

Skalor av olika slag

Sommaren 2018 har Portugal värmerekord med temperaturer upp emot $+50^{\circ}\text{C}$, vilket förorsakar dödsfall och skogsbränder. I Indonesien inträffar samtidigt ett svårt jordskalv med magnitud 7,0 som förorsakar hundratals dödsoffer och svåra materiella skador. Dessa händelser fick artikelförfattaren att fundera på olika skalor.

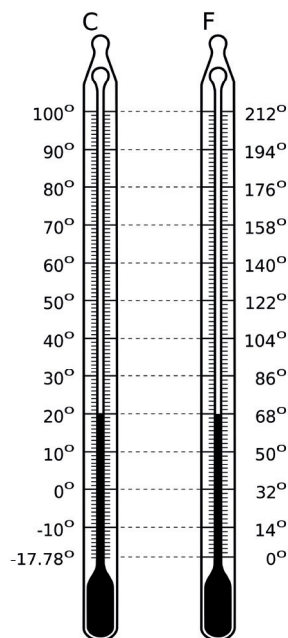
I såväl den egna vardagen som i rapporter i media förekommer det ofta uppgifter som är baserade på skalor av olika slag. Temperatur upplever vi alla varje dag, vi hör musik och andra ljud och kvällstid kan vi ha möjlighet att se himlakroppar. För oss i Sverige är Richterskalan lyckligtvis något de flesta har liten konkret erfarenhet av, men för att förstå rapportering från områden som drabbats av jordskalv är det bra att ha en grundläggande förståelse för skalan. Geometriska skalor använder vi exempelvis när vi tittar på kartor och ritningar och när vi blandar juice. Läs gärna *Uppslaget: Växande rektanglar* som ett komplement till denna text.

Temperatur

En skala som vi dagligen tar del av är temperaturskalan. Vi använder Celsius-skalan som introducerades omkring 1742. Celsius hade först temperaturvärdet 100° för vattnets fryspunkt och 0° för dess kokpunkt men detta ändrades ganska snart till 0° respektive 100° .

Fransmannen Réaumur valde på 1700-talet 0° och 80° för fryspunkt respektive kokpunkt. I engelsktalande länder används Fahrenheit-skalan. Då gäller 32° för fryspunkten och 212° för kokpunkten. Fahrenheit utgick från värdet $35,6^{\circ}$, vilket motsvarar Celsius $37,5^{\circ}$ för vår kroppstemperatur. Det kan vara en lämplig uppgift för elever på högstadiet att med en linjär funktion omvandla ett av dess temperaturvärden till motsvarande värde i en annan skala.

Vidare finns den så kallade absoluta temperaturen, uppkallad efter lord Kelvin, med -273 K som absolut nollpunkt. Enheten kelvin är vanligast förekommande i tekniska och vetenskapliga sammanhang. Till skillnad från vad som gäller för enheterna Celsius och Fahrenheit använder man inte tecknet $^{\circ}$ eller grader tillsammans med K eller kelvin. Enheten kelvin skrivs med gemener, medan förkortningen är en versal, K. 1°C svarar mot 273 K .



Geometriska skalor

Även längdskalan är vanlig. En skala 2:1 innebär en fördubbling av längderna, skalan 1:2 en förminskning till hälften. Motsvarande värden för area, "ytyskalan", är 4:1 respektive 1:4, vilket man lätt inser genom att rita en kvadrat. Tillhörande volymskala blir 8:1 respektive 1:8. Om längdskalan är $k:1$, så blir ytyskalan $k^2:1$ och volymskalan $k^3:1$.

Musikskalor

I musiken har vi den diatoniska skalan, i vilken talen 9:8, 5:4, 4:3, 3:2, 5:3, 15:8 och 2:1 är proportionstalen för tonerna c, d, e, f, g, a, h och c' (oktaven till c, vald som grundton). Den diatoniska skalan förde med sig nackdelen att det var svårt att modulera från en tonart till en annan. Man kringgick denna svårighet genom att införa den så kallade liksvävande temperaturen eller som det heter, den tempererade stämningen: oktaverna indelades i 12 lika stora halvtonsteg (h). Halvtonsteget uppfyller ekvationen $h^{12}=2$. Detta halvtonsteg är obetydligt mindre än det diatoniska. Den tempererade stämningen innebär att pianots sju oktav är stämde enligt exponentialfunktionen $F(n) = 220 \cdot 2^{n/12}$, $-36 \leq n \leq 48$, varvid $n = 12$ ger frekvensen 440 Hz, 1-strukna a.



