

Vad kan eleverna när de lämnar lågstadiet?

CURT ÖREBERG

I samband med utprövningen av ett nytt läromedel i matematik för lågstadiet genomförde Liber under de tre läsåren 82/83—84/85 en undersökning av lågstadielevs kunskaper och färdigheter i matematik.

Här ger *Curt Öreberg* ett referat av sin redovisning vid Biennalen -86 av denna undersökning.

I undersökningen deltog 101 klasser med tillsammans ca 2 100 elever.

Klasserna fanns i huvudsak inom följande områden: Skåne—Småland—Blekinge, Linköping—Norrköping, Stockholmsområdet och Göteborgsområdet.

Elevernas kunskaper kontrollerades kontinuerligt från starten i åk 1 till slutet av åk 3 (10 gånger per läsår) med kortare diagnostiska prov. *Dessutom gavs större test och lärarenkäter vid slutet*

av varje termin. 90 % av lärarna uppgav sig ha följt lärarhandledningen.

De resultat som redovisas i det följande bygger på resultaten från de test som gavs vid slutet av vårterminen i åk 3.

För vårterminstesten i åk 3 redovisas resultaten för 98 av de 101 klasserna (3 klasser har inte sänt in resultaten). Antalet elever som gjort de olika deltesten varierar lite på grund av frånvaro men är ungefär 1 900.

Tiosystemet

				Resultat (% av alla elever)		
				alla rätt	1 fel	> 1 fel
1	Skriv de tal din lärare säger (3528, 5060, 7200, 6009)			99	1	0
2	Skriv de tal som fattas					
	2498	2499		94	5	1
	7098	7099				
3	2645 + 1 = _____	6783 - 1 = _____		95	4	1
	8028 + 1 = _____	9647 - 1 = _____				
4	3000 + 245 = _____	4000 + 50 = _____		95	3	2
	8000 + 800 = _____	9000 + 3 = _____				
5	2374 + 1000 = _____	6245 - 1000 = _____		90	6	4
	7030 + 1000 = _____	4006 - 1000 = _____				
6	4525 + 100 = _____	5634 - 100 = _____		86	10	4
	8071 + 100 = _____	7940 - 100 = _____				
7	6377 + 10 = _____	4695 - 10 = _____		82	12	4
	2081 + 10 = _____	8064 - 10 = _____				
8	4999 + 1 = _____	2998 + 3 = _____		84	11	5
	5995 + 5 = _____	7999 + 2 = _____				
9	7000 - 1 = _____	3000 - 2 = _____		77	15	8
	5000 - 5 = _____	1000 - 3 = _____				

Subtraktion

Subtraktion				Resultat (% av alla elever)			
				alla rätt	1 fel	> 1 fel	
1	6 - 6 = ____ 9 - 5 = ____ 8 - 3 = ____	7 - 2 = ____ 4 - 1 = ____ 9 - 6 = ____	7 - 3 = ____ 2 - 2 = ____ 3 - 0 = ____	8 - 5 = ____ 6 - 4 = ____ 5 - 2 = ____	96	3	1
2	12 - 4 = ____ 16 - 7 = ____ 18 - 9 = ____	11 - 6 = ____ 14 - 5 = ____ 17 - 9 = ____	15 - 8 = ____ 11 - 3 = ____ 12 - 7 = ____	13 - 5 = ____ 16 - 9 = ____ 14 - 8 = ____	91	7	2
3	499 - 254	389 - 125	685 - 230	747 - 344	94	5	1
4	349 - 175	777 - 469	607 - 354	452 - 218	81	15	4
5	624 - 295	810 - 378	911 - 643	455 - 166	76	17	7
6	900 - 317	600 - 142	505 - 276	702 - 458	82	12	6
7	6317 - 2549	7030 - 5655	8000 - 4378	5168 - 1499	73	18	9

Subtraktionstabellen på tid (3 min)

5 - 2	6 - 4	8 - 5
3 - 0	2 - 2	7 - 3
9 - 6	4 - 1	7 - 2
8 - 3	9 - 5	6 - 6
14 - 8	16 - 9	13 - 5
12 - 7	11 - 3	15 - 8
17 - 9	14 - 5	11 - 6
18 - 9	16 - 7	12 - 4

Resultat (% av alla elever)

alla rätt	1 fel	2 fel	3 fel	> 3 fel
80	13	3	1	3

Rapporten visar de resultat eleverna i försöksgruppen nått. Eftersom antalet elever är stort, testbatteriet omfattande och bortfallet (3 klasser av 101) litet, bör resultaten väl spegla dessa elevers kunskaper. Kan resultaten antas vara ungefär liknande för alla lågstadielever?

