

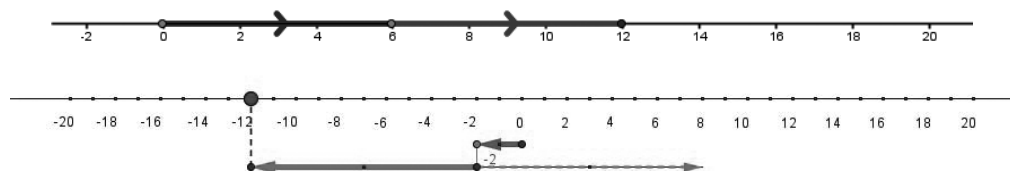
Samspelet mellan algebra och geometri

GeoGebra är ett program som bland annat kan hantera algebra och geometri. Programmet är gratis, plattformsoberoende och finns översatt till ett flertal språk. Det kan användas på hela grund- och gymnasieskolan.

Länge ansågs geometrin vara den viktigaste delen av skolans matematik, men från mitten av 1800-talet har det i Sverige funnits två viktiga delar av matematik: algebra och geometri. Om man studerar datorprogram inom dessa områden, finner man att de i allmänhet är konstruerade för ett av dem. Så kallade Computer Algebra Systems (CAS) fokuserar på manipulationer av algebraiska uttryck medan så kallade dynamiska geometriprogram fokuserar på relationer mellan punkter, sträckor, cirklar och andra geometriska objekt. Såväl CAS som dynamisk geometri finns idag också inbyggd i de mer sofistikerade miniräknarna. De mest välkända programpaketen för dynamisk geometri är troligtvis The Geometer's Sketchpad och Cabri Géomètre. I Nämnaren har Lingefjärd & Holmquist

(2005) samt Lingefjärd & Norman (2006) skrivit om användningen av The Geometer's Sketchpad vid lärarutbildning i matematik.

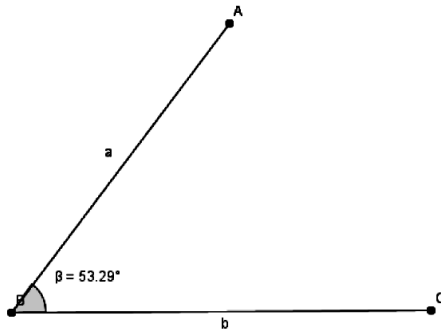
I den här artikeln tänkte jag koncentrera mig på ett relativt nytt program vid namn GeoGebra. Det är skapat av Markus Hohenwarter och binder på ett fascinerande sätt ihop algebra, geometri och grundläggande infinitesimalkalkyl (derivata och integraler). GeoGebra är ett dynamiskt geometrisystem i vilket man arbetar med punkter, sträckor, vektorer, cirklar, kägelsnitt och så vidare. Men det ovanliga är att ekvationer och punktkoordinater också kan matas in direkt i en kommandotolk. Därefter kan man antingen påverka koordinaterna genom att flytta det geometriska objektet eller flytta det geometriska objektet genom att ändra på det algebraiska uttrycket.



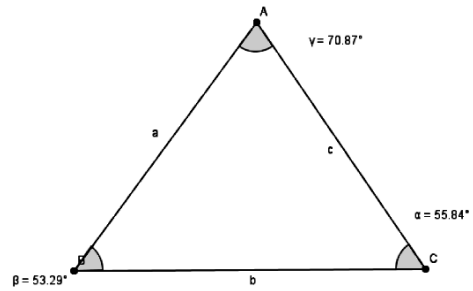
Figurerna ovan illustrerar hur man kan visa operationerna $6 + 6 = 12$ samt $-2 - 10 = -12$

GeoGebra har en enkel CAS-tolk i bakgrunden som kan hantera variabler för tal, vektorer och geometriska objekt. Den kan också beräkna derivator och integraler och har kommandon som Rot eller Extrempunkt samtidigt som man kan flytta omkring en tredjegradskurva och se hur alla koordinater räknas om. Dessa två utgångspunkter är det unika med GeoGebra, det faktum att ett uttryck i algebrafönstret korresponderar simultant med ett objekt i geometrifönstret och vice versa. Även om GeoGebra har utvecklats för gymnasieskolan, så kan det definitivt användas både för grundskolans tidiga år (se exempel) och för inledande universitetskurser. Det kanske mest intressanta är att det är Javabaserat, det vill säga plattformsoberoende och att det är gratis! Programmet kan hämtas från GeoGebras webbplats på adressen www.geogebra.org/.

