UPPSLAGET

Uppslaget kommer från Stefan Löfwall vid Karlstad universitet. Läs också artikeln Geometri med snöre på s 28–31.

Det här är en klassisk laboration beskriven av den ungerske matematikdidaktikern Dienes (1961), refererad på svenska bl a av Nilsson (1996). På grund av att den är tänjbar är den användbar på olika nivåer, främst från grundskolans senare år till de första gymnasiekurserna. Även för de senare kurserna går det att göra uppgifterna svåra nog.

Dienes har några kommentarer till övningarna:

- Det är *ordningsföljden* ”problem, undersökning, bild av resultatet och sammanfattning i formelspråk” som eleverna borde uppleva. Nu gör man i skolorna vanligen tvärtom. Eleverna får en formel, t ex $y = x^2$, med uppgift att grafiskt åskådliggöra den. De måste ju undra var alla formlerna kommer ifrån och vad de betyder.
- Det tar *olika lång tid* för olika elever att komma underfund med att *formeln sammanfattar och komprimerar* vad eleven gjort.
- Det är bra att jämföra de båda uppgifterna. Det kan få eleverna att undra över varför den ena kurvan blir symmetrisk men inte den andra, fast problemen förefaller så likartade.

Man kan göra ytterligare några kommentarer. Att först göra några undersökningar för att få matematiska erfarenheter i realistiska situationer innan man inför matematiska begrepp och formler är också typiskt för idéerna som styr nuvarande matematikundervisning i Holland. Där går de under beteckningen *realistisk matematik* och har varit mycket framgångsrika.

Laborationen, som beskrivs på nästa sida, består av två delar och det är bra om eleverna får göra båda. En variant är att dela klassen i två grupper, låta grupperna arbeta med var sin deluppgift och sedan redogöra för varandra. Det är inte nödvändigt att alla elever gör samtliga fem steg. Dessutom finns förslag på fortsättning.

Uppgift 4 i respektive övning fanns inte i Dienes original. Den anknyter till den algebraiska cykeln (Bergsten m fl, 1997) där man tar upp vad som krävs för att en elev ska förstå algebra och då räcker inte färdighetsträning. En viktig del är *tolkningen* av symboluttrycket. Vad säger formeln du har fått fram? Visa det genom att *använda* den!

LITTERATUR

Bergsten, C., Häggström, J. & Lindberg, L. (1997). Nämnaren*Tema Algebra för alla*. NCM, Göteborgs universitet.

Dienes, Z. (1961). *Building Up Mathematics*. London: Hutchinson Ed.

Nilsson, M. (1996). *Matematikundervisning i gymnasieskolan, del II*. Lärarhögskolan i Malmö.

Laborera med rektanglar

Med konstant omkrets

Du har ett snöre som är 24 längdenheter (le) långt. Använd det och bilda rektanglar med olika bas och höjd. Låt basen först vara ett heltal och gör rektanglar som både ”står” och ”ligger”. Rita av rektanglarna på rutat papper. Ta också gärna med något exempel där basen inte är ett heltal.

1 Beskriv hur *arean* varierar för olika värden på basen genom att göra en *värdetabell*, (b|A).

2 Rita en *graf* som visar hur arean varierar för olika värden på basen. Varför kan en graf vara bättre än en värdetabell?

3 Försök finna en *formel* som beskriver sambandet mellan area och bas.

4 *Använd formeln* för att ta fram några nya värden för arean.

5 Använd grafritande räknare. Lägg in värdetabellen, plotta punkterna. Lägg därefter in formeln som en funktion och rita grafen till denna. Stämmer grafen med punkterna?

5 Använd grafritande räknare. Lägg in värdetabellen, plotta punkterna. Lägg därefter in formeln som en funktion och rita grafen till denna. Stämmer grafen med punkterna?

Konstant omkrets, fortsättning

a Är kvadraten alltid den rektangel som har störst area, eller beror det på hur långt snöret är?

b Kan man med samma snöre göra en figur – inte nödvändigtvis en rektangel – som har ännu större area än kvadraten?

c Är det säkert att arean av rektanglarna blir störst vid $b = 6$ le? Tänk om man kan få ett lite större värde vid t ex 6,01 cm. Hur ska man göra för att övertyga sig själv och andra? Den grafritande räknaren kan rita och förstora. Men, finns det något annat sätt? Hur kan man – utan att derivera – *bevisa* att arean är störst när basen är 6 cm?

Med konstant area

Bilda ett antal rektanglar med olika bas och höjd så att arean hela tiden är 36 ae. Låt basen först vara ett heltal mellan 1 och 36 så att du får rektanglar som både ”står” och ”ligger”. Rita rektanglarna på rutat papper.

1 Beskriv hur *omkretsen* varierar när basen varierar genom att göra en *värdetabell*, (b|O).

2 Rita en *graf* som visar hur omkretsen varierar för olika värden på basen. Varför kan en graf vara bättre än en värdetabell?

3 Försök finna en *formel* som beskriver sambandet mellan omkrets och bas.

4 *Använd formeln* för att ta fram några nya värden för omkretsen.

Konstant area, fortsättning

d Kan man av 36 areaenheter göra en figur – inte nödvändigtvis en rektangel – som har mindre omkrets än kvadraten?

e Hur blir det med omkretsen av rektanglarna om man gör basen väldigt liten eller väldigt stor? Undersök olika rektanglar, vad grafen visar och vad formeln för omkretsen säger oss om detta!

f Är det säkert att omkretsen av rektanglarna blir minst vid $b = 6$ le? Tänk om man ändå får ett lite mindre värde vid t ex 6,01 le. Hur kan man – utan att derivera – *bevisa* att omkretsen är minst när bredden är 6 le?

Papper med större rutor finns på ncm.gu.se/node/2281. Instruktion för hur du använder räknaren TI 83-84 finns på *Nämnaren på nätet*: namnaren.ncm.gu.se