Den brittiska fonetikern A J Ellis introducerade på 1800-talet den så kallade centskalan (cent = hundra). Han gav halvtonen cent-värdet 100, heltonen 200, etc upp till oktaven = 1200.

Ljudstyrka

Decibelskalan, betecknad dB, är även den exponentiell och mäter ljudstyrka. Vid konserter ska en angiven begränsning iakttagas för att spara såväl musikerns som åhörarens hörsel. Man vet exempelvis att orkestermusiker som suttit nära mässingsinstrumenten med tiden fått hörselskador.

Jordskalv

Vid jordskalv anges det så kallade Richter-värdet. Richter-skalan är logaritmisk vilket innebär att varje ökning med 1 enhet på skalan medför en ökning av magnituden (skalvets styrka) med faktorn 10. Mellan skalvets magnitud M och den frigjorda energin E (mätt i Joule) råder sambandet

$$M = 2(\log E - K)/3$$

där K är en korrektionskonstant som beror av avståndet till epicentrum. Magnituder på runt 4,5 eller mer är så höga att skalvet registreras av seismografer över hela jorden. Skalv med Richter-värde mellan 4,0 och 4,9 känns som skakning av föremål inomhus. Skalv med M -värde mellan 5,0 och 5,9 kan förorsaka större skador på dåligt konstruerade byggnader och skalv med M

mellan 6,0 och 6,9 kan vara fördömande i befolkade områden upp till ca 1,6 mils utsträckning. Ännu starkare skalv kan försaka allvarliga skador med dödsoffer och förstörda byggnader.

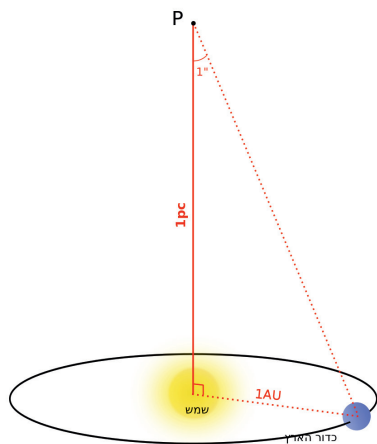
Ljusstyrka hos himlakroppar

Redan i det forna Grekland indelade Hipparkos stjärnorna grovt efter deras ljusstyrka, skenbar magnitud m . Sedermera standardiserades skalan på så sätt att m -värdena ordnades efter en geometrisk skala: varje magnitudsteg innebär en multiplikation eller division med en faktor $5\sqrt{100}$ ("femteroten ur 100", dvs roten till ekvationen $x^5 = 100$) som approximativt är lika med 2,5. De stjärnor som vi knappt kan se har (skenbar) magnitud $m = 6$. De närmast starkare stjärnorna har magnitud 5, 4, 3, etc. Sirius har lyskraften $m = -1,5$ och Venus når som mest upp till $m = -5$. Således, ju lägre m -värde, desto starkare lyskraft.

Mellan stjärnornas absoluta magnitud M och den skenbara magnituden m råder sambandet

$$M = m + 5 - 5 \log r,$$

där r är stjärnans avstånd från oss, mätt i enheten parsec (pc). 1 parsec är det avstånd varifrån radien i jordens bana kring solen syns under vinkeln 1 bågsekund. Detta avstånd motsvarar 3,26 ljusår. Det förutsätts därvid att rymden är absolut genomskinlig så att ljusstyrkan avtar med kvadraten på avståndet.



LITTERATUR

- Bone, E. (2015). *Lätta fakta om jordbävningar och tsunamis*. Berghs förlag.
 Ulin, B. (2003). *Matematik och musik* Ekelunds förlag.
 Wallenquist, Å. (1958). *Astronomi*. Svenska bokförlaget.