

Lgr 80 och nybörjarundervisningen

DAGMAR NEUMAN

Vilka mål har vi med den inledande undervisningen i matematik? Vilka är medlen att nå målen? Varför använder vi olika medel?

Det är frågor som *Dagmar Neuman*, speciallärare och forskarstuderande i pedagogik, behandlar utgående från riktlinjerna i Lgr 80.

Riktlinjer i Lgr 80

- talbegreppet skall byggas upp med hjälp av laborativa övningar
- matematikundervisningen skall utveckla elevernas logiska tänkande
- additions- och subtraktionstabellerna upp till 18 skall vara väl inlärd
- den specialpedagogiska metodik som speciallärarna är utbildade i skall få så stor genomslagskraft som möjligt i skolsituationen
- eleverna skall skaffa sig god förmåga att lösa sådana matematiska problem som vanligen förekommer i vardagslivet

(Lgr 80 s 43, 98, 99 och 101)

Några frågor

Följande frågor inställer sig när man som gräsrot ska försöka förverkliga målen ovan:

- 1 Vad menar man när man talar om talbegreppet?
- 2 Hur utvecklas begrepp om tal?
- 3 Varför är laborationer nödvändiga i detta sammanhang?
- 4 Hur ska man arbeta för att utveckla det logiska tänkandet?
- 5 Vad menas med additions- och subtraktionstabeller — och hur lärs de in?
- 6 Vad menas med specialpedagogiska metoder?
- 7 Hur gör man undervisningen meningsfull för avancerade elever med sådana metoder?
- 8 Vilken matematik behöver vi i vardagslivet?

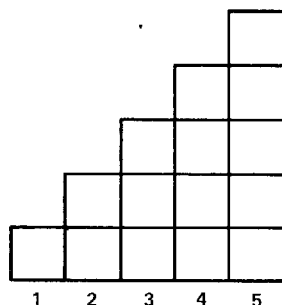
Frågeschemat skulle kunna utökas, men jag nöjer mig med detta.

1 Vad menar man med talbegreppet?

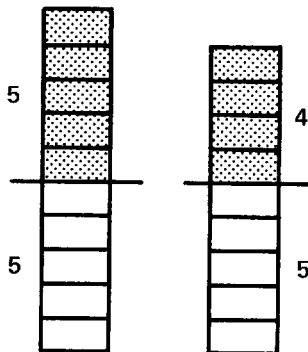
Talbegreppet — uttryckt i singularis — är för mig ett konstruerat uttryck. Vi skulle i stället kunna säga att ha begrepp om — förståelse för — vad ett tal är och att kunna utnyttja denna förståelse. För att kunna göra rimliga kvantitativa bedöm-

ningar — eller beräkningar — måste barnet förstå

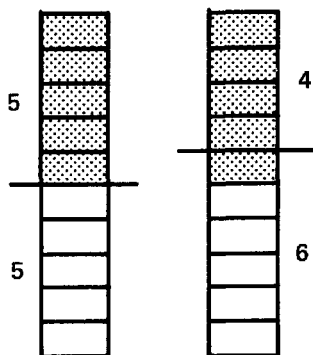
- att talet kan ses som en enhet (en avgränsad mängd) av enheter
- att varje tal kan placeras in i en följd, där det är exakt en enhet större än varje föregående tal — och exakt en enhet mindre än varje efterföljande tal



- att en avgränsad mängd kan delas upp i flera mindre mängder och
- att hel mängd och delmängder hör samman så att om t ex den hela mängden ökas/minskas med en enhet, så ökas/minskas även någon av delmängderna med en enhet och vice versa (4 + 5 = 9 därför att 5 + 5 = 10 och omvänt.)



- att om t ex en enhet flyttas över från en delmängd till en annan ökas den senare delmängden med en enhet samtidigt som den förra minskas med en enhet ($4+6=10$ därför att $5+5=10$ och omvänt.)



- att man kan jämföra den största delmängden med den hela mängden oavsett om den är känd eller okänd.

($2 + \underline{\quad} = 9$. "Här är svaret 7, för det är 7 som är 2 mindre än 9." $7 + \underline{\quad} = 9$. "Här är svaret 2, därför att 9 är 2 mer än 7.")

