

Ensam hemma

– om vikten av problemlösning

I filmen *Ensam hemma* hamnar åttaårige Kevin i en situation som kräver råddiga ingripanden och finurlig problemlösning. Att vara kreativ och nytänkande är egenskaper dagens skolelever högst sannolikt kommer att ha god användning för i framtidens samhälle. Artikelns författare diskuterar utifrån denna bakgrund varför problemlösning bör vara i fokus i matematikundervisningen.

Många av oss känner till filmen *Ensam hemma*. Den åttaårige Kevin McCallister lämnas ensam under julen och fångar på ett listigt sätt tjuvarna Harry och Marv som försöker bryta sig in i Kevins hem. Vi skrattar med Kevin när han lägger ut leksaksbilar på golvet och de två tjuvarna faller handlöst och ser dumma ut. Vi skrattar också när Kevin får en färgburk som hänger i ett snöre att träffa Harry och Marv rakt i ansiktet när de är på väg uppför trappan. Den smarta, kreativa och nytänkande pojken Kevin hamnar ofrivilligt i en situation som är ny för honom, och som medför en rad utmaningar. Han har inte varit i en liknande situation förut, men ändå lyckas han överblicka situationen, analysera den och komma på handlingsstrategier som gör att han kan hitta en möjlig lösning.

Utan att dra fler paralleller är Kevins situation karaktäristisk för något vi gärna vill rusta våra barn och unga att klara. I matematikdidaktiska sammanhang skulle vi kalla Kevins handlingar för problemlösning. Kvalificerade gissningar om vad framtiden kommer att medföra pekar på att just problemlösning och kreativitet samt experimenterande och undersökande sätt att angripa problem kommer att vara viktiga kompetenser hos de elever som efter skolgången ska ut och leva i, och forma, framtidens samhälle. Matematik har stor potential att bidra till utvecklingen av en förmåga att hantera nya situationer. Resten av artikelns innehåll och syfte är att beskriva vad problemlösning är och varför det bör vara i fokus i matematikundervisningen.

Uppgiftsdiskurs eller problemlösning

Den här texten utgår från hur problem och problemlösningskompetens beskrivs i det danska KOM-projektet. Där definieras ett matematiskt problem som *en särskild sorts matematisk fråga, nämligen en där en matematisk undersökning är nödvändig för svaret*, i motsats till uppgifter *som kan besvaras genom aktivering av rutinfärdigheter*.

Problemlösning har sin utgångspunkt i ett matematiskt problem, det vill säga ett problem som inte kan lösas genom enbart aktivering av rutinfärdigheter. Det är därför olika vad som är ett problem för den enskilde individen, i motsats till termen uppgift, som har en mer objektiv karaktär på så sätt att

en uppgift inte är beroende av vem som ger eller tar emot den. För en elev i åk 2 kan det till exempel vara ett matematiskt problem att komma fram till hur många 1,5-liters flaskor med läsk som ska köpas till klassfesten, om vi räknar med att alla 26 som kommer till festen dricker en halv liter var. För de flesta som läser den här artikeln är det inte ett matematiskt problem, eftersom enkla rutinfärdigheter kan användas för att komma fram till svaret.

Uppgiftsdiskursen är vanlig i ett traditionellt matematikklassrum, där det didaktiska kontraktet karakteriseras av att

- ◇ ordningsföljden, progressionen och organiseringen av innehållet ofta görs av det valda läromedlet
- ◇ läraren har grundliga genomgångar av de metoder och algoritmer som presenteras i läroboken och som eleverna förväntas kunna använda i uppgiftslösningen
- ◇ läraren endast delar ut uppgifter som eleverna på förhand har fått verktyg för att lösa
- ◇ elevernas inlärnin g bedöms enbart utifrån om de kan lösa de utdelade uppgifterna.

