

UPP S LAGET

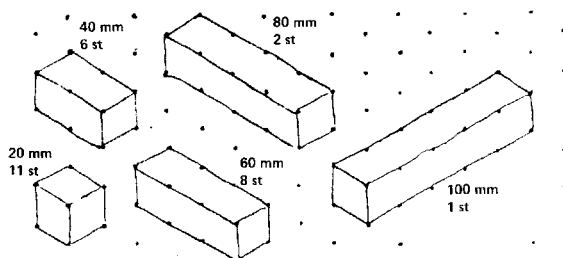
PEDER CLAESSON

I *Nämnares geometrinummer*, nr 3 81/82, presenterar Andrejs Dunkels pentominobrickorna. Under rubriken *Kvadratpussel* finns de beskrivna i Martin Gardners bok, *Rolig matematik*, som kom ut på Natur och Kultur redan 1959. I Brian Bolts bok, *Aktiviteter i matematik*, Gothia, 1984, handlar aktivitet nr 76 om pentominobrickorna. I nummer 7, 1984, av *The mathematics teacher* finns en artikel *Perplexed by Hexed* som beskriver olika övningar med pentominobrickor.

I samband med matematikbiennalen 1984 gjorde Peder Claesson en utställning som beskrev några övningar som han låtit sina elever arbeta med. Idéerna till uppslaget är hämtade från ovan angivna böcker och artiklar.

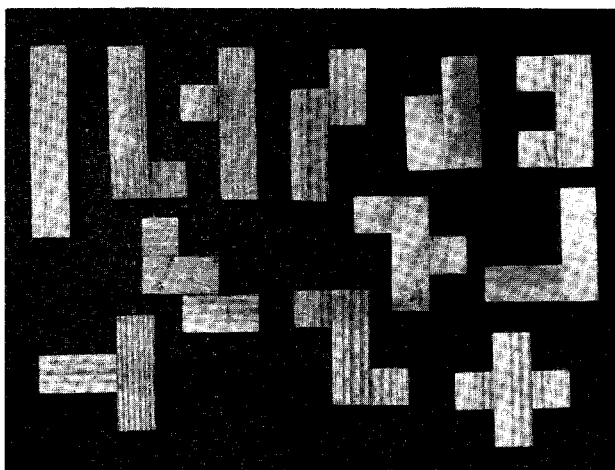
Pussel, mönster och spel

Enklast är att låta eleverna klippa ut pentominobrickorna i papp. Jag lät trycka upp ett ruttmönster med 20×20 mm-rutor på färgglad kartong, den tjockaste som kunde passera genom kopieringsmaskinen, för att underlätta elevernas arbete. De kan naturligtvis själva konstruera sina brickor även om det då finns en viss risk för att precisionen inte blir så stor. Eleverna fick förvara sina brickor i kuvert som sedan fick ligga i matteboken. Jag har provat att arbeta med 40×40 -, 30×30 - och 20×20 mm-rutor och därvid funnit att den sistnämnda storleken är den lämpligaste.



Brickorna kan även sågas ut i plywood eller tillverkas i trä. Det enklaste sättet att göra dem i trä är följande: En fyrkantstav, 20×20 mm, sågas upp i de längder och det antal som framgår av figur.

Bitarna limmas sedan ihop till pentominobrickor. Limfogarna framgår av figur.



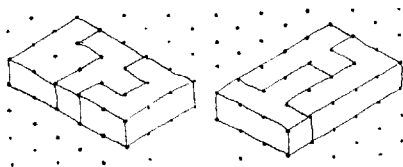
I samarbete med slöjdläraren går det lätt att massproducera satser med pentominobrickor så att varje elev får en egen. Finns Libers Byggmatte på skolan (titta efter i lågstadiets materialrum) kan bitarna enkelt sättas samman av de färgade plastkuber $20 \times 20 \times 20$ mm, som finns i byggsatsen. Kuberna är dessutom mycket bra att använda till *fyrkubsproblemet* som beskrivs i Nämnaren nr 3, 81/82, eller till de övningar som anges i artikeln *Spatial visualization* i The mathematics teacher nr 8, 1984.

