Jöran Petersson

Näringslära med kroppen och knoppen

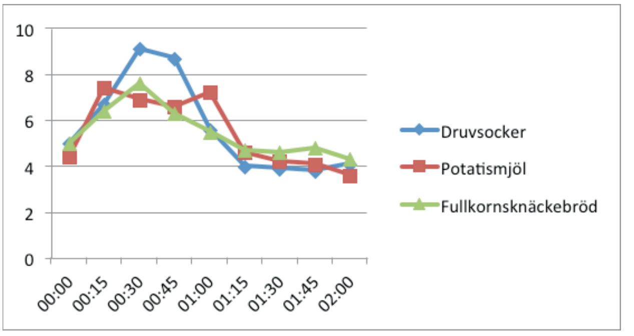
Att experimentera naturvetenskapligt och modellera matematiskt

Denna artikel beskriver hur elever kan göra dels ett konkret experiment av hur blodsockernivån reagerar då olika livsmedel äts och dels en enkel matematisk modell för att simulera mängden socker som då frisätts i blodet.

I *LMNT-nytt* 2018:1 visar Anders Hansson hur man kan lägga upp ett fysiologiskt experiment för att mäta hur blodsockernivån varierar efter ett mellanmål. Vi följer här Hanssons förslag ganska noga; mät blodsockret vid tiden 0, ät sedan ett mellanmål motsvarande 600 kJ, vilket är ungefär en banan eller två kokta ägg, och mät därefter blodsockret var femtonde minut under två timmar. Experimentet kräver alltså tillgång till drygt två timmar sammanhängande tid. Det liknar det som i vården kallas ”glukosbelastning” och som används för att diagnostisera symptom på diabetes. Matematiskt kallas denna form av experiment för ”impulssvar”, vilket betyder att man utsätter ett system (kroppen) för en plötslig händelse (en kort måltid) och sedan ser hur systemet reagerar.

Livsmedel	Vikt i gram (motsvarande 600 kJ)
Druvsocker löst i 5 dl vatten	39
Potatismjöl kokt i 5 dl vatten	44
Fullkornsknäckebröd och 5 dl vatten	41

Vi gör detta experiment med livsmedel som i stort sett bara innehåller kolhydrater eftersom exempelvis fett och proteiner inte påverkar blodsockernivåerna förrän levern har bearbetat dem. På de valda livsmedlens paket får man läsa av näringsvärdet och beräkna vilken mängd som ger 600 kJ. I det beskrivna experimentet erbjöd sig en person att äta de något udda måltiderna i tabellen och det skedde på fastande mage vid tre tillfällen. Efter måltiderna uppmäts blodsockernivåerna och de kan då se ut enligt följande linjediagram:



Uppmätta blodsockernivåer. Linjerna vid nivåerna 4 och 6 markerar normalintervallet på fastande mage och normalintervallet efter måltid är 6–8 millimol/liter.

Vi noterar i diagrammet att särskilt druvsockret ger en ”sockertopp”. Vi kan tolka det som att rikligt med blodsocker frisätts och att kroppen svarar med att frisätta ordentligt med insulin. Det som sedan verkar hända är att blodsockret förbrukas snabbare än insulinet bryts ned, vilket leder till att blodsockernivån redan efter drygt en timme är lägre än vad den var efter en hel natts fasta. Knäckebrödskurvan har ett tydligt lugnare utseende.

Ett experiment i matematik – en simulering

Det finns tre anledningar till att bygga en matematisk modell:

1. för att förstå varför något händer
2. för att förutsäga vad konsekvenserna av en händelse blir
3. för att med kunskaper från punkt 1 och 2 kunna påverka ett förlopp genom att vidta lämpliga åtgärder.

Nu bygger vi en enkel matematisk modell för att beskriva och därmed få hjälp att förstå vad som skedde i experimentet. När vi simulerar med matematiska modeller finns två sätt att beskriva det fenomen vi undersöker. Det ena sättet kallas transparent modellering eller ”white box” och innebär att man använder kända, ofta naturvetenskapliga, samband. Det andra sättet kallas ”black box”-modellering och innebär ofta att man använder styckevis approximation med exempelvis linjära funktioner. En blandning av dessa kallas ”grey box” eller semiempirisk modellering och innebär att man delvis grundar sig på kända samband och delvis på approximativa modeller. Här tittar vi på en semiempirisk modell för mängden socker som frisätts i blodet när vi äter olika typer av livsmedel.

