

Enigma – problemlösning

På Carlssons skola i Stockholm kan eleverna välja problemlösning som elevens val. Där har intresserade elever möjlighet att utveckla sin problemlösningsförmåga. Samarbete och diskussion kring elevernas olika lösningar är väsentliga inslag.

Enigma

– problemlösning och fördjupning i matematik

Vad gör oss till bra problemlösare?

Begåvning är en värdefull tillgång, men enbart den räcker inte. Alla behöver övning och det är mycket som behöver utvecklas:

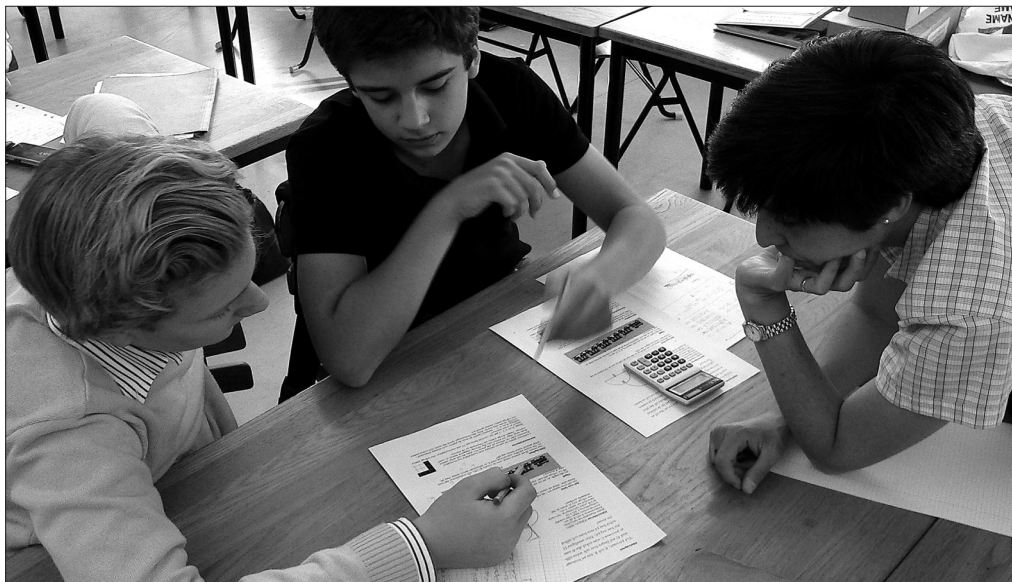
- ◇ analysförmåga
- ◇ kreativitet
- ◇ tålamod
- ◇ självförtroende
- ◇ förmåga att tänka logiskt
- ◇ förmåga att tillämpa kunskaper

Därför erbjuder vi Enigma för dig som vill utveckla din problemlösningsförmåga och fördjupa dina kunskaper i matematik.

Åtta flickor och två pojkar i åk 8 har valt denna kurs, där Cecilia Christiansen är lärare. De träffas en gång i veckan och håller då på i lite drygt 2 timmar inklusive en fikarast med kaka, som visar sig vara en del av det gemensamma arbetet. Alla som är intresserade av problemlösning är välkomna, det är alltså inte en kurs endast för spe-

ciellt duktiga. Cecilia berättar att i den här kursen är det bara problemlösning som behandlas, de ordinarie matematiklektionerna ger grunderna och baskunskaperna. Till varje tillfälle väljer Cecilia ut problem som hon hämtar hon från olika källor, bla Kängurun. De är av olika karaktär och svårighetsgrad och kan lösas med flera metoder så att de ska passa alla elever. Eftersom diskussion och jämförelser av olika lösningar är en viktig del blir också redovisningarna ett tillfälle att lära sig av varandra.

Lektionen börjar med att dagens problem delas ut till eleverna, som kommer att arbeta tillsammans parvis. Varje par kan välja vilket eller vilka problem de vill arbeta med och de ska försöka att använda flera lösningsmetoder på varje. De löser så många problem de hinner, men redovisningen måste också få ta tid. Medan eleverna arbetar går Cecilia runt och samtalar med dem och ser också vilka som har speciellt intressanta lösningar. Inför redovisningen har hon alltså en överblick så att de problem som eleverna arbetat med också kommer att behandlas i diskussionen. Hon ser också till att olika lösningar på samma problem kommer att presenteras och kan jämföras. Eleverna kan sedan välja vilken uppgift de vill redovisa, men Cecilia hjälper till att styra så att alternativa lösningar också presenteras. Under den lektion vi var på besök fanns det sex problem att välja bland, här är tre av dem:



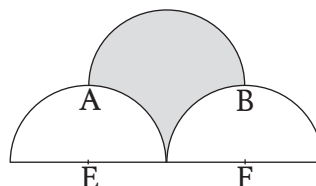
Hästvagnen

Två personer, A och B, hyr en hästvagn för 7 dollar för att åka till en stad 42 mil längre bort och sedan tillbaka. Efter 12 mil får de sällskap av personen C som också ska åt samma håll (och tillbaka till den plats där han steg på). Efter ytterligare 12 mil stiger även person D på vagnen, också han på resa fram och tillbaka. Hur mycket bör var och en betala för resan?