För introduktionen av pentominobrickorna hänvisas till *Uppslaget* av Andrejs Dunkels i Nämnaren nr 3, 81/82, s 46—49.

Rektangelpussel

1. Använd tre bitar vilka som helst och gör en $3 \cdot 5$ -rektangel.
2. Använd tre av de återstående brickorna och gör ytterligare en $3 \cdot 5$ -rektangel.

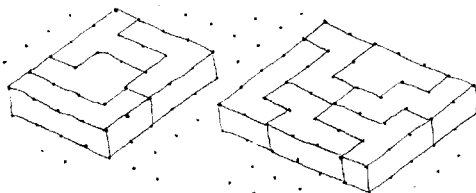
Lösningsförslag:



Dessa två rektanglar kan sättas ihop till en $3 \cdot 10$ - eller en $5 \cdot 6$ -rektangel.

3. Lägg nu $4 \cdot 5$ -, $5 \cdot 5$ - och $6 \cdot 5$ -rektanglar. Detta är en ganska enkel uppgift.

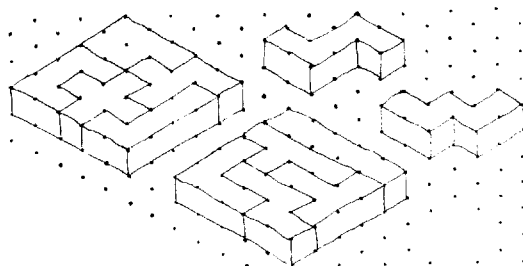
Lösningsförslag:



4. Försök sedan att lägga två rektanglar av varje storlek. Om man har börjat med att göra en rektangel är det inte säkert att man kan lägga en likadan rektangel av de bitar

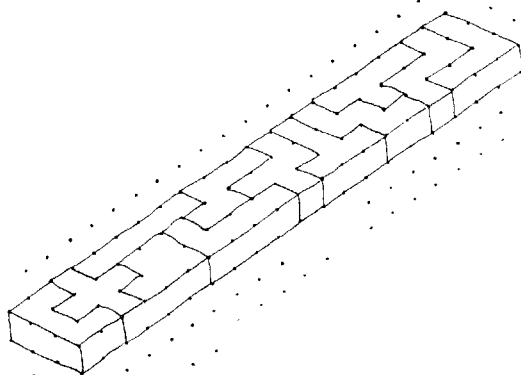
som är över. Ofta måste man byta ut bitar i den först lagda rektangeln. Lyckas man, har man emellertid fått lön för mödan eftersom man samtidigt fått lösningar till $8 \cdot 5$ -, $4 \cdot 10$ -, $5 \cdot 10$ -, $6 \cdot 10$ - och $5 \cdot 12$ -rektanglarna.

Lösningsförslag:



5. Fortsätt och lägg $5 \cdot 7$ -, $5 \cdot 9$ -, $5 \cdot 11$ -, $4 \cdot 15$ -, $3 \cdot 15$ - och $3 \cdot 20$ -rektanglar så att Du får en komplett samling. Den sistnämnda rektangeln är mycket svår att lägga. Det finns bara två olika lösningar, speglingar och vridningar oräknade. Som jämförelse kan nämnas att $6 \cdot 10$ -rektangeln kan läggas på över 2 000 olika sätt.

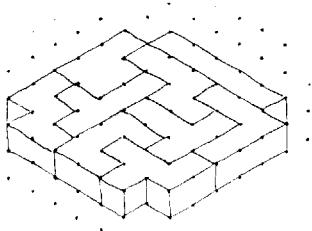
Lösningsförslag:



6. Om inte antalet rutor i rektangeln är delbart med fem får man luckor i rektangelmönstret. Luckorna kan givetvis finnas var som helst men det kan vara en utmaning att få dem att

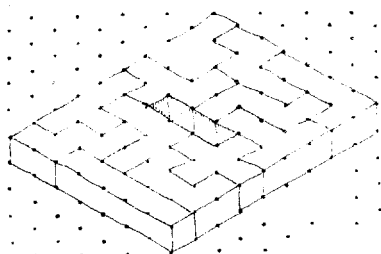
ligga symmetriskt. Försök t ex att lägga en $7 \cdot 7$ -kvadrat som saknar en kvadrat i varje hörn.