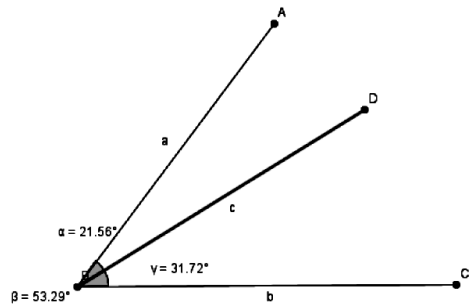
Det brukar gå snabbt att komma in i GeoGebra och vi ska börja med att använda den geometriska delen av programmet. Vi vill låta eleverna bekanta sig med vinkelbegreppet. Man behöver bara sätta ut tre punkter och använda sig av verktyget Vinkel för att åstadkomma följande resultat som naturligtvis är dynamiskt i GeoGebra, se Figur 1.



Därefter kan eleverna få undersöka denna situation utifrån eget gottfinnande. De kan tex utveckla konstruktionen i Figur 1 till konstruktionen i Figur 2 eller Figur 3.



Figur 2.

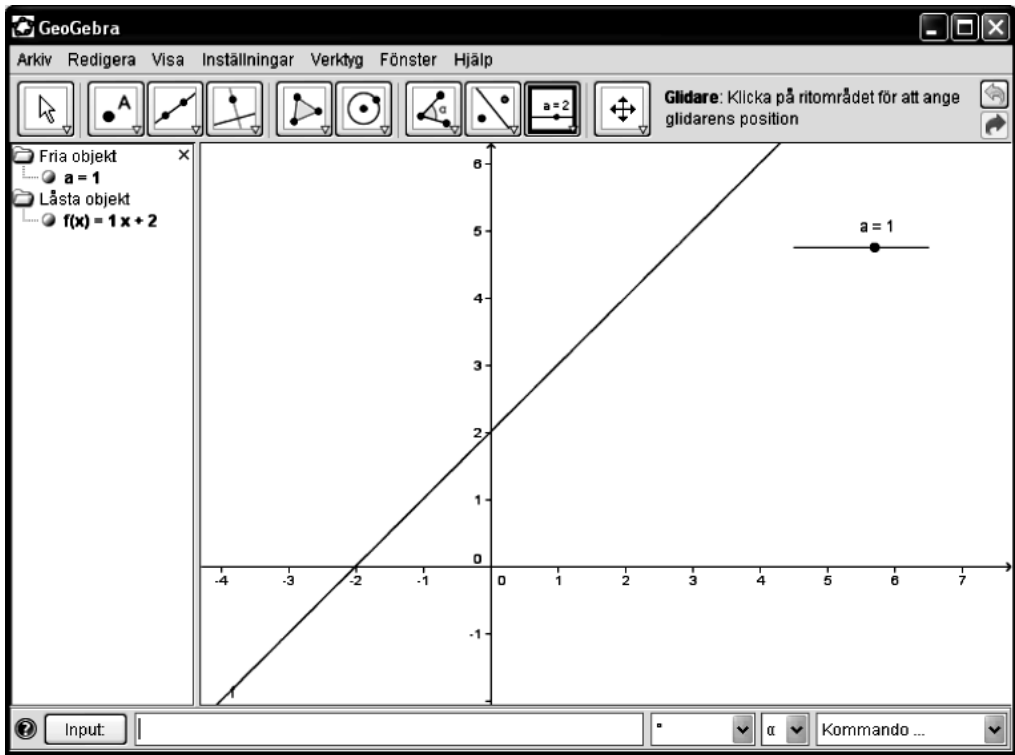


Figur 3.

