

Skriftlig huvudräkning – en vågrät algoritm?

De skriftliga standardalgoritmerna för addition, subtraktion, multiplikation och division har både anhängare och motståndare.

Båda sidor menar att elever ska få så bra kunskaper som möjligt.

Här delar två lärarstuderande med sig av sin syn på skriftliga algoritmer.

Läroplanen och kursplanen för matematik betonar vikten av att undervisningen är utformad så att eleven får tilltro till sin egen förmåga och utvecklar egna sätt att lära. Standardalgoritmer har kritiserats för att inte bygga på förståelse. Ett alternativ till standardalgoritmer är skriftlig huvudräkning. Denna metod tar sin utgångspunkt i elevernas egna lösningsmetoder och bygger på förståelse. I artikeln beskrivs skriftlig huvudräkning och algoritmer samt problematiken kring dessa metoder.

Under de senaste 20 åren har det inom matematikdidaktiken förts en diskussion kring algoritmernas vara eller icke vara. Ett alternativ till algoritmer är skriftlig huvudräkning. Dessa två metoder har setts som varandras motpoler där skriftlig huvudräkning framställts som en metod där elevers egna tankar ligger till grund för deras lösningsmetoder. Rolf Hedrén (1999) skriver att när elever får vara med och utveckla sina egna lösningsmetoder ökar deras taluppfattning. Vidare menar han att motsatsen, metoder som elever övertar från någon annan, tex läraren, riskerar att bli ett förutbestämt mönster som följs, dvs en algoritm. I enlighet med detta ställer vi oss frågan om skriftlig huvudräkning även den tenderar att vara en algoritm?

Med skriftlig huvudräkning avses här att deluträkningarna i huvudräkningen skrivs ned i mellanled för att synliggöra tankegången. Utifrån det aktuella talet väljs

den lösningsstrategi som verkar lämpa sig bäst för uppgiften. Med bäst lämpad menas den strategi som medför de enklaste deluträkningarna och den minsta belastningen på arbetsminnet (Rockström, 2000; Löwing & Kilborn, 2003). En algoritm är ett på förhand givet mönster som används för att utföra en beräkning. Standardalgoritmer finns för de fyra räknesätten och ser likadana ut oavsett storleken på talen. Därför är de till hjälp oavsett hur komplicerade uträkningarna som ska utföras är (Löwing & Kilborn, 2003; Hedrén, 1999). Exempel på skriftlig huvudräkning jämte motsvarande standardalgoritm:

$$\begin{array}{r} 65 \\ 65 + 32 = 90 + 7 = 97 \\ \text{mellanled} \end{array} \quad \begin{array}{r} 65 \\ + 32 \\ \hline 97 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ 98 + 43 = 100 + 41 = 141 \\ \text{mellanled} \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 98 \\ + 43 \\ \hline 141 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 197 \\ 197 - 63 = 200 - 66 = 134 \\ \text{mellanled} \end{array} \quad \begin{array}{r} 197 \\ - 63 \\ \hline 134 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 197 \\ 197 - 63 = 100 + 30 + 4 = 134 \\ \text{mellanled} \end{array}$$

Vad säger styrdokumentet?

Lpo 94 fokuserar på att varje elev utvecklar sitt eget sätt att lära samt tilltro till sin egen förmåga att lära sig. Vidare betonas vikten av att kunna tillämpa grundläggande matematik i vardagslivet. I kursplanen för matematik i grundskolan presenteras ämnet som ett kommunikationsämne med betoning på att eleven får utöva matematik i meningsfulla och relevanta situationer. Även här betonas tilltron till den egna förmågan. Ett av uppnåendemålen efter skolår fem är att eleverna ska kunna räkna med naturliga tal i huvudet och med skriftliga räknemetoder.

