett rutnät med 4×4 rutor innehåller

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30 \text{ kvadrater.}$$

Ett rutnät med 5×5 rutor innehåller

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55 \text{ kvadrater.}$$

Ett rutnät med $m \times m$ rutor innehåller

$$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + m^2) \text{ kvadrater.}$$

1831

Om alla föremålen ska jämföras på vågen två och två motsvarar det t ex att ett antal personer ska hälsa på varandra två och två. Antalet skulle då bli $n(n-1)/2$. Emellertid märker man snart att man kan väga på smartare sätt. Fyra föremål kan t ex jämföras genom 5 vägningar och fem föremål kräver bara 7 vägningar. Om man är systematisk kan man pröva sig fram med ytterligare föremål men det är inte lätt. Tolv föremål kräver troligen 30 vägningar, men det lär fortfarande inte finnas någon allmän formel för n föremål.

1832

Här märker man direkt, att uppgiften är mycket svårare än den ser ut att vara. För det allmänna fallet gäller, att om n primtalsuppdelat kan skrivas $n = a^x b^y c^z$ blir antalet

$$\frac{(x+1)(x+2)}{2} \times \frac{(y+1)(y+2)}{2} \times \frac{(z+1)(z+2)}{2}$$

1833

Vid det här laget har väl de flesta elever kommit underfund med att man får betala lika mycket för en 35-öres kola som för två och att man genom att köpa två i taget kan få åtta stycken för två kronor. Problemet är väl bara att även kioskägaren har upptäckt detta och inte säljer 35-öres kola längre. De första dagarna efter att 10-öringen försvann hade dock vare sig all personal på posten eller i kiosker och affärer klart för sig hur man skulle agera i en sådan situation.

1834

Här kan elevema lätt pröva sig fram och även hitta på nya mynt-sedelsystem. Något absolut bästa system finns förstås inte. Svaret i uppgift d är helt beroende av hur många olika mynt och sedlar systemet innehåller. Man skulle ju i princip kunna ha ett mynt eller en sedel för varje heltal upp till 100.

Svar till problemen i detta nummer:

1933. a) Sex snitt b) 27 klossar c) Ingen d) 8 e) 12 f) 6 g) 1 1934. 105 km 1935. $5/6$ äpple
 1936. 5, 12 och 12 år 1937. 3 barn 1938. Nej 1939. Talet är 2431
 1940. Bild: 1 – terrier 2 – schäfer 3 – tax och 4 – pudel