Man måste också kunna utnyttja sin förståelse för tal i samband med beräkningar, så att dessa ger största möjliga exakthet med minsta möjliga ansträngning. Detta kräver ett reversibelt och flexibelt tänkande. Reversibilitet är att kunna återvända till utgångspunkten — att t ex förstå att addition och subtraktion bara är två sätt att uttrycka samma sak ($9 - 4 = 5$ för $5 + 4 = 9$). Reversibilitet är också att kunna räkna framåt eller bakåt oavsett räknesätt — beroende på vilket som kräver minst ansträngning.

T ex $2 + \underline{\quad} = 9$ och $9 - 2 = \underline{\quad}$ "9, 8 . . . 7—7"
 $7 + \underline{\quad} = 9$ och $9 - 7 = \underline{\quad}$ "7 . . . 8, 9—2".

2 Hur utvecklas begrepp om tal?

Hur lär man barnet att se talet som en "enhet av enheter"? Ett sätt jag själv provat är att låta barn göra utställningar av olika tal. En grupp åtar sig talet 5, en annan talet 7 o s v.

Utställningen av talet 5 kan visa femmor gjorda av 5 lökar, 5 pepparkorn, 5 bokmärken, ett glas innehållande 5 kaffemått vatten, en sandhög innehållande 5 skoror sand, ett band uppmätt med 5 tandpetare, 5 potatisar (2 bakpotatisar och 3 små färskpotatisar), 5 leksaker, 5 "cuisenaire-etter", 5 "cuisenaire-femmor", 5 unifixklossar, 5 stavar gjorda av 5 unifixklossar o s v. Barn är mycket uppfinningsrika. Vi utökar utställningen med femmor som inte kan ses, t ex 5 "pianoklinkningar", 5 stampningar eller 5 handtryckningar.

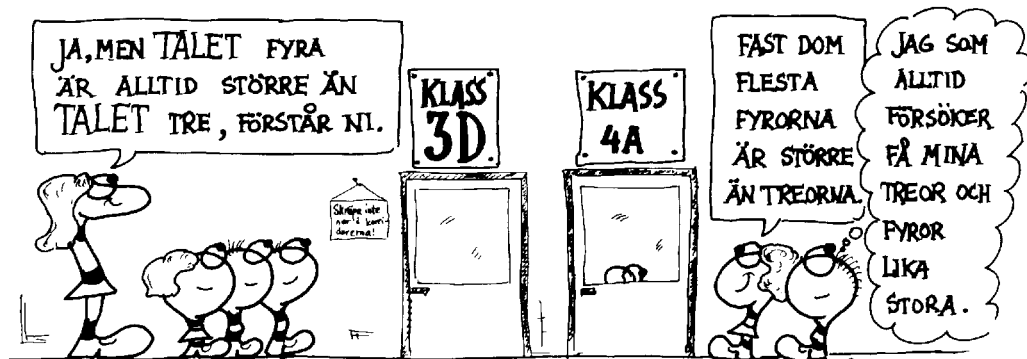
Barnen får berätta varför de kallar sin femma för fem. "För att jag har gjort den av 5 enheter." "Vilken enhet har du gjort din femma av?" — "Av 1 pepparkorn" o s v.

Vi konstaterar att en femma kan se stor eller liten ut, därför att enheterna kan vara stora eller små — eller både stora och små (som potatisarna och leksakerna).

Enheterna skulle också kunna vara "halvor", "fjärdedelar" o s v av äpplen, potatisar m m. Fyra behöver inte vara fyra äpplen. Om enheten är $1/2$ av någonting är fyran gjord av 4 halvor. Om enheten är "ett par" är fyran gjord av 4 par o s v.

Om du pekar på t ex en fyra av potatisar och en av leksaker och frågar vad som är lika, ska barnet kunna svara att både potatisarna och leksakerna är "fyra stycken", "fyra enheter" eller hur vi nu lärt dem att uttrycka det.

Genom utställningen får barnen insikt i talets absoluta värde. Något barn tycker kanske ändå att det är konstigt att "Pelles tia av pepparkorn är mycket mindre än min trea av grapefrukter". Vi måste hjälpa barnen att inse att talets storlek inte är konkret iakttagbar. Talets storlek kan endast bedömas i relation till andra tal.



