UPPSLAGET

LENNART SKOOGH

Fig I

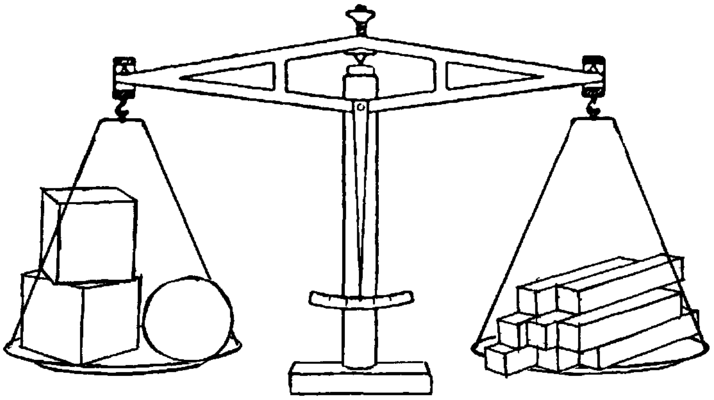


Fig II

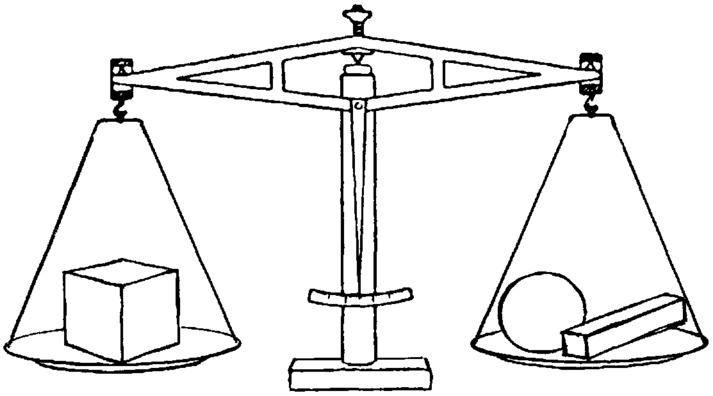
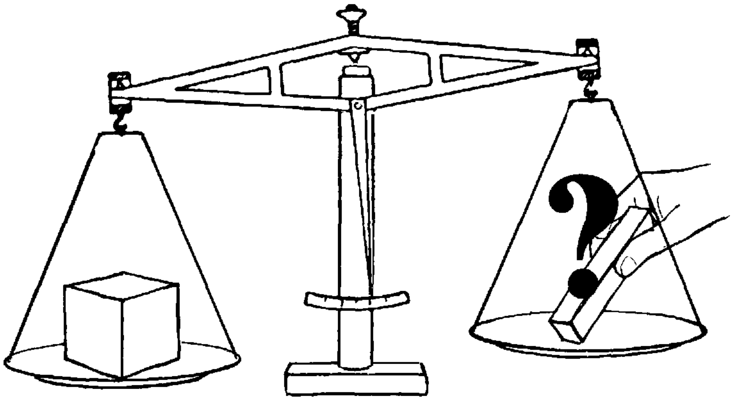


Fig III



Problemlösningsmetoder

För att träna problemlösning behöver man som lärare en mängd lämpliga och genomtänkta problem. De ska vara sådana att de både intresserar eleverna och gör dem nyfikna på lösningen. Sådana problem har vi alldeles för lite av i läromedlen, men varje lärare kan lätt komplettera ur en egen *bank*. De bästa problemen är nämligen aktuella och lokala.

Det räcker emellertid inte med att ha en egen *problembank* och dessutom *att gripa tillfället i flykten* då det kommer. Ska problemlösandet leda någon vart måste man försöka systematisera det man arbetar med och behandla olika moment i tur och ordning. På så sätt kan man få eleverna att efter hand behärska ett antal strategier och metoder, som i bästa fall reducerar många av de vanligaste problemen av matematisk natur i vardagslivet till tämligen enkla rutinuppgifter. Ett sådant arbete kan också förbereda och ge förståelse för mera matematiskt inriktade problemtyper.

Man kan alltså inte välja vare sig problem eller undervisningsmetod utan eftertanke om man vill nå en utveckling. Att låta eleverna ständigt lösa samma slags problem med samma slags teknik leder knappast till att problemlösningsförmågan i stort utvecklas. Istället bör man försöka att

- LÖSA *OLIKA PROBLEM* MED *SAMMA* SLAGS *TEKNIK*
- ANVÄNDA *OLIKA* SLAGS *TEKNIK* FÖR ATT LÖSA *SAMMA PROBLEM*

Jag ska försöka att på det här UPPSLAGET kortfattat visa, vad jag menar med dessa två punkter. Exemplet har valts dels för att det lättfattligt illustrerar den senare punkten och lätt kan göras om för att illustrera den första, dels för att det kan ses som exempel på både ett praktiskt och ett rent matematiskt problem. Idén kommer från en diskussion på matematikkongressen, ICME 5 i Adelaide, Australien sommaren 1984.