Lösningförslag:



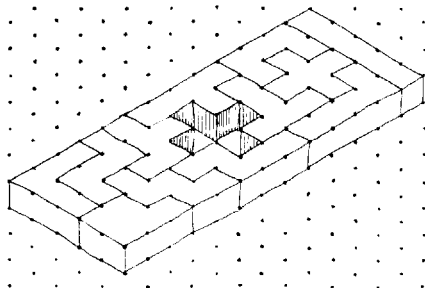
7. Lägg en $7 \cdot 9$ -rektangel som har en lucka i form av en $1 \cdot 3$ -rektangel.

Lösningförslag:



8. Lägg en $5 \cdot 13$ -rektangel som har en lucka i form av ett kors. Det är möjligt att göra luckor som har samma form som vilken som helst av pentominobrickorna. Det kan vara ett lämpligt grupparbete att försöka hitta alla dessa lösningar.

Lösningförslag:



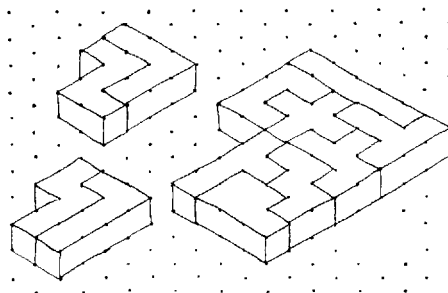
9. Lägg en $8 \cdot 8$ -kvadrat som har en lucka i form av en $2 \cdot 2$ -kvadrat. Lägg en $8 \cdot 8$ -kvadrat som saknar en kvadrat i varje hörn.

10. Lägg rektangelmönster som du hittar på själv.

Dubbla dubblingsproblemet

Välj två bitar och lägg ihop dem. Ta två andra bitar och lägg ihop dem så att de bildar samma figur som de två första bitarna. Använd de återstående åtta bitarna och lägg en figur som är likformig som de första figurerna, men som är dubbelt så stor (längdskala).

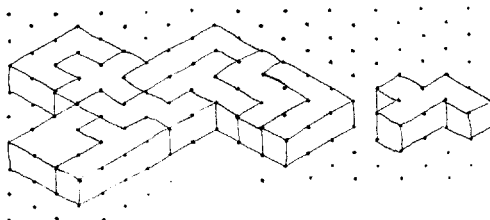
Lösningförslag:



Förstoringsproblemet

Välj ut en av pentominobrickorna. Använd nio av de återstående brickorna till att göra en förstoring av den valda brickan i skala 3:1. Vilken som helst av pentominobrickorna kan avbildas på detta sätt varför det kan vara en lämplig grupparbetsuppgift.

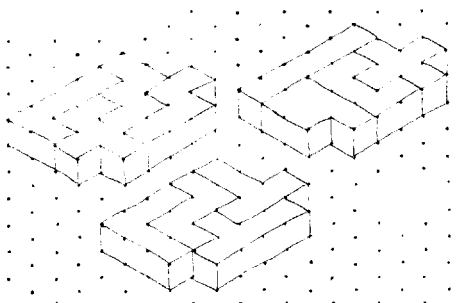
Lösningförslag:



Problemet med de tre lika figurerna

Lägg en figur med hjälp av fyra pentominobrickor. Lägg ytterligare två likadana figurer med hjälp av de kvarvarande åtta brickorna. Detta är en mycket svår uppgift.

