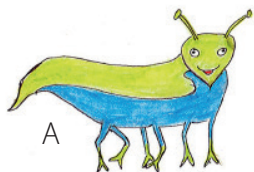


Finns det donkar i Karlstad?



I Nämnares artikelserie om elever särbegåvade i matematik skrev en av författarna för precis ett år sedan om ett skolutvecklingsprojekt i Karlstad. I följande text och på Uppslaget får vi ta del av en av de kreativa och utmanande uppgifter som utvecklades i projektet. Här som något omskrivna utdrag från den projektrapport som beräknas vara klar under våren 2018.



Den uppgift vi vill presentera, och som följer som ett Uppslag, är inspirerad av en uppgift i *Multimatte*. Det är en av de friare uppgifterna som vi har använt och tillsammans utvecklat i vårt skolutvecklingsprojekt. I projektet utvecklade vi den för åk 1–3, men den är även testad med gott resultat för elever upp till åk 6. Utifrån förutbestämda egenskaper ska eleverna avgöra vilka figurer som är respektive inte är donkar. Slå gärna upp Uppslaget och titta på uppgiften innan du fortsätter din läsning.

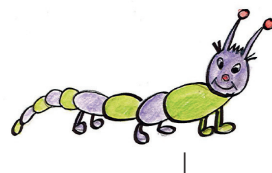
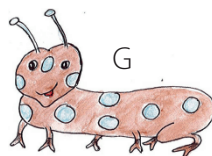
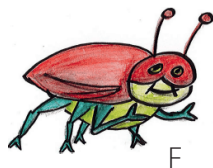
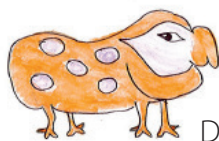
Matematiskt innehåll och lösningsförslag

Den förmåga som tydligast framträder i donkuppgiften är att föra och följa resonemang. De centrala innehåll i matematikkursplanen som vi främst har kopplat till är:

- ♦ Hur enkla mönster i talföljder och geometriska mönster kan konstrueras, beskrivas och uttryckas.
- ♦ Matematisk formulering av frågeställningar utifrån enkla vardagliga situationer.

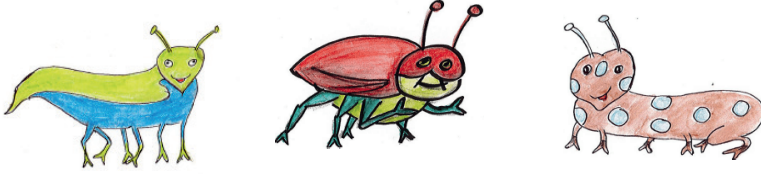
Eftersom var och en av eleverna skapar sina egna donkar är det omöjligt att konstruera ett facit. Uppgiftens öppenhet är troligtvis en av orsakerna till varför den är så genialisk och fungerar mycket bra för de flesta elever, oavsett om de är i matematiksvårigheter eller om de är särskilt begåvade i matematik. Här följer ett exempel på ett möjligt sätt att lösa uppgiften:

En donk har sex ben *och* två tår på varje fot *och* två antenner.

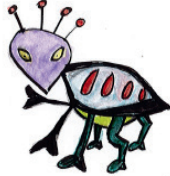


Det leder till att:

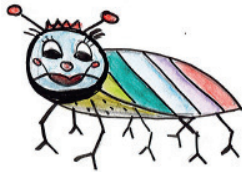
- ◇ Figur A uppfyller alla krav, vilket även figur F och G med säkerhet gör.



- ◇ Figur C är inte en donk därför att den har fyra antenner.

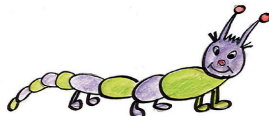


- ◇ Figur E är inte en donk därför att den har fler än sex ben, även om den har två tår på varje fot och två antenner.



- ◇ Figur E hade också varit en donk, om det första 'och'-et i egenskaper för en donk ändrats till ett 'eller'. Det vill säga om egenskaperna för en donk hade varit: en donk har sex ben *eller* två tår på varje fot *och* två antenner.

Det kan gömma sig egenskaper som inte syns så följande kan också vara en donk. Figur I verkar ha skor på sig så vi ser inte om hen har två tår eller inte.



Egenskaper som inte syns kan vara:

- ◇ hår under en mössa
- ◇ antenner under en keps
- ◇ prickar, respektive färg, på den sida av kroppen som inte syns.

Med konkreta tredimensionella figurer går det naturligtvis bättre att avgöra om en figur är en donk eller ej utifrån de av eleven uppsatta egenskaperna. Nästa steg är att undersöka hur resultatet ändras om ordet 'och' byts mot ett 'eller'. Är det möjligt att göra så att alla blir donkar?

Didaktiska och pedagogiska kommentarer

Det är lätt att tro att denna uppgift är enkel och att eleverna blir självgående. För att den ska bli det krävs att begrepp som kan vara svåra först reds ut. Speciellt gäller detta begreppet egenskaper. Vissa elever hittade på alldeles för många egenskaper och/eller mycket långsökta egenskaper. Detta gjorde att det blev svårt för en del elever att förstå varför en figur var en donk och en annan inte var det. Begränsa till maximalt 2–3 egenskaper. Ett alternativ eller komplement kan vara att arbeta med begreppet egenskaper i andra sammanhang, exempelvis som adjektiv på en språklektion, innan donkuppgiften introduceras.