För att få barnen att förstå talets "relativa värde" bygger vi serier av olika föremål: en serie av cuisenaire-stavar, en av unifix-klossar, en av flanokvadrater med sidan 5 cm, en av glas innehållande 1, 2, 3 . . . mått vatten, en av sandhögar innehållande 1, 2, 3 . . . skopor sand o s v. Serierna blir mycket olika. "Fyran av sand" ser inte alls likadan ut som "cuisenairefyran" eller "flanofyran", eftersom talets konkreta iakttagbara egenskaper beror på enhetens egenskaper. Men alla "fyorna" i de olika serierna har något gemensamt förutom att de alla består av fyra enheter: de är alla exakt en enhet mindre än det tal som kommer efter i serien, femman, och en enhet större än det tal som kommer före, trean.

Denna laboration hjälper också barnen att inse att varje tal har en viss position i talserien: fyran ligger alltid på fjärde platsen o s v.

Jag ställer då och då frågor av typen:

- Varför hör den här gula staven (cuisenaire-femman) ihop med talet fem, den här vattenbehållaren? (o s v).

Och får till svar:

- För att den (det) finns på femte platsen.
- För att den (det) är gjord (gjort) av fem enheter.
- För att den (det) är en enhet mindre än 6 och en enhet större än 4.

När barnen har denna förståelse har de en gedigen grund att arbeta vidare ifrån, då de ska börja addera och subtrahera.

3 Varför är laborationer nödvändiga i detta sammanhang?

Barn lär sig ord och handlingar i vardagliga situationer. I engelskspråkig litteratur säger man att barnet lär sig "scripts". Barn har en "script" för att "gå och lägga sig", en för att "gå och handla" osv.

Barn lär sig även "räknescripts" — ett slags rollspel — som är svar på den vuxnes fråga: "Hur många?" eller "Kan du räkna de här?". Barnet betar sig ungefär som den vuxne då det räknar. Den innebörd de lägger i sina räknehandlingar kan dock vara mycket annorlunda än den innebörd vi vuxna lägger i våra. Detta är svårt att avslöja men kan visa sig i vissa sammanhang. Om man t ex ber ett barn gissa hur man gömt 9 föremål fördelade på 2 askar, kan barnet säga att det finns 3 i den ena asken och 9 i den andra. Det utgår från principen att det sista räkneord som uttalas anger mängdens antal. (1, 2, 3 . . . 3 i den asken och 4, 5, 6, 7, 8, 9 . . . 9 i den.)

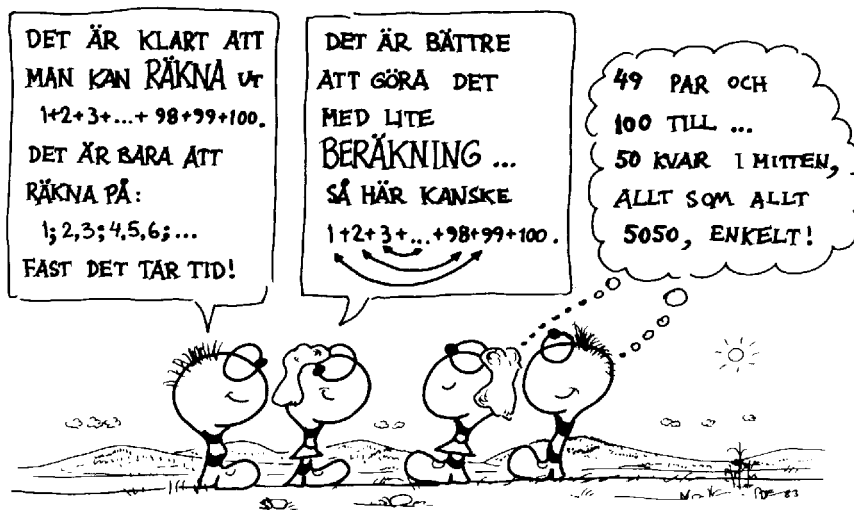
Då jag höstterminen 1982 intervjuade 60 nybörjare för att se hur de bedömde kvantiteter och hur de utförde beräkningar, hittade jag elva barn som avslöjade sin "script-baserade" förståelse genom att genomgående göra denna typ av bedömningar i sådana uppgifter. Några gav annor-



lunda — men ur vuxet perspektiv lika svårtolkade — typer av svar. Lika många räknade inte alls men gjorde rimliga "uppskattningar" av hur stora de gömda delmängderna kunde vara. Ingen av dessa elever hade någon uppfattning om hur man skulle beteckna antalet i den delmängd som kom sist. En del av dem kunde däremot — med hjälp av fingrarna — räkna ut svar på uppgifter där summan efterfrågades. I sådana uppgifter fungerade deras "räknescript": Det sist uttalade ordet angav korrekt mängdens antal.