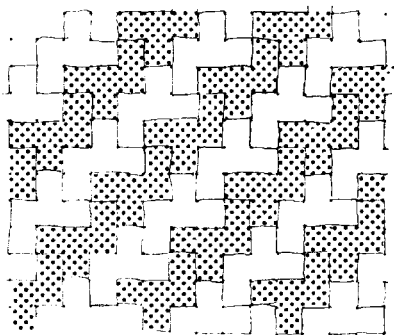
Lösningförslag:



Mönsterproblemet

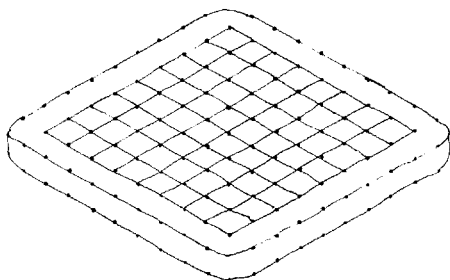
Klipp ut ett stort antal av samma sorts pentominobrickor. Använd gärna två eller flera färger på papperet. Försök att lägga ett heltäckande regelbundet mönster av brickorna. Är detta alltid möjligt att göra oavsett vilken form man väljer?

Lösningsförslag:



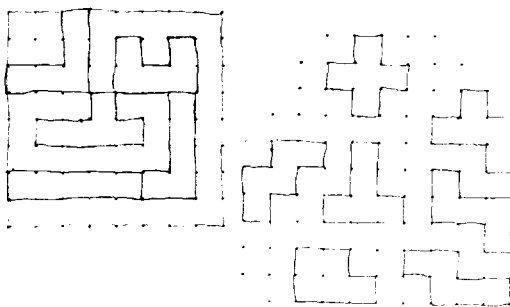
Pentominospelet

Pentominospelet spelas på ett 8 • 8-bräde (schackbräde). Man kan rita upp spelplanen på ett vanligt papper. Det går också bra att såga ut en kvadrat på 20 cm • 20 cm ur en spånskiva eller plywoodskiva som man först målar och sedan förser med ett rutmönster. Rutorna på brädet måste ha samma storlek som de kvadrater som bildar pentominobrickorna.



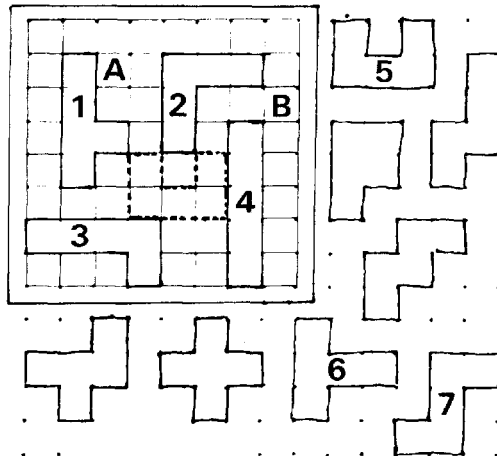
Spelet spelas av två spelare eller två lag. Spelarna turas om att lägga ut pentominobrickorna på brädet. Man väljer alltså någon av de tolv brickor som inte redan lagts ut. Brickorna får vändas och vridas hur som helst. De får inte läggas så att de täcker varandra och ingen del får vara utanför spelplanen. Den spelare som inte kan lägga ut en bricka har förlorat. Minsta antalet drag är fem och det högsta tolv. Det kommer alltså att kunna avslutas inom rimlig tid. Figur 15 visar ett parti

som slutat efter fem drag. Trots att sju brickor återstår är det ingen som passar in trots att 39 rutor inte är täckta.

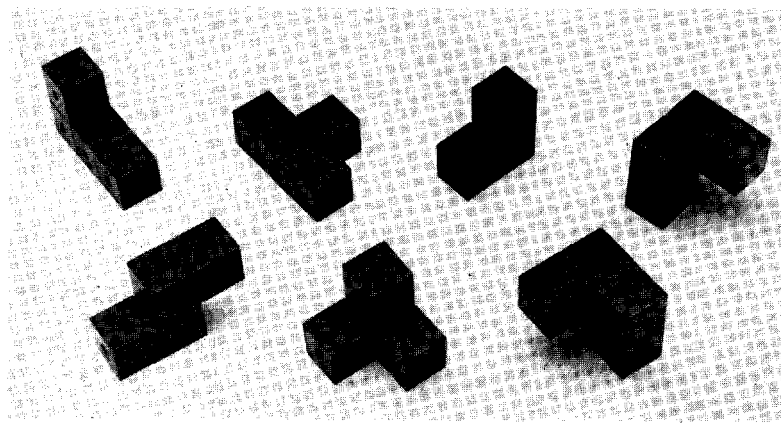


När man spelar spelet gäller det att se till att det går att lägga ut ett jämnt antal bitar när man lagt ut sin bit. I praktiken innebär detta att man i spelets slutskede ser till att det alltid går att lägga ytterligare två brickor när man lagt ut sin bricka oavsett hur motståndaren gör sitt val av bricka. Problemet är att denne använder sig av samma strategi.