För att kunna bedöma i vilken utsträckning de klasser och de lärare som ingått i försöksgruppen varit "normala" har vi brett försökslärarna besvara en rad frågor om sig själva och om klasserna. Vår uppfattning är att försöksklasserna varit "vanliga klasser" med "vanliga lärare" (möjligen något mer intresserade av matematik än genomsnittsläraren) och att därför de resultat försöksklasserna nått också kan användas för att beskriva kunskapsstandarden i en genomsnittlig

lågstadieklass. Har vi rätt i denna förmodan skulle bilden av elevernas kunskaper vid lågstadiets slut vara ljus.

Även om det skulle vara så att försöksgruppens resultat är bättre än de som i allmänhet nås har dock försökslärarna visat hur långt "vanliga" lärare med "vanliga" elever kan nå.

Kommentarer

Subtraktionstabellen på tid

Här finns det 379 elever (20 %) som hade ett eller flera fel. Kan vi då säga att 20 % av eleverna "inte behärskar" tabellen eller "har problem" med tabellen?

Behärskar man inte tabellen, bör man få problem vid algoritmräkning. Vi kan då skapa oss en klarare bild av elevernas tabellkunskap genom att se hur de 379 eleverna klarat t ex uppgift 7 på subtraktionsprovet. Denna uppgift (se ovan) innehåller 12 växlingar och 16 tabellkombinationer. Av de 379 eleverna har 223 *helt rätt* på uppgift 7! Det vore orimligt att säga att dessa elever inte behärskar tabellen.

Återstår 156 elever (379 - 223). Dessa elevers resultat på tabellen är

antal fel	1	2	3	> 3
antal elever	81	29	10	36
% av alla elever	4,2	1,5	0,5	1,9

Kan eleverna subtraktionstabellen när de slutar lågstadiet?

Mot bakgrunden av ovanstående detaljgranskning av elevernas resultat tycker jag följande kan vara ett rimligt svar:

92 % behärskar helt tabellen (80 % plus de 12 %, som visserligen gjorde något fel på tabellen men hade helt rätt på algoritmerna)

4–6 % är något osäkra (de elever som gör 1 eller 2 fel på 24 kombinationer på tid och som dessutom gjort något fel på algoritmerna)

2–3 % kan inte tabellen (de har mer än 2 fel på 24 kombinationer)

Subtraktionsalgoritmen med två växlingar.

Uppgift 5

24 % av eleverna räknar fel på en eller flera uppgifter. Detta innebär dock *inte* att det är 24 % av eleverna som inte behärskar algoritmen. En stor andel av de fel eleverna gör är slarvfel. Detta syns tydligt om vi jämför resultaten på uppgift 5 (2 växlingar) och uppgift 7 (3 växlingar).

På uppgift 5 gör 459 elever minst 1 fel. Av dessa 459 gör 266 helt rätt på den väsentligt svårare uppgift 7. Dessa elever måste sägas behärska (om ordet ska ha någon rimlig innebörd) algoritmen. Återstår 193 elever (10 %) som gör fel både på uppgift 5 och uppgift 7.

Detta innebär att högst 10 % av eleverna har svårigheter med subtraktionsalgoritmen med växlingar när de lämnar lågstadiet.

Multiplikationstabellen

1 Multiplikationstabellen ena faktorn högst fem

5 • 4	10 • 3	8 • 2	7 • 0
9 • 3	6 • 1	5 • 9	3 • 7
4 • 8	6 • 5	4 • 3	2 • 9

Resultat (% av alla elever)

alla rätt	1 fel	> 1 fel
84	12	4

2 Multiplikationstabellen där bägge faktorerna är större än 5

9 • 6	6 • 7	9 • 8	8 • 7
7 • 7	8 • 9	7 • 6	7 • 9
6 • 9	8 • 6	7 • 8	9 • 9

Resultat

alla rätt	1 fel	> 1 fel
76	10	14

3 Hela multiplikationstabellen på tid (3 min)

2 • 9	3 • 7	7 • 0
4 • 3	5 • 9	8 • 2
6 • 5	6 • 1	10 • 3
4 • 8	9 • 3	5 • 4
9 • 9	7 • 9	8 • 7
7 • 8	7 • 6	9 • 8
8 • 6	8 • 9	6 • 7
6 • 9	7 • 7	9 • 6

