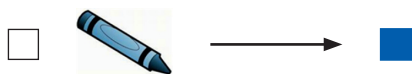


Sagt & gjort

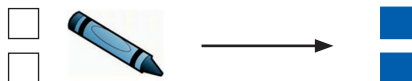
Kombinatorik från början

Det finns många trevliga övningar som tränar kombinatorik redan i förskolan, exempelvis att klä nallen med olika mössor, tröjor och vantar eller att köpa glasskolor med olika smak. Dessa uppgifter engagerar barn och bjuder på många intressanta diskussioner, och de erbjuder en trevlig inkörsport till kombinatoriskt tänkande. När vi sedan vill få lågstadielever att upptäcka en systematik och även att ta steget från kombinatorik till sannolikhet, är det bra att börja från början när eleverna först har löst uppgifter av ovanstående slag. Följande övningar kan eleverna göra genom att lägga plattor eller att färglägga rutor. Jag beskriver färgläggningen.

1. Du har en ruta och en färg. På hur många olika sätt kan du färglägga rutan?



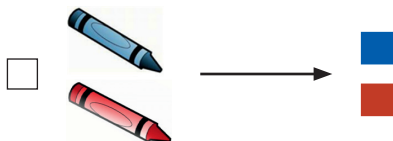
2. Du har två rutor och en färg. På hur många olika sätt kan du färglägga dem? Du får inte lämna dem utan färg och du ska bara färglägga, inte göra något mönster.



3. Du har tre rutor och en färg. (Här börjar eleverna inse vad det är som händer. Man kan bara färglägga på ett sätt oavsett antalet rutor.)



4. Du har en ruta och två färger. På hur många olika sätt kan du färglägga dem?



5. Du har två rutor och två färger. På hur många olika sätt kan du färglägga dem? (Här kan det uppstå en diskussion om ordningens betydelse. I den här övningen ska ordningen spela roll, det vill säga röd-blå är inte samma som blå-röd. Det går också att färglägga båda rutorna med samma färg.)



6. Du har två rutor och tre färger. På hur många olika sätt kan du färglägga dem? Hur vet du att du har fått med alla kombinationer? (Här är det bra att börja diskutera systematik.)



7. Du har två rutor och fyra färger. På hur många olika sätt kan du färglägga dem? (Nu är det lämpligt att börja rita tabell över antalet rutor och antalet färger, se nedan. Låt eleverna föreslå nästa steg.)



8. Du har tre rutor och två färger. På hur många olika sätt kan du färglägga dem?



9. Du har tre rutor och tre färger. På hur många olika sätt kan du färglägga dem?



När eleverna skriver en tabell, börjar de snart inse att de inte behöver fortsätta övningen längre. Nu gäller det istället att tolka tabellen och dra slutsatser. Hur ökar kombinationernas antal?

Antal rutor	Antal färger	Totalt antal kombinationer
1	1	1
1	2	2
1	3	3
1	4	4
...
2	1	1
2	2 (2 · 2)	4
2	3 (3 · 3)	9
2	4 (4 · 4)	16
...
3	1	1
3	2 (2 · 2 · 2)	8
3	3 (3 · 3 · 3)	27
...

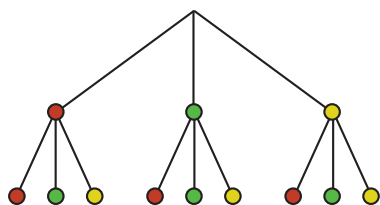
Eleverna kan komma fram till regeln själva, annars får du introducera den: *på varje ruta kan du göra lika många val som antalet färger*. Så när du har två rutor och två färger, kan du göra $2 \cdot 2$ val. Med tre rutor och tre färger är det möjligt att göra $3 \cdot 3 \cdot 3$ val. Du kan nu ställa frågor om hur många kombinationer man kan göra med fyra färger och tre rutor, fyra färger och fyra rutor etc och fortsätta att fylla i tabellen.

Kläder har ofta ett attraktionsvärde för eleverna. Jag och en kollega upptäckte att vi kunde dra nytta av det senast vi arbetade med detta område. Istället för att låta eleverna färga rutor fick de använda bilder på en flicka eller en pojke med kläder. Det visade sig vara ett bra val. Uppgiften upplevdes som konkret och fler elever kände sig tilltalade.

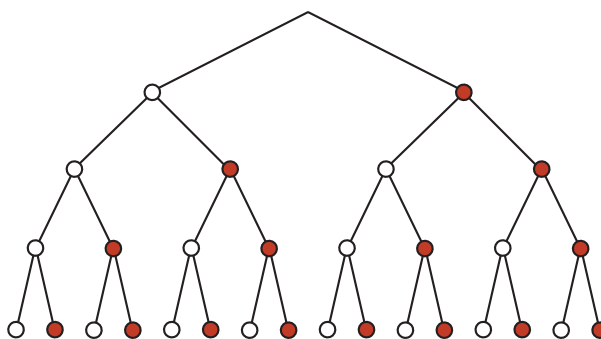
Ettorna kom på två olika system för att veta att alla alternativ var med när de jobbade med kläderna. Det ena var att de utgick från klänningens färg; de använde den blå klänningen så många gånger som möjligt och bytte bara t-shirt och skor. Det andra var att de utgick från att försöka klä tjejen så enfärgat som möjligt. När de hade gjort färdigt "den blå tjejen" insåg de att "den röda" och "den gröna" skulle ge lika många alternativ. När vi sen diskuterade olika outfits uppstod en diskussion huruvida man ändå *inte* skulle ha den blå klänningen på sig flera dagar i rad. För att vara fräsch behöver klänningen faktiskt tvättas och det är trevligt med omväxling.

Träddiagram

Nu är det bra att introducera träddiagram. Utgå från färgrutorna eller gör det med bilder på olikfärgade kläder. Det finns också färdiga dataprogram som detta kan göras med. Träddiagrammet är ett sätt att synliggöra en multiplikatorisk egenskap som kan komma till uttryck i kombinatorik.



Träddiagram över val mellan tre färger. Varje nivå i diagrammet representerar ett val. Här har alltså två på varandra följande val gjorts.



Träddiagram över fyra val mellan två färger.

Samla alla träddiagram som eleverna har gjort och börja diskutera gynnsamma fall. Hur ofta är de klädda helt i samma färg? Ni kan låtsas att slå vad om att eleven som äger dessa kläder kommer till skolan klädd i röd mössa etc. Vad är sannolikheten att man vinner vadet?

Trots att många matematikläromedel avsedda för lågstadiet innehåller kombinatorik och träddiagram, saknar jag den här tydligheten och systematiken samt övergången från kombinatorik till sannolikhet. Först när jag studerade Diamantdiagnoserna blev denna koppling tydlig för mig.

Pirjo Repo

Kombinatorik är ett innehåll som tagits upp i flera Nämnarenartiklar under de senaste åren. På Nämnaren på nätet kan du finna en sammanställning över dessa samt annat kompletterande material.

