Lennart Undvall

Räkna och häpna

Att själv som elev kunna lägga till rimliga fakta till ett problem kan ge nya utmaningar. Varför är sådana öppna uppgifter värdefulla för eleverna? Vi får här fem exempel med överraskande svar att ta med till klassrummet.

Skolinspektionen har nyligen genomfört en granskning av och skrivit en rapport om matematikundervisningen i grundskolan. I rapporten kan man bland annat läsa att undervisningen i allt för hög grad utgörs av så kallad tyst räkning. Man kan beskriva det som så att ”det räknas för mycket och pratas för litet” under lektioner i matematik.

Men man kan tvärtom också säga att det pratas alldeles för mycket under lektionerna, och då inte bara i matematik. Men detta störande prat och dess inverkan på studieresultaten tas inte upp i rapporten.

Det som skolinspektionen syftar på är att det förekommer alldeles för lite matematiska diskussioner, lärarledda eller elever emellan. Man efterlyser helt enkelt mer lärarledd undervisning och mindre av det som idag är så vanligt förekommande, att elever arbetar vidare i läroboken i egen takt. Kort sagt vill man se läraren mer som lärare och mindre som handledare.

Under de 40 år som jag själv undervisat i grundskolans åk 7–9 har jag alltid bedrivit en sammanhållen undervisning, med genomgångar och med eleverna samlade inom ett och samma avsnitt. För snabbräknarna har jag använt mig av extrauppgifter inom det aktuella avsnittet eller av kluriga problem.

Då och då har jag samlat eleverna för gemensam lösning av en typ av öppna uppgifter som jag kallar *Räkna och häpna*. Med detta avser jag en uppgift där oftast inte alla fakta finns utan man får som lösare själv komma fram till vissa av de sifferuppgifter som krävs för att få fram en lösning. Uppgifterna ska till sin karaktär vara av det slaget att de upplevs som fantasieggande och spännande och som ger ett överraskande svar. ”Blev det så mycket” eller ”blev det inte mer” är vanliga elevreaktioner.

Arbetsgången kan beskrivas så här:

- uppgiften presenteras för eleverna,
- eleverna skriver en hypotes om vad de tror att svaret är,
- eleverna får själva enskilt, parvis eller i grupp försöka lösa uppgiften,
- läraren och eleverna löser gemensamt uppgiften,
- vem av eleverna hade bäst hypotes?

Här följer några exempel på sådana *Räkna och häpna*-uppgifter. Man bör betona för eleverna att alla fakta inte finns presenterade utan de får själva göra uppskattningar.

Hur lång tid skulle det ta att räkna till en miljon, under förutsättning att alla tal ska sägas tydligt?

I början går räknandet snabbt men det går långsammare allt eftersom talen blir större. Flertalet tal är sexsiffriga. Att säga ett sådant tal, t ex ”etthundratjugoniotusen sjuhundrafemtiotvå” tar ungefär tre sekunder. Med en miljon tal blir det 3 000 000 sekunder vilket omräknat till timmar blir ca 830 h. Det motsvarar ungefär 35 dygns räknande dag och natt. Men vi orkar naturligtvis inte räkna nonstop utan måste vila ibland. Om vi utgår från att vi kan räkna 12 h per dygn tar räknandet ca 70 dygn eller drygt 2 månader.

Hur lång tid skulle det då ta att räkna till en miljard?

Nu är flertalet tal niosiffriga. Ett sådant tal tar ungefär fyra sekunder att säga. Den tid som behövs är alltså $4 \cdot 10^9$ s. Omräknat till dygn motsvarar det ungefär 46 000 dygn eller ungefär 125 år. Det betyder att även om vi räknar nonstop dag och natt så finns det ingen möjlighet att räkna till en miljard under en livstid.

Hur lång sträcka går vi människor under vår livstid?

Antag att man går 5 000 steg om dagen och att stegen i genomsnitt är 60 cm. Då går vi på ett år $365 \cdot 5\,000 \cdot 0{,}6\,\text{m} = 1\,095\,000\,\text{m} \approx 1\,100\,\text{km}$. Om vi räknar med en livslängd på 80 år blir den sammanlagda sträckan ungefär $80 \cdot 1\,100\,\text{km} \approx 90\,000\,\text{km} = 9\,000$ mil. Eftersom jordens omkrets är 4 000 mil så går vi alltså en sträcka motsvarande drygt två varv jorden runt under vår livstid.

För att lindra konsekvenserna av den ekonomiska krisen 2009 satsade de så kallade G 20-länderna 6 000 miljarder dollar. Vi tänker oss den summan i tusenlappar lagda på varandra. Hur hög blir stapeln?

Vi börjar med att konstatera att 6 000 miljarder dollar motsvarar 45 000 miljarder kronor om dollarkursen är 7,50 kr. Antalet tusenlappar blir då 45 000 miljarder / 1 000 = 45 miljarder. En tusenlapp är ungefär 0,1 mm tjock. Lägger man tusenlapparna på varandra, eller lättare bredvid varandra, blir längden $45 \cdot 10^9 \cdot 0{,}1\,\text{mm} = 4{,}5 \cdot 10^9\,\text{mm} = 4{,}5 \cdot 10^6\,\text{m} = 4\,500\,\text{km} = 450$ mil. Om vi börjar i Stockholm så sträcker sig raden med tusenlappar en bra bit ner i Saharaöknen.

Vi tänker oss att hela jordens befolkning samtidigt dyker ner i Vänern. Hur mycket stiger vattenytan?

Jordens befolkning är ca 6,6 miljarder. Eftersom en människa nästan flyter på vatten är kroppens densitet nära 1 g/cm^3. Om vi räknar med att vi människor i genomsnitt väger 50 kg så är då vår genomsnittliga volym $50\,000\,\text{cm}^3 = 50\,\text{dm}^3 = 0{,}05\,\text{m}^3$. Hela jordens befolknings volym kan då beräknas till $6{,}6 \cdot 10^9 \cdot 0{,}05\,\text{m}^3 = 3{,}3 \cdot 10^8\,\text{m}^3$. Vänerns area är cirka $6\,000\,\text{km}^2$ vilket motsvarar $6 \cdot 10^9\,\text{m}^2$. Vi antar att vattenytan stiger med x meter och får då ekvationen $x \cdot 6 \cdot 10^9 = 3{,}3 \cdot 10^8$ med lösningen $x = 0{,}055$. Det innebär att vattenytan stiger 5 – 6 cm, vilket är bra mycket mindre än vad man kanske i allmänhet gissar.