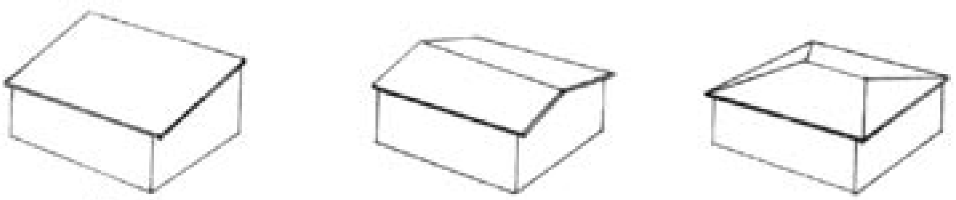
REIDAR MOSVOLD

Takvinkler til besvær?

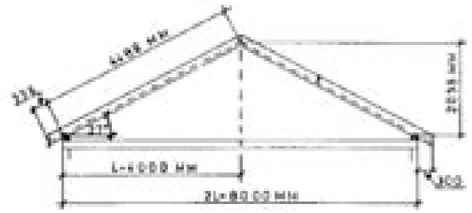
I samarbete med Tangenten har vi publicerat ett antal artiklar som behandlar matematik i NO-kontext. Se nr 4, 2004. Byggare använder en hel del praktiska knep och verktyg för att lösa sina problem. Här beskrivs några exempel på detta. Artikeln har varit publicerad i Tangenten.



I matematikkundervisningen ønsker vi ofte å trekke inn eksempler på hvordan matematikk brukes i hverdagen. Ulike yrker gjør bruk av ulike typer matematisk kunnskap, og problemet er ofte for læreren å ha oversikten over dette. Byggebransjen gjør bruk av mye matematikk, og vi skal nå se et eksempel på kunnskaper og hjelpemidler byggfolk gjør bruk av når de skal konstruere og bygge et tak. Her støter vi på et teknisk hjelpemiddel som ofte blir brukt i vinkelberegninger ved takkonstruksjon, men som kanskje ikke er så kjent for folk flest.

Alle hus har tak, men formene på taket kan variere. Vi har grovt sett tre hovedtyper: pulttak, saltak og valmtak (se fig. 1 ovan).

Et pulttak har fall bare mot den ene siden, og blir på folkemunne ofte kalt for flatt tak, selv om det stort sett har en helling og derfor strengt tatt ikke er helt flatt. Saltak har fall mot to sider, og mannen i gata ville kanskje kalle dette for et vanlig skråtak. Når et hus med saltak blir sett fra siden, vil en matematiker kunne si at det ser ut som et rektangel med en likebeint trekant plassert oppå. Takets hellingsvinkel kan variere. Den tredje formen er valmtak, som har helling mot fire sider. Et hus med valmtak har vannrett gesims rundt hele huset og får derfor ingen gavl slik som hus med saltak får. Å konstruere et slikt tak er slett ingen enkel oppgave, og det er mye matematikk som ligger til grunn for de ulike takkonstruksjonene. Her vil vi gjøre en del forenklinger, og vi tar særlig for oss utregningen av de ulike sperrene som brukes i byggingen. Vi behandler her materialene som lengder, og tar ikke hensyn til alt en tømmermann må tenke på når det gjelder kutting og slike ting.



Figur 3

Vi skal først se på et enkelt saltak. Saltak har som nevnt helling mot to sider, og bjelkene eller sperrene som holder taket oppe kalles for alminnelig sperr. Vinkelen som en alminnelig sperr danner med planet kalles for hellingsvinkelen. I en hustegning får vi som regel oppgitt spennvidden på huset, som er husets bredde fra svill til svill. Svillene er noe forenklet den øverste kanten på huset før en setter på taket.

Når vi ser huset fra siden, kan vi si at loddlinja fra mønet deler huset i to like halvdeler med lengde L. Vi kan derfor kalle spennvidden for 2L, som på figur 3.