Att ge en gemensam betydelsebakgrund åt orden
 "Ord är den vagn på vilken mening köres", säger ett gammalt kinesiskt ordspråk. Ord är ofta etiketter på begrepp. Begreppet kan ses som bestående av två delar: symbol (ord, siffra e d) och betydelsebakgrund. Betydelsebakgrunden är upplevelsegrundad och kan alltså vara olika för olika människor. Om lärarens ord har en annan betydelsebakgrund än barnets kan lärarens "mening" inte "köras fram" till barnet "på ordens vagn". Endast i samband med konkreta laborationer, där vi samtalar med barn och försöker förstå den mening de lägger bakom sina symboler kan vi *utveckla* en gemensam betydelsebakgrund för våra ord. I den konkreta laborationen *ger* vi orden meningsinnebörd. Detta sker på samma sätt som när barnen utvecklar sina "scripts". Skillnaden är att vi i formell undervisning mera medvetet försöker ge en bestämd innebörd åt ord och handlingar och hjälper barnen att få syn på det motsägelsefulla i deras sätt att uppfatta räkning. Eller åtminstone borde försöka göra det.

Att överge "räkning" och börja "beräkna"
 De engelska orden "counting" och "calculation" återges i svenska språket oftast bara med ett enda



ord: räkning. Skillnaden är emellertid betydande. Vid "calculation" tänker man ut ett svar utan att räkna en enhet i taget. Oftast "räknar" man inte alls eller ytterst litet. Man "beräknar". Vid "counting" pekar man på — eller "ser framför sig" — ett föremål i taget och förbinder detta med ett räkneord. Man "räknar".

Barn måste i nybörjarundervisningen få hjälp att lämna sin konkreta "räkning". Endast om man kan utföra "beräkningar" klarar man att subtrahera, multiplicera och dividera, och endast om man hittar logiska principer som snabbt ger ett direkt svar förankras dessa direkt svar på ett säkert sätt i långtidsminnet och kan snabbt hämtas upp därifrån.

Även förmågan att beräkna måste dock utvecklas konkret. Det är i konkret handlande barn lär sig urskilja de principer de använder vid sina beräkningar, t ex förståelsen för beroendeförhållandet mellan delmängder.

Då barn använder konkret material — kulram, klossar osv — för att lösa uppgifter i räkneboken, laborerar de inte i egentlig bemärkelse. De räknar. Om de skall lära sig beräkna måste de laborera. Läraren måste då arrangera inlärnings-situationen så att laborationen belyser den princip som skall läras in, hjälpa barnen att sammanfatta erfarenheter, dra slutsatser osv.

Då barnet förstått en sådan princip kan det utföra beräkningar som är förankrade i den utan att använda konkret material. Laborationer behövs emellertid på nytt då nya tankemönster ska läras in.

Laborationer är alltså inte detsamma som att med hjälp av konkret material få ett korrekt svar på en uppgift och inte heller enbart detsamma som att skapa något slags "mentala talbilder".

Två anledningar till att konkreta laborationer är nödvändiga

Konkreta laborationer är till för att ge samtliga

ga — barn och vuxna — i klassen ett gemensamt språk med en gemensam betydelsebakgrund.

Laborationer hjälper barn se det generella i mångfalden så att de blir i stånd att lämna det konkreta materialet — att beräkna i stället för att räkna.

Konkretion syftar till abstraktion.

4 Hur ska man arbeta för att utveckla det logiska tänkandet?

Begrepp är det vi tänker med. Om matematikundervisningen lyckas utveckla förståelse för talet som begrepp och ett reversibelt tänkande har läroplanens intentioner vad gäller det logiska tänkandets utveckling till stor del förverkligats.

5 Vad menas med "additions- och subtraktions-tabeller" — och hur lärs de in?

Om vi syftar till reversibilitet i det matematiska tänkandet borde vi enligt min mening inte dra en skarp gräns mellan additions- och subtraktionsinläring i nybörjarundervisningen. Inte heller ligger det i linje med barns spontana sätt att beräkna



att tillägna sig dessa fakta genom "tabellträning".

Hur lär man då in de fakta som åsyftas när man talar om tabeller?