Strategier vid skriftlig huvudräkning

Skriftlig huvudräkning aktualiserades som metod av Rockström (2000) utifrån de erfarenheter hon fått som lärare. Hon upplevde att arbetet med algoritmer ledde till dålig taluppfattning hos eleverna i och med att de följde det på förhand givna mönstret vid uträkningarna. Det mekaniska räknandet som detta innebar ledde även till att eleverna tyckte att matematik var tråkigt. För att komma till rätta med dessa problem utvecklades skriftlig huvudräkning tillsammans med eleverna. Det centrala i denna metod är dels att eleven räknar varje talsort för sig, dels att elevens tankegångar skrivs ned i mellanled. Dessa mellanled kan se olika ut dels beroende på uppgiftens utseende, dels på elevens förmåga att laborera med tal samt förmågan att se hur samband och mönster kan påverka mellanledens utseende. I boken *Skriftlig huvudräkning – metodbok* (2000) ges exempel på olika typer av mellanled vid de fyra räknesätten. Det är upp till varje elev att utifrån ovan nämnda kriterier välja vilken typ av mellanled som hon/han använder sig av.

Matteboken (Rockström, 1998) är ett läromedel för åk 1–6, som är baserat på *Skriftlig huvudräkning – metodbok*. I detta delas de olika typerna av mellanled upp så att eleverna får träna på en typ av mellanled i taget. Vidare innehåller läromedlet instruktioner som tex "Räkna varje talsort för sig", "Tänk 'dubbelt-hälften' eller 'hälften-dubbelt'", "Öka båda termerna med samma tal

i mellanledet". Efter ett antal träningsuppgifter där mellanled ska skrivas ut kommer instruktioner som "Skriv svaret direkt om du kan hålla mellanledet i huvudet" eller "Skriv mellanled om du behöver för att vara säker". En av dessa givna instruktioner ges vid de flesta uppgifterna där skriftlig huvudräkning används. Vid ett fåtal tillfällen finns instruktioner som "Räkna ut på ditt sätt" eller "Räkna ut på enklaste sätt".

Risker med algoritmer

Vid användning av algoritmer krävs ingen kunskap om positionssystemet eftersom alla siffror räknas som ental. Det krävs därför inte heller att man har en uppfattning om talens storhet. Carin-Sofie Marklund skriver att "man flyttar siffror utan att egentligen förstå vad man gör" (1993, s 15). Det räcker att man memorerat momenten som ingår i algoritmräkandet. Algoritmräkning leder till att matematiken handlar om att öva in en automatisering i stället för att nå en förståelse för matematiken och dess lagar (Löwing & Kilborn, 2003).

Marklund (1993) menar att automatiseringen leder till att eleverna inte reflekterar över det svar de kommer fram till. Uppgiften 366–177 kan tex få svaret 211 genom att eleven tar entalen först; 7–6, tiotalen; 7–6 och hundratalen; 3–1, vilket ger 211. Marklunds tolkning av detta är att eleverna är nöjda med att ha kommit fram till ett resultat och därför inte reflekterar över att en kontrollräkning av $211 + 177$ ger 388.

Det är produkten, inte processen, som är det viktiga, vilket Marklund finner oroande. En matematikundervisning med övervägande algoritmräkning leder till att matematik är något eleverna arbetar med enskilt, trots kursplanens betoning på kommunikation och problemlösning (Marklund, 1993; Kursplanen i matematik för grundskolan).

Emanuelsson (1989) undrar däremot om det inte är en fix idé att tro att man kommer undan manipulerandet av siffror genom att undvika standardalgoritmerna. Han pekar istället på att en lodrät algoritm kan utnyttja positionssystemet, vilket han ser som en fördel gentemot en vågrät uträkning.

En enkätundersökning bland lärare som Jan Unegre (1989) hänvisar till visar att

algoritmtränning är det område lärarna lägger ner mest undervisningstid på vad gäller rutinfärdigheter i matematik samtidigt som algoritmerna är det lärarna själva använt sig minst av utanför klassrummet. Med hänvisning till undersökningresultatet undrar Unenge hur lärare kan förklara och rättfärdiga för eleverna att de ska lägga ner så mycket tid på att lära sig någonting som sällan används utanför klassrummet.