I en matematikundervisning dominerad av uppgiftsdiskursen lämnas inte så stor plats till problemlösning och undersökande moment. Särskilt tydligt blir det när vi fokuserar på att läraren alltid går igenom nytt material först och att eleverna bara förväntas lösa uppgifter som de redan har verktyg för att lösa. Sett i ljuset av att ett matematiskt problem är en ny situation för eleven, som inte omedelbart går att lösa med rutinfärdigheter, är problemlösning en annan typ av aktivitet än den som förekommer i uppgiftsdiskursen. Som kontrast kan undervisning som utgår från problemlösning beskrivas med ord som undersökningsbaserad matematikundervisning, 'inquiry based mathematics education', utveckling av förmågor och användning av matematik. Undersökande matematikundervisning beskrivs i ett aktuellt danskt projekt som en deltagarstyrd metod där utgångspunkten är allmänna öppna frågor eller problemställningar, som eleverna ensamma eller i mindre grupper försöker att hitta en lösning på med hjälp av olika former av undersökningar. Således är matematiska problem en central del av undersökningsbaserad matematikundervisning.

Matematisk problemlösning är, enligt George Pólya (1887–1985), den process där man genom fyra grundläggande delprocesser kommer fram till en lösning på ett givet problem. Delprocesserna är:

- ◇ förstå problemet
- ◇ komma på en plan eller strategi för att lösa problemet
- ◇ utföra planen eller strategin för att lösa problemet
- ◇ tänka igenom både resultatet och strategin.

Problemlösning innebär att eleverna arbetar kreativt med att generera idéer, formulera frågor, ställa och pröva hypoteser, mäta, beräkna, klassificera, förutsäga, resonera, begrunda, kommunicera – allt i olika stor utsträckning beroende på problemet. Dessa processer sker delvis parallellt och delvis återkommande, i rörelse fram och tillbaka mellan delprocesserna tills alla är nöjda med lösningen.

Undervisning som ska utveckla problemlösningskompetenser hos eleverna går inte att beskriva fullständigt, eftersom den kan se ut på många olika sätt. Men problemlösning är, som Frank Lester beskriver det, inte en engångsföreteelse utan ett tänkesätt hos både lärare och elever – den är ett genomgående kännetecken för undervisningen. Den ska förekomma ofta och vid många tillfällen genom skolgången, så att eleverna gradvis blir bättre och säkrare på problemlösningsprocesserna.

Varför problemlösning – nu igen?

Kanske har du som läsare invändningar mot detta fokus på problemlösning – det har vi ju hört förut! Naturligtvis, för uppfattningen av matematik och naturkunskap som naturvetenskapliga ämnen med inneboende undersökande arbetsmetoder har existerat i många år. Den sträcker sig tillbaka till John Dewey (1859–1952) och Maria Montessori (1870–1952), och ännu längre tillbaka till Rousseau, Pestalozzi och Froebel på 1700-talet. Det är alltså inga nya tankar, men ändå har idéerna hamnat i fokus igen under 2000-talet, i ljuset av samhällets utveckling och ökande krav på problemlösningskompetenser. Utifrån vad elever berättar om matematikundervisningen i Danmark visar det sig att ämnets långa tradition av att vara organiserat på ett ganska låst sätt inte har ändrat sig särskilt mycket på många år. Det förefaller som om uppgiftsdiskursen i den traditionella matematikundervisningen fortfarande är aktuell. Samma situation kan vi anta finns även i Sverige.

Exempel på matematiska problem

När elever på mellanstadiet ställs inför utmaningen att av ett A3-ark tillverka en behållare som innehåller så mycket popcorn som möjligt ställs de inför ett matematiskt problem. De flesta kommer inte att ha varit i samma situation förut, och det finns inte någon bestämd algoritm eller metod som kan ge dem svaret. Problemet kräver att de försöker skapa överblick, analysera situationen och hitta möjliga handlingsstrategier som kan leda fram till ett lösningsförslag. I arbetet med problemlösningen blir det tydligt att olika matematiska redskap och insikter är nödvändiga, och om inte eleverna har dessa ger problemet anledning att arbeta mer med till exempel volym och begränsningsarea. Problemet skapar ett behov av ökat ämneskunnande.