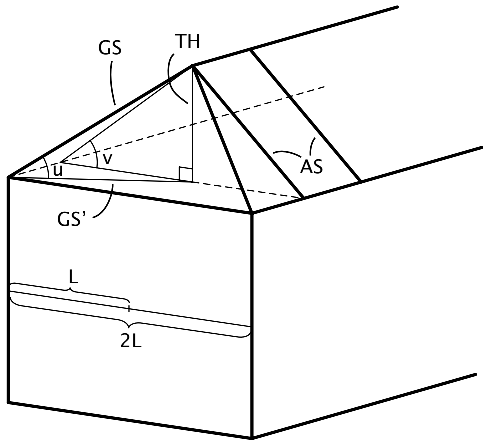
En hustegning vil også inneholde enten takhøyden, som er den loddrette linjen fra svillen til mønet, eller hellingsvinkelen. På vår hustegning har vi fått oppgitt spennvidden til 8 000 mm og takhøyden til 2 038 mm. For å bygge et slikt tak, må vi først regne ut hellingsvinkelen, og så bruke den til å regne ut lengden på alminnelig sperr. Hellingsvinkelen v kan vi enkelt regne ut ved å bruke tangens.

$$\tan(v) = \frac{2\,038}{4\,000} \quad => \quad v = 27^\circ$$

For å regne ut lengden på alminnelig sperre (AS) kan vi nå bruke cosinus til v, slik at vi får:

$$\text{AS} = \frac{L}{(\cos(v))} = \frac{4\,000}{(\cos(27))} = 4\,488$$

Vi ser at lengden på alminnelig sperre er 4 488 mm, og vi kan nå starte med å kutte til sperrene og bygge taket. Noen praktiske forhold kommer selvsagt med i betraktning. Sperrene skal for eksempel passe sammen på toppen, og derfor må kuttes på skrå i en bestemt vinkel, men det velger vi å utelate her. Til tross for at vi forenkler en god del i forhold til hva bygningsfolk kan tillate seg å gjøre, må vi gjøre en hel del beregninger bare for å kunne begynne å bygge et enkelt saltak.



For valmtak er det noen nye momenter som kommer inn. Et valmtak har ikke bare alminnelig sperr, men også gratsperr, som går diagonalt fra hjørnet av huset til mønet. Hvis huset i tillegg har en ekstra fløy eller vinkel som vi ofte sier, må vi også bruke kilsperr til å binde sammen de to takflatene. Vi velger å ikke regne med noen ekstra fløy, men vi må uansett regne ut lengden på gratsperrene før vi kan starte byggingen. Sett ovenfra ser vi at det er 45° mellom gratsperr og kortsiden på huset. Takhøyden vet vi, så vi må først finne lengden fra hjørnet og inn til mønet i planet, eller det vi kan kalle for projiseringen av gratsperr (GS') ned i planet. (GS' betyr her GS-merket og har ingenting med derivasjon å gjøre.)

$$GS' = \frac{L}{(\cos(45))} = L \cdot \sqrt{2}$$

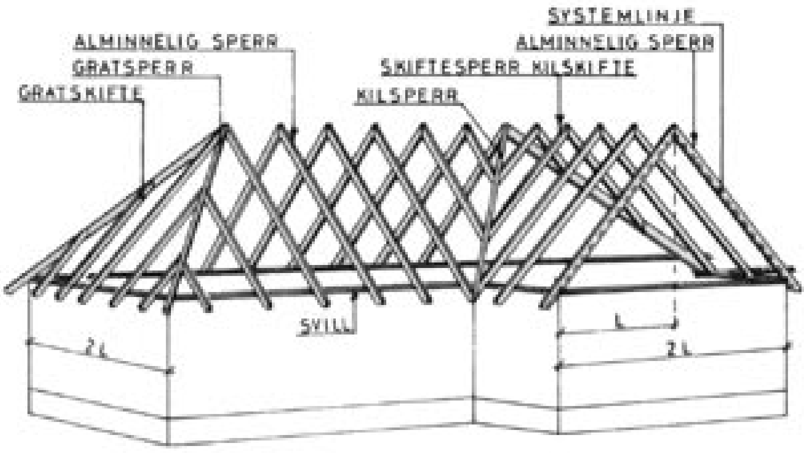
Så må vi finne vinkelen u mellom GS og planet, som vi kan regne ut ved å bruke tangens.

$$\tan(u) = \frac{TH}{(L \cdot \sqrt{2})}$$

$$u = \arctan\left(\frac{TH}{(L \cdot \sqrt{2})}\right) = 19{,}81^\circ$$

Nå gjenstår bare å regne ut lengden på gratsperr (GS), som vi kan finne ved å bruke cosinus:

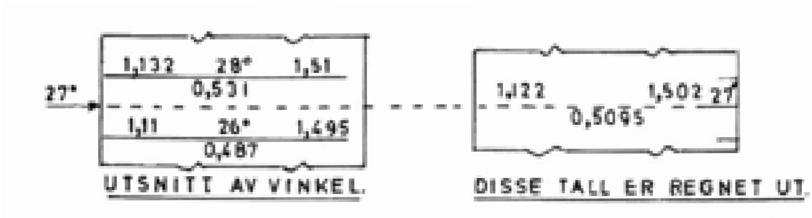
$$GS = \frac{(L \cdot \sqrt{2})}{(\cos(u))} = 6\,012$$



Lindefjeld-vinkel

Lengden på gratsperr blir derfor 6012 mm, hvis vi regner uten flere desimaler. I husbygging gir det ikke noen mening i å operere med mindre mål enn millimeter.