Därefter kan man rensa fönstret genom att antingen ta bort alla objekt eller välja Nytt. När man har en helt ren arbetsyta framför sig kan man definiera en så kallad Glidare som finns i övre menyraden. När man klickar på den bör man få samma bild som nedan:



Klicka på Verkställ, gå ner och klicka i kommandotolken och mata in $f(x) = a \cdot x + 2$. Man bör få följande bild:



Klicka nu uppe i det vänstra hörnet, där det finns en pil, så att markören också ändras till en pil. Då kan man dra i den svarta punkten på Glidaren och se hur linjen ändrar läge. Observera att det algebraiska uttrycket förändras samtidigt.

Nu ska vi ta ett stort matematiskt steg genom att högerklicka på vår funktion uppe under Låsta objekt och därefter omdefiniera vår funktion enligt bilden.

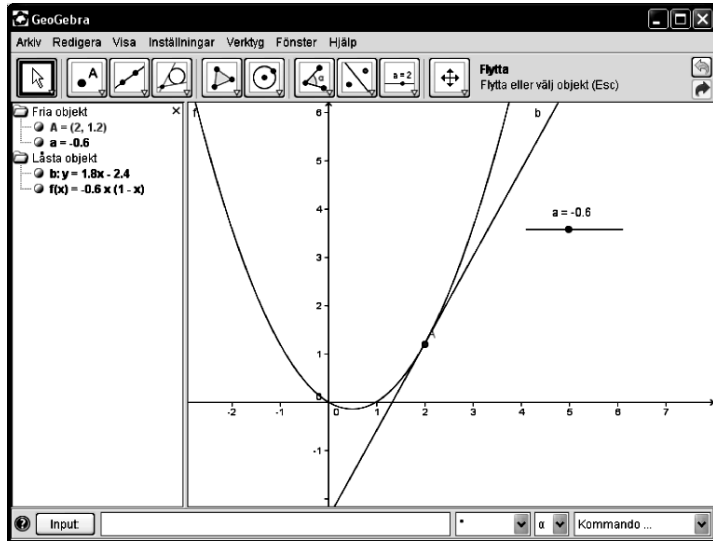


Testa med att dra Glidaren fram och tillbaka och se hur grafen ändrar utseende.

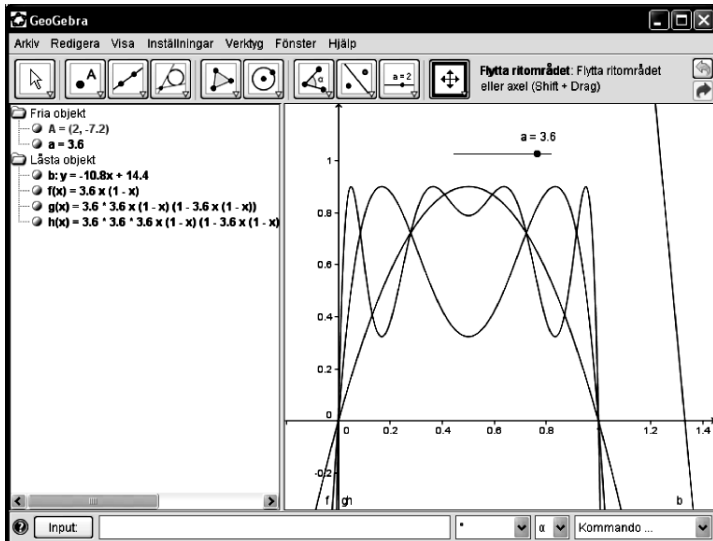
Nu ska vi lägga till en punkt på vår kurva. Det gör vi med verktyget \bullet A.

Dra därefter en tangent till kurvan genom just punkten A genom att använda verktyget Δ .

Lägg märke till att GeoGebra också gav en ekvation för tangenten.



Genom att skriva in $f(f(x))$ och $f(f(f(x)))$ samt ändra värdet på glidaren så får vi också en vacker illustration av hur lätt det är att med GeoGebra exemplifiera inledande kaosteori.



LITTERATUR

- Lingefjärd, T. & Holmquist, M. (2005). Dynamisk geometri – nytt inspirerande sätt att lära geometri. *Nämnan* (32)4, 34–35.
- Lingefjärd, T. & Norman, V. (2006). Ett undersökande arbetssätt i geometri. *Nämnan* (33)1, 42–44.