Ett annat exempel kan vara att elever på högstadiet ombeds att göra en kvalificerad gissning om hur mycket konstsnö som ska produceras till OS-slombanan och hur mycket det kostar om det ska ligga minst 40 centimeter snö över hela banan. Slombanan ska uppfylla bestämda OS-krav, och eftersom lutningen på berget har betydelse blir trigonometri ett uppenbart och kanske nödvändigt redskap för att lösa problemet. I den här situationen kommer många elever inte att ha stött på trigonometri tidigare, och därför är det lämpligt att ta upp ämnet så att eleverna får den nya teorin och de nya redskap som behövs för att lösa problemet.



Ett tredje exempel skulle kunna vara ett rent matematiskt problem, till exempel att hitta det tal under 10000 som har flest delare.

I de tre exemplen hamnar eleverna i nya situationer där de inte bara kan använda rutinmässiga uträkningar, utan måste överblicka problemet, analysera det, göra val och utveckla handlingsstrategier som kan leda fram till en lösning. Att uppleva nya situationer och skaffa nya erfarenheter är naturligtvis en av förutsättningarna för att utveckla förmågan att använda problemlösning i nya situationer.

Varför problemlösning i matematikundervisningen?

Argumenten för att fokusera mer på problemlösning är många. Här nämns fyra som sträcker sig från den enskilde elevens upplevelse av matematikundervisningen till samhällets behov av arbetskraft och demokratisk utbildning. Det finns alldeles säkert ännu fler och de kan nyanseras ytterligare, så det här ska ses som en överblick över några av orsakerna till att det är viktigt att arbeta mer systematiskt och genomgripande med problemlösning.

Problemlösning kan ge ökad motivation

Många elever och vuxna har en komplicerad relation till matematik. Somliga betraktar matematik som ett ämne som de förstår sig på och kan använda till något, andra upplever att de inte förstår och ser det som ett oanvändbart ämne, utan koppling till världen utanför skolan. Genom att få arbeta med matematiska problem som har med världen utanför matematiken att göra, kan elever

uppleva att matematik faktiskt är ett ämne som kan användas till att lösa problem i världen de lever i. Det kan vara riktiga problem eller problem som har anpassats för att kunna lösas i skolmiljön. Samtidigt kommer öppna problemlösningsprocesser att ge fler elever möjlighet att bidra och uppleva att deras eget perspektiv är användbart i matematikundervisningen. Vuxna och elever kan lätt få uppfattningen att en person antingen har ett matematikhuvud och förstår matematik, eller inte har det. Problemlösningsprocesser motsäger denna uppfattning genom att säkerställa att lösningar kan hittas på många olika sätt, och att resultatet beror på de valda metoderna. Det handlar därför inte bara om att komma fram till ett särskilt svar, utan att finna ett svar som är ett resultat av de valda lösningsmetoderna. När elever upplever att matematik är relevant som problemlösningsverktyg och att de själva faktiskt kan bidra i matematikundervisningen, påverkar det naturligtvis motivationen och lusten för ämnet på ett positivt sätt. Det kan sättas i kontrast till berättelser om de rakt motsatta upplevelserna i en undervisning präglad av uppgiftsdiskursen.

Problemlösning kan få fler elever att välja matematik

Många studier pekar på att undersöknings- och problembaserad matematik bidrar till att ge elever goda upplevelser av ämnet, och att fler elever lär sig mer än i uppgiftsdiskursen. Med tanke på hur viktigt just matematik – och relaterade ämnen som teknik, naturkunskap och programmering – är och förväntas bli under de kommande åren, är elevers dåliga upplevelser och bortval av matematik inte bara ett personligt problem för den enskilde eleven. Det blir också snabbt ett samhällsproblem. Kan undersöknings- och problembaserad matematikundervisning plantera positiva upplevelser av ämnet hos fler elever, kommer det sannolikt på sikt att smitta av sig positivt på de ovan nämnda ämnena, även på högre utbildningsnivåer.