Resultat

alla rätt	1 fel	2 fel	3 fel	> 3 fel
63	12	5	3	17

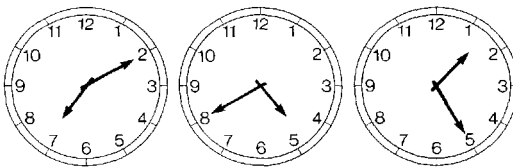
Kommentarer:

Eftersom eleverna inte testades på multiplikationsalgoritmen har vi inga möjligheter att, som vi gjorde med subtraktionstabellen, undersöka vilken roll slarvfelen spelar. Det tycks mig dock rimligt att säga att:

- ungefär 90 % av eleverna behärskar tabellen om minsta faktorn är högst 5
- ungefär 75 % av eleverna behärskar *hela* multiplikationstabellen

Klockan

2 Hur mycket är klockan?



5 Hur många minuter är det

från 15.20 till 15.45 Svar: _____ minuter

från 22.30 till 23.15 Svar: _____ minuter

från 19.45 till 20.10 Svar: _____ minuter

Blott två av uppgifterna redovisas. På uppgift 2 hade 82 % av eleverna rätt, på uppgift 5 var det 65 % som svarade rätt.

Uppenbarligen är det en stor grupp elever, kanske en tredjedel av alla, som inte kan klockan när de slutar lågstadiet. Kommer de att lära sig klockan på mellanstadiet eller får vi en stor grupp vuxna som har problem med klockan? Vilken roll spelar digitaluren för elevernas kunskaper?

Huvudräkning

Räkna i huvudet (Frekvensen rätta svar inom parentes)

- | | |
|---|--|
| <p>Dubbelt</p> <p>1 $515 \rightarrow (75 \%)$</p> <p>3 $49 + 36 = (82 \%)$</p> <p>5 $9 \cdot 20 = (70 \%)$</p> <p>7 $1,50 \text{ kr} + 2,60 \text{ kr} = \text{kr} (70 \%)$</p> <p>8 $9 \text{ kr} - 7,90 \text{ kr} = \text{kr} (42 \%)$</p> <p>9 $100 \text{ kr} - 88,50 \text{ kr} = \text{kr} (35 \%)$</p> <p>10 $20 + x = 60$
$x = (67 \%)$</p> <p>12 $2 \cdot x = 1000$
$x = (53 \%)$</p> <p>14 Skriv 2 olika svar
$x + y = 45$
$x = ___$ och $y = ___$
$x = ___$ och $y = ___$
(46 %)</p> | <p>Hälften</p> <p>2 $116 \rightarrow (58 \%)$</p> <p>4 $72 - 48 = (60 \%)$</p> <p>6 $5 \cdot 300 = (70 \%)$</p> <p>13 $y + y = 30$
$y = (58 \%)$</p> <p>15 $a = 5$ och $b = 10$
Hur mycket är då
$2a + 4b$
Svar: $___ (37 \%)$</p> |
|---|--|

Kommentarer:

Övningar av typerna 1–15 ingår i det överkursmaterial som ungefär en tredjedel av eleverna arbetat med. Alla elever, alltså även de som inte arbetat med överkursmaterialet, gjorde dock provet. De lösningsfrekvenser som anges ovan gäller alltså alla elever i försöksgruppen.

Problem ("benämnda uppgifter")

1 Ann köper en kaffe för 450 kr och stovlar för 335 kr. Hur mycket ska hon betala? 94% Svar: $___ \text{ kr}$	4 Ett TV-program började kvart i åtta och slutade halv nio. Hur många minuter varade program et? 83% Svar: $___ \text{ minuter}$
2 Erik köper för 620 kr. Han betalar med sex hundralappar och en femhollapp. Hur mycket får han tillbaka? 86% Svar: $___ \text{ kr}$	5 En tågbiljett till Stockholm kostade 388 kr. En bussbiljett till Stockholm kostade 247 kr. Hur mycket dyrare var tågbiljetten? 91% Svar: $___ \text{ kr}$
3 Apelsiner kostade 4 kr per kg. Hur mycket kostade 8 kg apelsiner? 86% Svar: $___ \text{ kr}$	6 År 1985 fylter Margit 75 år. Vilket år föddes Margit? 90% Svar: År $___$