Gör så här:

A. Lös problemet som presenteras i bildserien på föregående sida på minst tre olika sätt.

B. Låt dina elever lösa problemet individuellt och sedan diskutera lösningsmetoder i mindre grupper.

C. Diskutera gemensamt de olika lösningsmetoder som kommer fram. Var noga med att alla förstår.
   Det är inte lätt att sätta sig in i andras sätt att tänka. Konkretisera därför de olika metoderna genom att genomföra lösningarna praktiskt på våg eller genom att rita dem på tavlan.

D. Vilka olika slags metoder kom fram? Är någon av metoderna vanligare än de andra? Finns det fler metoder? Komplettera eventuellt med någon *enkel* metod som möjligen saknas.

E. Genomför samma arbetsgång med ett närbesläktat problem. (Dvs lös problemet med olika slags teknik.)

F. Låt eleverna lösa flera olika närbesläktade problem med ett visst slag av teknik som ni har enats om eller som du vill att de ska lära sig behärska.

Förslag till olika lösningsmetoder

Metod 1

Pröva dig fram genom att lägga olika antal stavar på den högra vågskålen

Metod 2

Försök att göra en (intelligent) gissning och pröva på vågen om den är rätt.

(Metoderna 1 och 2 fordrar givetvis att man har föremål med anpassad vikt, t ex pappföremål med vikter inuti.)

Metod 3

Gissa och kontrollera med hjälp av resonemang om du gissade rätt.

(T ex: Om tre stavar väger upp en kub ser man av (II) att tre stavar väger upp en stav och ett klot. Då är ett klot lika tungt som två stavar. Det stämmer i (I) för två kuber är sex stavar och ett klot är två stavar, dvs åtta stavar tillsammans och så många finns det på vänstra vågskålen.)

Metod 4

Lägg på en stav på vardera vågskålen i (I).

Ersätt sedan stav + klot i vänstra vågskålen med en kub.

Vi får att 3 kuber = 9 stavar, dvs 1 kub = 3 stavar

Metod 5

Byt ut kuberna i (I) mot ett klot och en stav vardera, ty det är lika enligt (II). Vi får

$\underbrace{\text{2 klot + 2 stavar}}_{\text{(= 2 kuber)}}$ + 1 klot = 8 stavar

3 klot = 6 stavar

1 klot = 2 stavar

Byt ut klotet i (II) mot två stavar. Då ser man att 1 kub = 3 stavar

I det följande förkortas orden så här: Kub = K, Klot = B (Boll) och Stav = S.

När förkortningarna kan införas för eleverna beror på mognadsnivån. Det är en bra förberedelse för bokstavsräkning och ekvationer under förutsättning att man tycker det är *lättare*. Man slipper ju skriva så mycket. Praktisk lättja ska uppmuntras.

Metod 6

Flytta över det som finns på vågskålarna i (II) till motsvarande vågskålar i (I). (Dvs addera lika till lika)

Vi får:
$2K + 1B + 1K = 8S + 1B + 1S$

Ta bort kloten på varje sida
$2K \quad + 1K = 8S + 1S$
$3K = 9S$
$1K = 3S$

Metod 7

Lägg på två kuber på varje vågskål i (II).
Vi får
$3K = 2K + 1B + 1S$

Ersätt $2K + 1B$ med $8S$ enligt (I).
$3K = 8S + 1S$
$3K = 9S$
$1K = 3S$

Metod 8

Fördubbla det som finns på vågskålarna i (II)
Vi får
$2K = 2B + 2S$

Addera korsvis
$8S + 2K = 2B + 2S + 2K + 1B$

Ta bort kloten
$8S = 3B + 2S$

Ta bort två stavar
$6S = 3B$

Då är
$2S = 1B$

Ersätt klotet i (II) med två stavar enligt ovan. Vi får
$1K = 3S$

Metod 9

Addera vågskålarnas innehåll korsvis. Vi får
$2K + B + B + S = 8S + K$

Plocka bort det som går
$K + 2B = 7S$

Ersätt K enl (II)
$B + S + 2B = 7S$
$3B = 6S$
$B = 2S$

Ersätt B i (II) med $2S$ enligt ovan. Vi får
$K = 3S$

Metod 10

Som metod 5, men börja med att byta ut *en* kub. Osv.

Hitta själv på exempel liknande det på uppslaget för att arbeta med på samma sätt. Här några förslag med olika svårighetsgrad:

Ex 1. (1) Två kuber väger upp fyra stavar plus ett klot
(2) Ett klot väger upp två stavar
(3) En kub väger upp ? stavar
(Mycket lätt — lämpligt på lågstadiet.)

Ex 2. (1) 2 klot + 2 kuber = 7 stavar
(2) 2 klot + 3 stavar = 3 kuber
(3) 1 kub = ? stavar
(Ganska lätt — lämpligt på mellanstadiet)

(1) 1 klot + 1 kub = 1 stav
(2) 1 klot = 1 kub + 1 ring
(3) 2 stavar = 3 ringar
(4) 1 klot = ? kuber
(Ganska svårt — lämpligt på högstadiet.)

Använd gärna andra föremål (ord) än kuber, klot och stavar. T ex äpplen, bananer och meloner eller säckar, tunnor och lådor.