Eleverna tyckte det var roligt att hitta på egna donkar. Med den öppenhet som uppgiften har blev elevernas lösningar och arbetssätt olika. Både goda och mindre goda exempel på egenskaper som fungerade eller inte fungerade lyftes vid den första lektionens avslutande diskussion. Vi ser stora möjligheter till samarbete med de estetiska ämnena, t ex kan donkar skapas i olika material och/eller tecknas och målas fantasifullt. Varje elev har full rätt att kalla sin skapelse en donk, bara hen kan ange vilka egenskaper det är som gör att skapelsen är en donk.

I projektet har vi inte använt oss av digitala verktyg för att arbeta med uppgiften, men vi ser att det finns goda möjligheter att använda till exempel Minecraft, Geogebra eller liknande för att skapa donkar.

Som ytterligare fördjupning ger uppgiften möjlighet att diskutera prioriteringsregler. Vad händer om vi till exempel sätter i parenteser på olika ställen i 'och'/eller'-satserna? Det går också att diskutera om man egentligen borde sätta in ordet 'exakt' i egenskaperna, exakt sex ben, exakt två antenner etcetera.

Donkar blir fjonkar

Vi rekommenderar att använda minst två pass till uppgiften, där eleverna får skapa egna figurer under det andra passet. Det andra passet inledde vi med en återkoppling till begreppet egenskaper relaterat till de donkar som diskuterades vid det första passet. En lärare introducerade andra passet tillsammans med en kollega som direkt fick lämna rummet. Läraren visade eleverna vad de själva skulle få göra genom att inför barnen skapa en ny samling figurer med enkla medel. Detta gjordes på en likadan "donkmall" i A3-format som barnen sedan fick. Figurerna kallade läraren nu för fjonkar och de hade två egenskaper i kombination där ordet 'och' användes. På mallen fanns även några figurer som inte var fjonkar. Kollegan fick sedan komma in och försöka lista ut vilka egenskaper som gäller för en fjonk.

Därefter fick eleverna samma mall för att skapa sina egna speciella figurer med särskilda egenskaper. Egenskaperna får gärna vara geniala, men som sagt inte för många. Det andra passet upplevdes som mycket stimulerande för alla elever, men även för lärarna. Som avslutning fick eleverna ordna en utställning där de fick titta på varandras figurer och försöka lista ut vilka egenskaper de hade. Halva gruppen fick först promenera runt medan halva gruppen stod kvar vid sina figurer. Därefter bytte de. Att arbeta med resultat som ska visas för en riktig publik är något som poängteras som viktigt för särskilt begåvade elever och det var tydligt att de blev motiverade och ansträngde sig för att göra ett bra arbete. Vi tror att det kan vara viktigt och roligt även för alla andra elever.

Detta är en uppgift där eleverna kan arbeta enskilt eller i par, allt efter vad läraren ser passar respektive elev bäst. Vi vill poängtera att uppgiften lämpar sig speciellt för att låta de särskilt begåvade eleverna få arbeta enskilt och använda sin kreativitet fritt, vilket de enligt Karen Rogers ibland behöver ges möjlighet till.

För att hjälpa eleverna att fördjupa sina kunskaper använde vi frågor att ställa till eleverna när de arbetar med uppgiften. Frågorna är, förutom att fördjupa den matematiska kunskapen, också tänkta att stimulera elevernas högre tänkande enligt Blooms reviderade taxonomi. Naturligtvis väljs den fråga, eller de frågor, som passar bäst för stunden i mötet med respektive elev.

- ◇ Vad händer om du byter ut *ett* 'och' i din dokumentation mot ordet 'eller'?
- ◇ Vad händer om du byter ut *alla* dina 'och' mot ordet 'eller'?
- ◇ Stämmer de dokumenterade egenskaperna på en donk med de donkar du har konstruerat?
- ◇ Kan en donk ha egenskaper som inte syns?

Rapport klar under våren 2018

I rapporten *Med rätt att utmanas – en rapport om ett tvåårigt skolutvecklingsprojekt kring undervisning av matematiskt begåvade elever* beskriver vi hur vi arbetade i projektet för att analysera och utveckla de sammanlagt tio uppgifter som är ett resultat av projektet. Donkarna är en av dessa och det som presenteras här om dem kan ses som ett axplock av hela arbetet kring uppgiften.

Förutom rapporten som kommer att publiceras på Karlstads kommuns webbplats presenterar David Sjöo och Sara Melcher även Donkarna på en workshop på årets Matematikbiennal i Karlstad.



LITTERATUR

- Airasian, P.W. m fl. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. New York: Longman.
- Mellroth, E. (2017). *Med rätt att utmanas i en skola för alla*. Nämnaren 2017:1.
- Olsson, I., Forsbäck, M. & Mårtensson, A. (1999). *Multimatte: Problemlösning*. B. Natur & Kultur Läromedel.
- Rogers, K. B. (2007). Lessons learned about educating the gifted and talented: A synthesis of the research on educational practice. *Gifted Child Quarterly*, 51(4), 382–396.