En vågrät algoritm?

Efter en granskning av litteraturen kan vi konstatera att det finns en uppenbar risk att skriftlig huvudräkning kan leda till nya algoritmer. Vi menar att skriftlig huvudräkning som metod inte uppmuntrar eleverna till att, genom samarbete och kommunikation, skapa sina egna lösningsmodeller. Tanken att skriftlig huvudräkning ska utgå från elevernas egna tankegångar och kreativitet menar vi motarbetas om man som lärare ger eleverna färdiga mallar och lösningsstrategier att följa samt framhåller att det finns ett "bästa sätt" att lösa olika typer av uppgifter. Exempel ur Matteboken 3b (Rockström, 1998, s 54):

Räkna ut med skriftlig huvudräkning.
Börja med den största talsorten.

$$\begin{array}{r} 64 + 33 = 90 + \\ 15 + 71 = \\ 43 + 35 = \\ 21 + 44 = \end{array}$$

Att ge en ledning på detta sätt tolkar vi som att eleverna ska lära sig att använda olika mönster för olika typer av uppgifter. Eftersom en algoritm per definition är att följa ett på förhand bestämt mönster anser vi att man med skriftlig huvudräkning istället för att undvika algoritm-användning, vilket var huvudsyftet med utvecklingen av den nya metoden, har skapat nya algoritmer för eleverna. När eleverna följer ett på förhand bestämt mönster finns risken att de inte har den matematiska förståelsen. De kan få fram ett rätt svar, men frågan är om de har förstått vad det är de har gjort eller om de enbart har flyttat siffror. Är skillnaden mellan standardalgoritmer och skriftlig huvudräkning enbart att algoritmen är vågrät istället för lodrät?

Metod eller förhållningssätt?

Efter att ha granskat fenomenet skriftlig huvudräkning och huruvida det är en algoritm anser vi att skriftlig huvudräkning, när den ses som en metod att lära ut, är en algoritm. Som vi ser det har utgångspunkten vid utvecklingen av metoden varit att eleverna ska få skapa sina egna räknemetoder vilket i sin tur ska leda till ökad förståelse och taluppfattning. Detta tycker vi är positivt och vi finner stöd för dessa tankar i både kursplan och läroplan.

Vi anser dock att risken är överhängande att det ursprungliga syftet med skriftlig huvudräkning går förlorat om man lär ut den som en metod. Är syftet att utgå från eleverna och att de ska utveckla sina egna räknemetoder, med målet att öka förståelsen för matematik, bör skriftlig huvudräkning ses som ett förhållningssätt, inte som en metod! Med detta menar vi att matematikundervisningen bör vara upplagd så att elevernas egna tankar står i fokus, med följden att de "färdiga mellanleden" undviks. Eleverna bör istället få redogöra för och samtala om olika lösningsstrategier och dess för- och nackdelar. Denna kommunikation ger eleverna en repertoar av olika lösningsstrategier som de sedan har fritt att välja mellan. I och med detta anser vi att förståelsen hamnar i fokus istället för den manipulering av siffror som algoritmräkning, både lodrätt och vågrätt, riskerar att innebära.

LITTERATUR

- Emanuelsson, Göran (1989). Bokföring av huvudräkning. *Nämnan 16* (2)
- Hedén, Rolf (1999). Kan elever hitta på egna skriftliga beräkningsmetoder? *Nämnan 26* (4).
- Lärarnas handbok* (2002). Lpo 94. Solna.
- Marklund, Carin-Sofie (1993). För mycket algoritmräkande? *Nämnan 20* (3).
- Rockström, Birgitta & Lantz, Marianne (1998). *Matteboken 3b*. Uppsala: Bonnier Utbildning AB.
- Rockström, Birgitta (2000). *Metodboken*. Kungälv: Bonnier Utbildning AB.
- Unenge, Jan (1989). Algoritmerna igen. *Nämnan 16* (3).