7 Anders väger 98 kg. Ove väger 65 kg. Hur mycket mindre väger Ove? 95% Svar: $___ \text{ kg}$	9 I en affär kostade en stol 890 kr. I en annan affär kostade en likadan stol 670 kr. Hur stor var skillnaden i pris? 92% Svar: $___ \text{ kr}$
8 Bo tjänade på måndagen 215 kr. På tisdagen tjänade han 250 kr och på onsdagen 310 kr. Hur mycket tjänade han tillsammans? 92% Svar: $___ \text{ kr}$	10 Tåget skulle kommit klockan kvart över tre men det kom inte förrän tjugofyra. Hur mycket försenat var tåget? 70% Svar: $___ \text{ minuter}$

Kommentarer:

För varje uppgift har angetts hur stor andel av eleverna som löst uppgiften rätt

Antal rätt sammanlagt

Antal rätt	elever i %
10	47
9	24
8	12
7	7
6	4
5	2
4	2
0–3	2

90 % av eleverna har minst 7 rätt av 10 uppgifter!

Klassens svagaste elev i matematik (97 elever)

För att kunna beskriva kunskaperna hos de allra svagaste eleverna och om möjligt också kunna beskriva dessa elever fick försökslärarna välja ut den elev i klassen som de ansåg vara klassens svagaste elev. Vi fick på detta sätt en grupp på 97 elever. Av dessa elever var 47 % pojkar och 53 % flickor. Elevernas ålder låg något över genomsnittet för samtliga elever. 17 % av eleverna hade föräldrar (en eller bägge) vars modersmål inte var svenska.

I rapporten ges en utförlig beskrivning av de lågpresterande elevernas kunskaper. Här får jag begränsa mig till följande summering:

- I det stora flertalet klasser klarar även klassens svagaste elev uppgifterna på 10-systemet
- I mer än hälften av klasserna har klassens svagaste elev 24 rätt av 24 möjliga på additionstabellen

- I tre fjärdedelar av klasserna är även klassens svagaste elev säker på additionsalgoritmen med minnessiffror
- I ungefär hälften av klasserna är också klassens svagaste elev säker på subtraktionstabellen
- I ungefär hälften av klasserna är även klassens svagaste elev säker på subtraktionsalgoritmen med växling
- I nästan hälften av klasserna behärskar även den svagaste eleven multiplikationstabellen med en faktor högst 5
- I 70 % av klasserna har även den svagaste eleven minst 5 rätt av 10 möjliga på problemprovet.

Hur många elever är högpresterande?

Om vi med högpresterande menar en elev som helt behärskar alla de moment som ingår i lågstadiets matematikkurs kan vi kanske utforma vår definition så här:

- En elev är högpresterande om han
- har alla de 10 uppgifterna rätt på problemprovet
 - och dessutom högst 5 fel sammanlagt på alla de 241 uppgifter som ingår i vårterminsproven åk 3

Vi får då att följande elever är högpresterande
143 elever (8 %) med rätt på alla de 241 uppgifterna
444 elever med 1—5 fel på de 241 uppgifterna

Tillsammans 587 elever (32 % av de elever som gjorde alla prov) som rimligen borde kunna kallas högpresterande.

På grund av utrymmesbrist kan bara en del av resultaten redovisas i denna artikel. Den fullständiga rapporten (90 sid) kan rekvideras från Liber:
Anne Charlotte Hardebo,
Liber
205 10 Malmö
Tel 040-706 50

Kan eleverna bättre än läroboksförfattarna?

BIRGITTA ROCKSTRÖM



När Birgitta Rockström en gång frågade sina elever på mellanstadiet hur de tyckte att en bra matematikbok skulle vara, fick hon svaret att den ska handla om dem själva och ha roliga bilder, gärna lite Mad.

Någon sådan bok fanns ju inte. Därför började de konstruera sina egna räkneuppgifter.

Problemen, som gjordes på löpande band sedan eleverna upptäckt hur lätt det var att hitta på dessa, kom att handla om fotboll, kulspele, Johans valpar, Annas böcker, Lasses dataspel, disko, potatisplockning, drakar och demoner och mycket annat, som sällan finns i de vanliga matematikböckerna.

Vi började ofta matematiktimmen med att nå-

gon elev berättade om ett *påhittat* problem, och sedan löste vi det gemensamt. Ibland blev uppgiften för svår och invecklad, tavlan räckte inte till eller vi fick erkänna att hjärnans kapacitet var begränsad. Då fick vi göra om problemet så att det gick att lösa. Detta innebar mycket resonerande och konstruktivt huvudräkningsarbete.

Många uppgifter blev fantastiska och överkli-