

Sagt & gjort

Hur en kub kan bli en hexagon

Matematiklärarföreningen i Danmark arrangerar *Matematikkens dag* och tar varje år fram en bok som innehåller aktiviteter till det aktuella temat. I början av hösten genomförs en konferens där lärare ges möjlighet att fördjupa sitt kunnande inför dagen som infaller i november. I år heter temat *Matematik i håndværket – håndværket i matematikken*. Exempel på tidigare teman är *Energi i matematikken*, *Sund matematik*, *Universet* och *Programmering og kod*. Temat för nästa år är *Verdensmålene*, alltså FN:s 17 globala mål för hållbar utveckling.



På en workshop på årets lärarkonferens visades, lite i förbifarten, en aktivitet som i all sin enkelhet var fascinerande. Med en tom mjölkkartong (äterbruk!), sax och tejp tillverkades en kub som enkelt kunde vikas bland annat till en hexagon. Men innan vi kommer till "gör så här" tål det att fundera på vilken matematik som aktiviteten kan rymma.

Aktivitet som väcker frågor

När en kub omvandlas till en hexagon så handlar det om olika dimensioner. Redan i denna mening ryms mycket som går att fördjupa på matematiklektioner. Vad är egentligen en kub? En hexagon? Vad har de för egenskaper? När i vardagen är det bra att ha dessa kunskaper? Hur kan en kub eller hexagon tillverkas? Och varför är det bra att kunna en del om dimensioner? Detta är bara några av alla frågor som både elever och lärare kan ställa. Erfarna matematiklärare vet dessutom vilka svårigheter som brukar förekomma i relation till dessa frågor och kan förebygga att missuppfattningar uppstår.

Dimension

Om vi startar med ordet 'dimension' så kan det betyda att ett antal värden behövs för att bestämma läget för en punkt inom ett geometriskt objekt, som mått i längd, bredd och/eller höjd.

En linje har en dimension, ett plan har två och en kropp tre dimensioner. För elever i grundskolan kan detta, och en eventuell diskussion om punkten som dimension noll, var fullt tillräckligt att lära sig hantera. God förståelse för dimensioner kan exempelvis underlätta vid enhetsbyten.

För elever som behöver extra utmaningar kan det vara intressant att gå vidare till fyra dimensioner och titta på en hyperkub. Läs mer i Uppslaget *Hyperkuber* av Tomas Bergqvist, Nämnaren 2003:1, *En glimt av Mr Mxyzptlks värld* av Per-Eskil Persson, Nämnaren 2008:1 och *Hvor mange kanter har en firedimensjonal terning?* av Frode Rønning, Nämnaren 2009:3.

Vad är en kub?

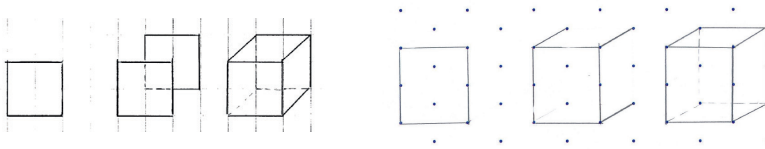
Ordet 'kub' kommer från grekiskans *kýbos* som betyder tärning och det är vanligt att elever förklarar att "en kub ser ut som en tärning". I olika uppslagsverk

ges något skilda sätt att definiera en kub och sammantaget innehåller definitionerna många ord som elever kan undersöka den exakta meningen med. En kub kan exempelvis beskrivas som:

- ◊ en regelbunden hexaeder, dvs en polyeder som begränsas av sex kvadratområden
- ◊ en rymdgeometrisk figur med sex kvadratiska sidor
- ◊ en parallelepiped vars alla sidor är kvadrater
- ◊ ett rätblock vars alla kanter är lika långa.

'Kub' kan också uppfattas som den produkt som uppkommer när ett tal multipliceras med sig självt två gånger: kuben av 3 är 27, dvs $3 \cdot 3 \cdot 3$, med andra ord tre dimensioner. Kopplingen mellan teori och praktik är nära eftersom en kub med sidlängden 3 kan delas i 27 mindre kuber.