Problemlösning kan förbereda eleverna för nya situationer

Allt tyder på att samhället som både barn och vuxna ska agera i har ett allt högre tempo, kräver mer och mer rörelse på olika sätt och generellt kräver allt större beredskap för att hantera nya situationer – som det oundvikligen kommer att uppstå fler och fler av under de kommande åren. När skolan ska rusta elever för det samhället, ska vi bland annat hjälpa dem att utveckla kompetenser som gör att de känner sig redo att hantera nya situationer som de saknar intränade rutinfärdigheter för att lösa. Problemen de kommer att ställas inför är inte av rutinkaraktär. I det här sammanhanget ska och kan problemlösning i matematik bidra till att ge eleverna erfarenhet av att hantera situationer som är nya och som kräver utveckling av överblick, analysredskap och handlingsstrategier, samt förmåga att kombinera färdigheter och kunskap på nya sätt.

Problemlösning kan bidra till att utveckla demokratisk kompetens

Många upplever, och minns mot bakgrund av uppgiftsdiskursen och det tillhörande didaktiska kontraktet, att matematik är ett svartvitt ämne, där svaret är antingen rätt eller fel. Men faktum är att matematik är ett diskussionsämne med många gråzoner, där åsikter kommuniceras med tal och beräkningsmetoder. Ofta uppstår situationer där hypoteser ställs mot ett problem eller olika teorier ställs mot varandra. Matematik är därför viktigt ur ett argumentationsperspektiv. Matematik kan användas i argumentationen till exempel i

argument som: *när en undersökning pekar på att ...*, eller *nya beräkningar visar att ...*, eller *antalet har skjutit i höjden de senaste åren*.

Problemlösningsprocesser kännetecknas bland annat av att eleverna är aktiva beslutsfattare i processen. När de i skolan upplever problemlösningsprocesser där de val de gör påverkar deras resultat och slutsatser, kan eleverna få upp ögonen för att matematik i många sammanhang används i argumentationssyfte, och att argumentationen i hög grad är beroende av vilka val som har gjorts inför beräkningarna. Det kan stärka elevernas kritiska förhållningssätt till den matematik som de dagligen ser i vardagen: på nyheter, i sociala medier och så vidare, och därmed bidra till att hjälpa eleverna att utveckla en demokratisk kompetens.

Eleverna i skolan är inte ensamma hemma

Kevin McCallister var ensam hemma och tvungen att själv hitta på sina problemlösningsstrategier – men så är det inte i skolan. Där är eleverna inte ensamma, och lärarna bör axla ansvaret och fokusera på hur de kan arbeta med problemlösning på olika sätt, så att eleverna på lång sikt utvecklar sin förmåga att behandla och lösa problem. Syftet med den här artikeln är inte att beskriva hur – men det ska sägas att det inte kommer av sig självt. Det är inte lätt att implementera undersöknings- och problembaserad undervisning, och utsagor från lärare pekar på att det kan upplevas som både tidskrävande och utmanande.

Kevin McCallister visste inte att han sysslade med problemlösning när han var ensam hemma. Men det är ett intressant exempel. För barn är i grund och botten problemlösare – de ser världen genom nyfikna och utforskande ögon och alla erfarenheter de får ger dem kunskap om världen de lever i. Så därför handlar det kanske om att hjälpa barnen att hålla fast vid det problemlösande tänkesättet när de kommer till matematikundervisningen, snarare än att lära dem det. De har det faktiskt med sig när de kommer till skolan. Matematik har en – sannolikt utnyttjad och stor – potential att hålla kvar och vidareutveckla denna kompetens hos barn, hos unga och hos vuxna.

LITTERATUR

- Lester, F. (1996). *Problemlösningens natur*. I: Matematik – ett kommunikationsämne. Ahlström, m fl (red). NCM, Göteborgs universitet.
- Niss, M. & Jensen, T.H. (red) (2002). *Kompetencer og matematiklæring*. Uddannelsesstyrelsens temahæfte nr 18, 2002. Undervisningsministeriet.
- Polya, G. (2004, 1. udg. 1945). *How to solve it. A new aspect of mathematical method*. Princeton, NJ: Princeton University Press.