Nå er det selvsagt ikke slik at bygningsfolk i praksis alltid må utføre alle disse utregningene før de kan begynne å kutte sperrer og bjelker. Ofte får de levert ferdigkuttede sperrer, slik at husbyggingen blir som å sette sammen et stort byggesett. Selv om alle sperrer og bjelker kommer ferdig oppkuttet må bygningsfolkene stadig gjøre en del beregninger selv, og noen ganger får de heller ikke ferdig oppkuttede materialer. Da må de beregne vinkler og lengder selv. Til denne jobben ville nok mange tømmermenn brukt den såkalte Lindefjeld-vinkelen. Vinkelen ble konstruert av Tollef Lindefjeld, og de første vinklene kom i produksjon på 1960-tallet. Lindefjeld hadde virket som tømmermann i USA tiåret før, og der hadde han blitt kjent med og brukt den såkalte Stanley vinkelen. Tollef Lindefjeld forenklet denne vinkelen, men den viktigste forbedringen var at han gjorde den nøytral for alle mål. Vinkelen fungerer like godt om en måler i centimeter, tommer, eller liknende. Dette er blitt et populært hjelpemiddel som forenkler arbeidsoppgavene for alle håndverkere. Vinkelen er konstruert blant annet for å forenkle takbygging, men kan også brukes til flere andre formål.



Figur 4

Vinkelen ser ved første øyekast ut som en vanlig snekkervinkel, men om vi ser litt nærmere etter er det vesentlige forskjeller. På den korte armen til vinkelen er det preget inn grader og tall. Tallene er ordnet i tre kolonner. Gradtallene står i midten, og under hvert enkelt gradtall står stigningsforholdet. (se figur 4.)

Dersom en tømmermann har en tegning der hellingsvinkelen ikke er oppgitt, kan han ganske enkelt regne ut stigningsforholdet mellom takhøyden og halve spennvidden. Deretter kan han finne dette forholdet på Lindefjeld-vinkelen. Hellingsvinkelen står nå rett over dette stigningsforholdet i den midterste kolonnen. Vinkelen angir også forholdstall for sperrenes lengde. Dersom taket har en hellingsvinkel på 26°, kan han ganske enkelt gå inn i tabellen på vinkelen og finne 26°. Tallet til venstre for dette gradtallet er 1,11. Dette multipliseres så med L, som er halve spennvidden, og angir lengden på alminnelig sperre. Tallet til høyre for gradtallet brukes på samme måte for å finne lengden på gratsperre og kilsperre. Dermed slipper byggfolkene å gå den tunge veien om flere kompliserte regnestykker, og det eneste de trenger å gjøre er å lese av tabellen på Lindefjeld-vinkelen og utføre noen ganske enkle multiplikasjonsstykker. Vinkelen kan også brukes til å sjekke vinkler i eksisterende bygg, og den har også flere andre funksjonsmuligheter.

I matematikkundervisningen kan vi trekke inn dette med konstruksjon av tak og hellingsvinkler når vi har om rettvinklete trekanter, Pytagoras-setningen, trigonometri, og vi har sett at forholdstall også kan komme inn. Vi kan også utforme småprosjekter om takkonstruksjon, hvor vi lar elevene forsøke å finne ut hvordan ulike tak skal konstrueres, hvordan de skal regne ut lengdene på de ulike sperrene, osv. Læreren kan presentere ulike hjelpemidler som byggfolk bruker, som for eksempel Lindefjeld-vinkelen. Han kan fortelle hvordan vinkelen virker, eller la elevene bruke litt tid på å forsøke å finne ut av dette selv. Etter at han har vist elevene hvordan vinkelen fungerer, kan elevene få i oppgave å finne ut hvordan tabellene på vinkelen kan regnes ut. Konstruksjon av tak kan presenteres ganske forenklet ved å gjenkjenne de geometriske formene og tegne disse, og det kan gjøres stadig mer komplisert, helt til en når det nivået av detaljer som bygningsfolk gjør bruk av.

Figurene og eksemplene her er gjengitt fra Lindefjeld (1960).

LITTERATUR

Lindefjeld, T. (ca. 1960) *Instruksjonbok for bruk av Lindefjeld Vinkelen.*

Mer informasjon om vinkelen finnes på www.lindefjeldvinkelen.no.