Räknegåtan

Jag tänker på ett positivt heltal, som är mindre än 100, och multiplicerar det med 10. Om svaret därefter subtraheras med 9 är differensen jämnt delbar med 39. Vilket jämnt heltal tänker jag på?

Halvcirkklarna



Bilden föreställer tre halvcirklar. Ändpunkterna A och B på den övre halvcirkeln ligger rakt ovanför mittpunkterna E och F till de två undre halvcirkklarna. Om varje halvcirkel har radien 2 cm, hur många cm^2 är arean av det skuggade området?

Talet multiplicerat med 10 kommer alltid sluta på 0 eftersom det är ett positivt heltal.

Drar man från 0 kommer talet sluta på 1, då talet ska vara delbart med 39.

Det finns då två tal:

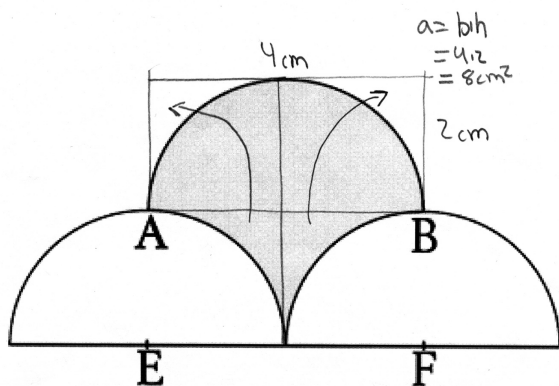
$$\begin{array}{l} 351 \\ 741 \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{351}{39} = 9 \\ \frac{741}{39} = 19 \end{array}$$

$$\frac{351+9}{10} = 36 \quad \frac{741+9}{10} = 75$$

Svar: 75 och 36

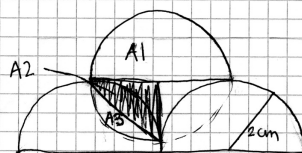
En lösning på Räknegåtan

När eleverna går fram för att redovisa har de med sig sina lösningar på papper. Med hjälp av en videokamera kopplad till en projektor kan alla följa med och se på lösningen på pappret. Eleverna behöver alltså inte skriva på nytt på tavlan och figurer som de ritat under lösningsprocessen kan granskas och diskuteras. Stegvisa uträkningar som kanske skulle förenklas eller hoppas över annars, kan lätt visas och förklaras vid behov. Även misslyckade försök kan på detta sätt visas, de finns ju redan på papper. Tillsammans diskuterar gruppen den presenterade lösningen och kamraterna frågar om oklarheter. Finns det andra lösningar att jämföra med redovisas de också. Just den här lektionen blir kamraterna mycket förtjusta i den alternativa lösningen på problemet *Halvcirklarna*, som ju är verkligt elegant – direkt på lösningen utan inblandning av närmevärden.



Det är ingen tvekan om att eleverna är engagerade och roade av problemlösning. När vi frågar några elever varför de valt denna kurs är det dock mest nyttan som lyfts fram – bra för framtiden; jag vill lära mig mer om problemlösning. På frågan om vad som är bra med arbetet i den här kursen nämner de möjligheterna att välja och att de får jämföra och diskutera olika lösningar. De uppskattar också att de har en lärare som är engagerad och vill förklara.

Halvcirklarna



$$A = A1 + A1 - (4 \cdot A3)$$

$$A1 = \frac{\pi \cdot r^2}{2}$$

$$= \frac{\pi \cdot 2^2}{2}$$

$$A1 = 6,283 \text{ cm}^2$$

$$A2 = \frac{r \cdot r}{2}$$

$$= 2 \text{ cm}^2$$

$$A3 = \frac{A1 - A2}{4}$$

$$= \frac{12,566 - 2}{4}$$

$$A3 = 1,141 \text{ cm}^2$$

$$A = 6,283 + 6,283 - (4 \cdot 1,141)$$

$$= 2(6,283) - 4,564$$

$$= 8,002$$

$$\approx 8$$

Svar: Det skuggade området är 8 cm^2

I slutet av lektionen röstar gruppen fram dagens bästa problem. Tanken är att man ska samla de bästa problemen och recepten på dagens kaka och göra en liten bok av dessa.

På skolan är det naturligtvis inte bara den här gruppen som arbetar med problemlösning i matematik. Det gör man i den ordinarie undervisningen också. För att utveckla det arbetet kommer alla matematiklärare på skolan detta läsår att gå en 7,5-poängskurs i matematisk problemlösning för lärare, anordnad av Högskolan i Dalarna.

Det ingår i en långsiktig satsning på matematik för att bli bryta en nedåtgående trend med vikande intresse för NV-programmet. Satsningen på matematik är också en reaktion från skolledningen mot ett alltför ensidigt arbetssätt. Skolledningen har uttryckligen önskat mer undervisning och mindre enskild färdighetsträning på lektionstid.

Karin Wallby