

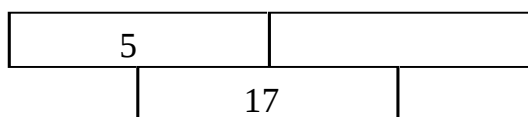
# UPPSLAGET

## Algebra för alla

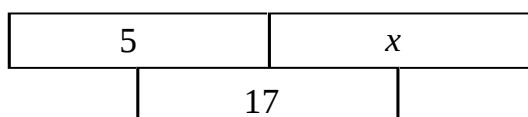
Exemplen är hämtade från boken *Algebra för alla*. Bakom titeln ligger tanken att alla lärare som arbetar med matematik i grundskola och gymnasieskola ska ha glädje av algebran och målet att alla elever ska möta matematikens generaliserande kraft. I boken är de flesta exemplen utförligt kommenterade. Se även sidan 25.

### Exempel 9 Bottental, s 56

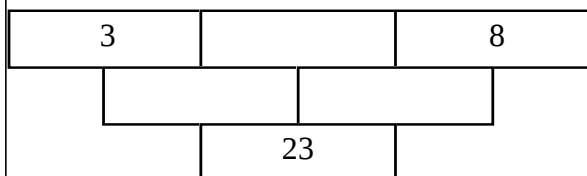
Denna situation kan uttryckas ”fem plus någonting är sjutton”.



Genom att namnge det ”gömda talet” i rutan med  $x$  kan figurens samband uttryckas i matematisk form.



Man får ekvationen  $5 + x = 17$ , som inte motiverar introduktion av en formell lösningsmetod. För detta krävs att situationen är så pass komplex att det är svårt att hitta det gömda eller okända talet genom att ”se” eller ”räkna baklänges”. Detta kan åstadkommas genom användning av fler våningar.



### Exempel 28, s 74

a) Johan tänker skaffa mobiltelefon. Han tvekar mellan två olika abonnemang.  
A Fast månadskostnad: 250 kr.  
Kostnad per markering: 2 kr.  
B Fast månadskostnad: 150 kr.  
Kostnad per markering: 3 kr.  
Redogör för vilket abonnemang som är mest fördelaktigt för Johan.

### Exempel 2, s 52

Sök två tal som tillsammans är lika mycket som  $5 + 4$ :

$$5 + 4 = \_ + \_$$

Observera att det finns många lösningar ( $1 + 8$ ,  $6 + 3$  osv), vilket betyder att man som elev inte behöver sluta tänka bara för att någon annan har givit sitt svar (som på uppgiften  $5 + 4 = \_$ ).

### Exempel 3

Se 12 gånger 2 som en subtraktion mellan två tal:

$$12 \cdot 2 = \_ - \_$$

Vad ska subtraheras från 16 respektive från 20 så att resultatet blir lika?

$$16 - \_ = 20 - \_$$

### Exempel 13 Talmagi 1, s 95

Ta tre (naturliga) tal i följd. Dra från det mellersta talets kvadrat produkten av de andra två talen. Resultat? Välj tre nya tal och gör samma sak. Slutsats? Övertyga dig själv om att din slutsats stämmer för alla tal!

Ta 7, 8 och 9.

$$\text{Då fås } 8^2 - 7 \cdot 9 = 64 - 63 = 1.$$

Ta 21, 22 och 23.

$$\text{Då fås } 22^2 - 21 \cdot 23 = 484 - 483 = 1.$$

Det verkar som det alltid blir 1. Om man kallar det mellersta talet  $n$  är de andra två talen  $n - 1$  respektive  $n + 1$ . Man får då  $n^2 - (n - 1)(n + 1) = n^2 - (n^2 - 1) = 1$ .

### Exempel 3 Slottet, s 38

I ett slott fanns det 26 stycken ljusstakar, en del sjuarmade och resten fyraarmade. En gång när betjänten tände alla ljusen räknade han dem och fick det till 128 ljus. Hur många av ljusstakarna var sjuarmade?

Arbeta i smågrupper. Låt grupperna redovisa sina lösningar på tavlan, och låt andra grupper bedöma – är lösningen riktig? Enkel? Krånglig? Snygg?

Det är troligt att grupperna använder olika lösningsmetoder. Låt diskussionen leda fram till tre sätt att lösa detta, och andra, problem: Numeriskt resonerande med tabell, grafiskt-numeriskt med figur samt algebraiskt med ekvation eller ekvationssystem. Tillgång till och kunnande om olika representationsformer ökar möjligheten att förstå problemets struktur.

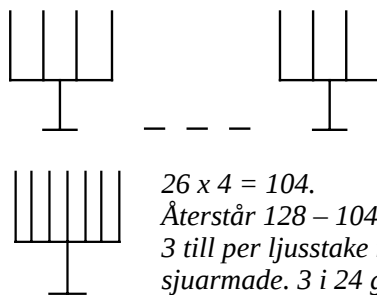
#### Numeriskt resonerande

Gör en tabell där man med systematisk provning hittar lösningen:

| Antal<br>4-armade | Antal<br>7-armade | Antal<br>ljus    |
|-------------------|-------------------|------------------|
| 10                | 16                | $40 + 112 = 152$ |
| 12                | 14                | $48 + 98 = 146$  |
| 14                | 12                | $56 + 84 = 140$  |
| 16                | 10                | $64 + 70 = 134$  |
| 18                | 8                 | $72 + 56 = 128$  |
| Stämmer!          |                   |                  |

#### Bildmässigt-numeriskt resonemang

Alla ljusstakar har minst 4 armar. Detta ger totalt  $26 \cdot 4 = 104$  armar. Då återstår  $128 - 104 = 24$  armar. Då måste det finnas  $24 / 3 = 8$  sjuarmade ljusstakar. En del elever "ser" ljusstakarna utan att rita. Andra ritar en figur:



#### Algebraiskt

Låt  $x$  vara antalet sjuarmade ljusstakar. Då finns det  $26 - x$  fyraarmade ljusstakar, vilket ger följande ekvation för totala antalet ljus.

$$7 \cdot x + 4 \cdot (26 - x) = 128$$

$$7x + 104 - 4x = 128$$

$$3x = 24$$

$$x = 8$$

Väljer man istället att kalla antalet fyraarmade ljusstakar för  $x$  fås ekvationen:

$$4 \cdot x + 7 \cdot (26 - x) = 128, \text{ vilket ger}$$

$$182 - 3x = 128$$

$$3x = 54$$

$$x = 18$$

Genom att se båda dessa varianter får eleven möjlighet att tänka efter hur ekvationer ska tolkas, att han / hon själv bestämmer vad  $x$  ska stå för, men att man då också måste tolka svaret riktigt.

Exemplet är också användbart vid arbete med ekvationssystem. Om  $x$  är antalet fyraarmade och  $y$  antalet sjuarmade ljusstakar översätts problemtexten till ekvationerna:

$$\begin{cases} x + y = 26 \\ x \cdot 4 + y \cdot 7 = 128 \end{cases}$$

Ekvationssystemet kan lösas algebraiskt med symbolmanipulering eller grafiskt genom avläsning av skärningspunkten mellan två räta linjer i ett koordinatsystem.

Boken kan beställas från:  
Nämnnaren, Box 1010, 431 26 Mölndal  
Tel: 031 - 773 22 03, Peter Brandt  
Fax: 031 - 27 96 28  
E-post: Namnaren@ped.gu.se