Elever kan relatera till olika kuber i vardagslivet: iskuber i saften (även om de oftast egentligen har en annan form), Rubriks kub och kubiska byggklossar. De vet också att vattenförbrukning anges i kubikmeter liksom att jord och sand köps i kubikmeter. I matematikundervisningen använder de centikuber och multilinkkuber och förhoppningsvis får de bygga en egen kubikmeter av käppar eller ihoprullade tidningssidor. Många elever tycker det är svårt att rita en kub. De tre dimensionerna kräver kunnande om perspektivritning när den tredimensionella kuben ska överföras till det tvådimensionella papperet.



Med utgångspunkt i en kvadrat går det att ta två olika vägar till en kub. 1: Rita den bakre kvadraten och bind samman de båda kvadraterna. 2: Rita linjerna som representerar sidornas kanter och komplettera sedan med den bakre kvadraten.

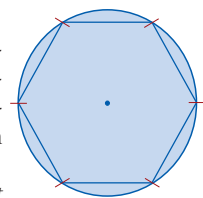
Vad är en hexagon?

Ordet 'hexagon' kommer från grekiskans *hexa* = sex och *gōnía* = hörn. En hexagon är en plan geometrisk figur som begränsas av sex sidor, alternativt uttryckt så är en sexhörning en polygon som består av sex linjestycken, vilka bildar en sluten kurva. Vinkelsumman i en hexagon är 720° och varje hörn i en regelbunden hexagon har alltså innervinklar som var och en är 120° .

Elever kan kanske inte lika snabbt, jämfört med en diskussion om kuben, tala om vad de har i sin omgivning som består av hexagoner. Efter lite gemensamt tankearbete brukar bivaxkakor och snöflingor komma på tal. Många gånger klipps snöflingorna i papper som har vikts så det blir fyra eller åtta uddar, vilket är enklare men inte helt korrekt. Varför inte passa på och öva konstruktion av en regelbunden sexhörning med hjälp av passare och linjal.

Börja med att rita en cirkel. Diametern kommer att utgöra avståndet mellan två motstående spetsar i snöflingan. Att det sen är mycket enkelt att konstruera en sexhörning beror på att cirkelns radie går precis sex gånger i hexagonens omkrets. Avsätt sex märken längs cirkelns omkrets och bind samman dem med räta linjer.

För den som vill fördjupa sig i teori om snöflingor är *Klart som kristall att varje flinga är unik* av Karin Bojs, Nämnaren 2011:1, intressant läsning.



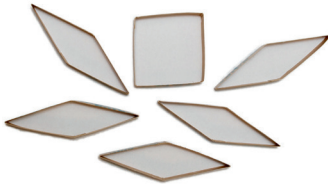
Kartongkub

Nu ska ni få undersöka hur en kub kan bli en hexagon.



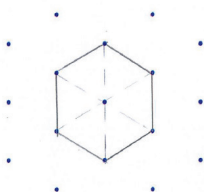
Material

Mjölk- eller juicekartong med kvadratisk botten, linjal eller vinkelhake, sax och tejp.



Gör så här

1. Klipp bort botten och toppen av kartongen och släng dem i återvinningslådan.
2. Platta till den återstående delen och klipp jämnt i ena kanten.
3. Märk ut 1,5 centimeter från den tilljämnade kanten och klipp.
4. Upprepa och klipp så det blir sex remsor som kan formas till kvadrater.
5. Tejpa samman på både ut- och insida. Var noga!
6. Vik samman kuben så det blir en hexagon. Försök förklara vad som händer!
7. Vilka andra figurer går att få fram?
8. På vilket sätt kan skissen på prickpappret vara en hjälp för att förklara hur en kub kan omformas till en hexagon?



En extrauppgift finns på Strävorna 2C6C Måla kuber