Enligt min erfarenhet lärs de in genom att en eller flera beräkningsmetoder tränas tills de automatiserats. Det är beräkningsmetoderna som bör drillas, inte de fakta som förankras i dem.

6 Vad menas med "specialpedagogiska metoder"?

Lgr 80:s rekommendation om att använda de metoder speciallärarna är utbildade i är vad jag förstår en "tom" rekommendation. Ingen enhetlig uppfattning existerar om hur man arbetar "specialpedagogiskt".

Min egen definition av specialpedagogiska metoder formulerar jag ungefär så här:

- att ta reda på vad barnet vet och kan och bygga vidare på detta
- att arbeta med metoder som så nära som möjligt följer barns spontana utveckling av ämnesförståelse.

7 Hur gör man undervisningen meningsfull för avancerade elever med sådana metoder?

Frågan verkar felaktigt ställd om man definierar specialpedagogiska metoder så som jag definierat begreppet ovan. Naturligtvis måste sådana metoder vara lika utvecklande och motiverande för alla elever.

8 Vilken matematik behöver vi i vardagslivet?

Det finns få (om ens några) utredningar gjorda om vilken matematik som behövs i vuxenlivets vardag. Miniräkaren tycks ha kommit för att stanna. Krångliga algoritmräkningar överlåter vi i allt större utsträckning till räknaren.

Vad vi däremot knappast kan tänkas undkomma är de huvud- och överslagsberäkningar vi behöver göra för att se om "kassan" räcker, vad som bör prioriteras om den är liten, vad som ger mest valuta för pengarna osv. Vidare behöver vi kunna beräkna tid och göra vissa geometriska beräkningar. För att kunna använda miniräkaren behöver vi också kunna "översätta" vårt eget tänkande till de symboler som finns på räknarens tangenter.

Vi behöver med andra ord lära oss att med minsta möjliga ansträngning göra optimalt noggranna beräkningar. Vi måste också förstå innebörden i matematiska symboler, sambanden mellan räknesätt osv för att kunna överlåta de mer ansträngande beräkningarna — de som måste bli korrekta — till tekniska hjälpmedel.

Attityd till inläring

Redan vid arbetet med talområdet 1—10 bör vi också utveckla en attityd till inläring som är fruktbar i alla, inte bara matematiska, inlärnings-sammanhang. Barnet bör ända från början vänja sig vid detta:

- att *lära sig* är att utforska
- att *kunna* är att förstå och att kunna använda sin förståelse på bästa möjliga sätt
- att nödvändiga faktakunskaper säkert och lätt-tillgängligt ska förankras i meningsbärande helheter, så att de lätt kan hämtas upp ur långtidsminnet.

Om dessa målsättningar ska uppnås räcker det inte att vi lärare ser till att barnet "hänger med" i boken, har tränat in vissa tabeller osv. Vi måste förstå att inläring är utveckling nödvändig för vidare inläring, ledande till utveckling mot högre förståelsenivåer . . .

Lästips

Den inledande undervisningen i matematik har tidigare behandlats i bl a följande artiklar i Näm-naren:

Bernes, B: *Centrala moment i lägstadiets mate-matikkurs*, Nämnares temnummer om utvecklingsblocket i Växjö: *Hur blir man så bra på att räkna som i Växjö?* 1980

Björneloo, I: *Från min klass*. Nr 2, 3 och 4, 79/80
Erlandsson, E-S: *Matematik för 6-åringar*, tem-numret *Hur blir man så bra på att räkna som i Växjö?* 1980

Ferner, E: *Ett övningsystem för att nå automa-tik*. Nr 2, 82/83

Gustafsson, W: *Laborationen ett måste*. Nr 2, 82/83

Malmer, G: *Matematik ett språk för alla*. Nr 1, 82/83

Neuman, D: *Färdighet med förståelse*. Nr 4, 82/83

Sjöberg, K och Svensson, O: *Hur tänker barn vid enkel subtraktion?* Nr 2, 81/82

Skarhed, E: *Från laborativt arbete till tabellkun-skap*. Nr 3, 76

Svensson, O: *Om barns tankeprocesser vid enkel addition*. Nr 3, 76/77

Thompson, J: *Vad har visat sig vara värdefullt?* Nämnares temnummer om *Matematik på låg-och mellanstadiet*, MALM I, 1979

Thompson, J: *Vad är förståelse?* (Om Piaget och matematikundervisning), MALM I, 1979