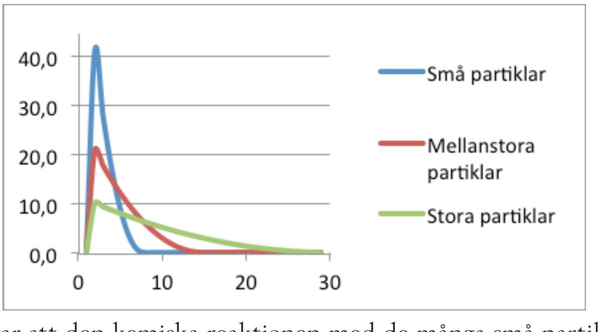
Kemiska reaktioner sker på partiklars ytor och reaktionerna sker antingen av sig självt eller med hjälp av enzymer. Exempelvis spjälkas maten i mag-tarmkanalen till stor del av enzymer som bryter ned längre kolhydratkedjor till korta sockermolekyler som blodet kan ta upp. Vi gör ett antagande enligt black box-modellering att det finns tillräckligt med enzymer för att bearbeta alla partiklars sammanlagda yta. Detta antagande gör att reaktionshastigheten blir direkt proportionell mot ytans storlek. Tänk dig nu att du ska jämföra tre olika fall med samma energiinnehåll men med olika partikelstorlek motsvarande kolhydrater av olika längd, vilket ungefär motsvarar glykemiskt index. Fall 1 är 100 små partiklar som väger 1 mg vardera. Fall två är 10 mellanstora partiklar som väger 10 mg vardera och fall tre är en stor partikel på 100 mg. Vi kan med transparenta modeller i form av geometriska formler och samband mellan densitet, massa och volym beräkna egenskaper hos dessa enligt följande tabell.

	Små partiklar "läsk"	Mellanstora partiklar "vetebulle"	Stora partiklar "knäckebröd"
Antal partiklar per sort	100	10	1
Massa per styck (mg)	1	10	100
Volym (densitet = 1)	1	10	100
Radie (mm)	0,62	1,34	2,88
Ytarea/partikel (mm^2)	4,84	22,5	104
Total ytarea (mm^2)	484	225	104
Energi per volym	1 energienhet	1 energienhet	1 energienhet

I vår modell gör vi ytterligare ett antagande enligt black box-modellering, nämligen att den kemiska reaktionen krymper partiklarnas radie med 0,1 mm per tidsenhet. Notera att vi använder ospecificerade tidsenheter och energienheter. Det gör att vi får ett resultat som beskriver principen för reaktionshastigheten för små och stora partiklar med samma totala energiinnehåll men inte preciserar hur många joule alternativt sockermolekyler som frisätts per sekund. I kalkylbladet nedan har cellerna följande innehåll:

- tidskolumnen ökar 1 enhet i taget
- startvärde för radien är enligt tabellen ovan och sedan enligt formeln =MAX(0;B3-0,1)
- startvärde för reagerad mängd, och därmed simulerad mängd socker som frisätts i blodet, är noll och sedan antal partiklar multiplicerat med skillnaden i volym enligt formeln =100*4*PI()/3*(B3^3-B4^3).

	A	B	C	D
1		**Små partiklar**		
2	Tid	Radie (mm)	Simulerad blodsockernivå	
3	0	0,6	0,0	
4	1	0,5	41,0	
5	2	0,4	27,9	
6	3	0,3	17,3	



Grafen visar att den kemiska reaktionen med de många små partiklarna går fortare då de har en större sammanlagd yta än den stora partikeln. För kroppen motsvarar det en ganska stor skillnad i simulerad mängd socker som frisätts i blodet för våra tänkta livsmedel. Grafen visar också att de insulinproducerande cellerna får arbeta mycket intensivt för livsmedel rika på korta kolhydratkedjor för att hålla blodsockret på lagom nivå, men i en jämn och lagom takt för livsmedel rika på längre kolhydratkedjor.

Diffusionsprocesser i allmänhet

Detta exempel visar att vi med mycket enkla matematiska modeller kvalitativt kan beskriva ganska komplexa fenomen och att dessa modeller ganska enkelt kan simuleras på dator med endast elementära kunskaper i programmering i kalkylblad, Octave eller annat program. Algoritmen består bara av en uppdateringsformel för nästa tidssteg. Datastrukturen är en tabell alternativt vektor med beräkningsresultat för varje beräknad storhet samt index för vilken rad i vektorn man är på – index behövs dock inte i kalkylblad. Även transportfenomen såsom diffusionsprocesser (osmos, spridning av föroreningar m m) och värmeledning kan i sin enklaste form beskrivas som ett flöde av partiklar respektive värmeenergi som är direkt proportionellt mot koncentrationsskillnaden, alltså enligt formeln:

$$\text{nettoflödet} = \text{konstant} \cdot (\text{koncentration i kärl A} - \text{koncentration i kärl B})$$

Proportionalitetskonstanten motsvarar membranets genomsläpplighet respektive materialets isoleringsförmåga. Närmare bestämt drivs flödet av slumpvandring i båda riktningarna. Om det är högre koncentration på ena sidan av ett membran, blir det fler partiklar som går åt ena hållet än åt det andra och det leder till att skillnaden i koncentration minskar. Denna process kan illustreras med en analog slumpmodell på exempelvis följande sätt:

- Starttillstånd: Lägg 10 tärningar till vänster om dig och 90 tärningar till höger om dig. Kasta var hög för sig så att varje tärning visar ett slumpmässigt antal ögon.
- Simuleringssteg: Av de vänstra tärningarna, flytta 10 % av dem som visar minst fyra ögon till höger. Av de högra tärningarna, flytta 10 % av dem som visar högst tre ögon till vänster.

Repetera simuleringssteget några gånger och bokför i en tabell i varje steg hur många tärningar som ligger i varje hög. Ju högre genomsläpplighet membranet har, desto snabbare jämnar skillnaderna ut sig. Vad händer exempelvis om genomsläppligheten är 100 % istället för 10 %?