Exempel på slutspel:



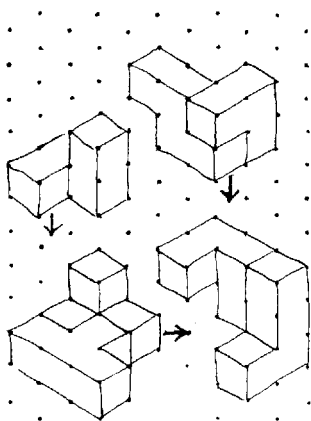
Fyra brickor 1, 2, 3 och 4 är utlagda på brädet. Det är din tur att lägga. När du lagt ut en bricka ska endast två drag återstå om du tänker dig att vinna spelet. Ett bra drag är att t ex lägga bit 5 så som markerats i figuren. Motspelaren har nu endast möjlighet att lägga sin bricka i områdena vid ruta A eller ruta B. Eftersom brickorna 6 och 7 är möjliga att lägga i båda dessa områden måste du vinna.



Soma-kuben

Om eleverna tillverkar pentominobrickor i trä på det sätt som beskrevs i inledningen kan det vara lämpligt att samtidigt låta dem göra var sin Soma-kub. Soma-kuben uppfanns av den danske matematikern, arkitekten och poeten Piet Hein. Den består av sju delar vilka visas i figuren. Uppgiften är att sätta samman dem till en $3 \cdot 3 \cdot 3$ -kub.

En av många lösningar:



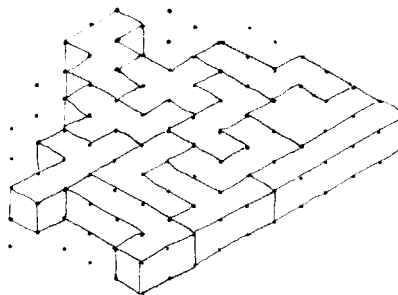
Med hjälp av Libers byggmattekuber går det också utmärkt att snabbt tillverka bitarna till en Soma-kub.

Kommentarer

Eleverna tycker oftast att det är mycket fascinerande att arbeta med pentominobrickorna. Arbetet är förhoppningsvis ett medel att nå följande mål för matematikämnet: Matematikundervisningen skall ta tillvara elevernas nyfikenhet och fantasi samt utveckla deras logiska tänkande, Lgr 80 s 99. Skulle man försöka hitta lösningar till alla problem som föreslagits här skulle säkert

ett läsårs matematiklektioner behövas. Jag har därför presenterat många lösningsförslag så att en lärare lätt ska kunna ge elever som kört fast en viss hjälp.

Missbruka inte lösningsförslagen! Att lägga ut brickorna efter figurerna är *inget problem*. Det är då bättre att eleverna arbetar med övningar som är så enkla att de har en möjlighet att klara dem. Det är inte nödvändigt att man försöker lägga speciella mönster. Eleverna kan få skapa vilka former som helst.



Ställer man inte några krav på regelbundenhet hos figurerna kan man börja med pentominobrickorna redan i förskolan.

När en elev kommit fram till en lösning är det lämpligt att han eller hon ritat av den. För illustrationerna till den här artikeln har jag använt prickpapper som underlag. Det triangelmönstrade prickpapperet gör det enkelt för eleverna att avbilda tredimensionella figurer. Det kvadratmönstrade prickpapperet är lämpligt att använda vid avbildningen om eleverna klippt ut pentominobrickorna i papp.

Skulle någon inte ha tillgång till rutnät eller triangelmönstrat prickpapper sänder jag gärna över kopieringsunderlag.