

Då eleverna räknat ett antal i stort sett likadana algoritmer kommer några tillämpningsuppgifter. Eleverna arbetar således först med formen därefter med innehållet.

Så skriver arbetsgruppen (s 270). Men ibland tycks formen också bli viktigare även i tillämpningarna. Så här kan ett "problem" presenteras med en "ideallösning":

Stina läser en bok på 123 sidor. Hon har läst 87 sidor. Hur många sidor har hon kvar att läsa?
Lösning:

Teckning: 123 sidor – 87 sidor = 36 sidor

$$\begin{array}{r} \text{Uträkning:} \quad 123 \\ \quad \quad \quad - 87 \\ \hline \quad \quad \quad 36 \end{array}$$

Svar: Hon har 36 sidor kvar.

Man kan fråga sig om problemets innehåll för alla elever framstår som det viktiga — eller om det fortfarande är formen? $13 + 23 = 36$ kan ju till exempel framstå som väl så bra som den angivna uppställningens algoritm, för att ge innehåll åt problemets lösning, ett innehåll som också ger anvisning om en god tankeform.

Formen hindrar?

Hur ofta hamnar inte en diskussion om matematikundervisningen i samtal om formen? Hur mycket gäller diskussionerna minnessiffrornas placering, hel mening i svaret — för att nu inte tala om

trappa eller stol för att lösa problemet att dela på en tipsvinst . . . — jämfört med diskussioner om mål och innehåll?

Med den icke ovanliga anvisningen "Ställ upp och räkna ut" — alltså antingen eleven behöver det eller inte — fortsätter många läromedel och därmed lärare att prioritera formen. Det är då en uppenbar risk att eleverna, antingen vi vill det eller inte, uppfattar formen som det viktigaste — jämför den inledande elevrepliken!

Ett litet lärartips: Gör i ordning en liten test av problemuppgifter med text. Ge Din klass provet i två versioner med några veckors mellanrum.

Inled den ena versionen med anvisningen "Ställ upp och räkna ut, skriv svar" (och se till att eleverna har rutat papper). Låt den andra versionen ha anvisningen "Du behöver bara skriva svar". Fundera över resultatet . . .

Först innehåll sedan form . . .

Med tanke på erfarenheten att varje skolförändring tycks vara någon sorts helomvändning, bör det kanske betonas att formen naturligtvis *inte* plötsligt är helt ointressant. "Någon j-a ordning måste det vara i ett parti" blev ett bevingat ord för några år sedan — och någon ordning måste det också vara till exempel i redovisningen av en matematikuppgift. Men först måste det finnas något resonemang att redovisa! Då kan träningen i skriftlig formulering bli meningsfull.

Sedan kan man förstås hänvisa till *Blandaren* för några år sedan:

"Den som menar att innehållet är viktigare än formen har aldrig bränt fingrarna på en ost-sufflé."

Miniräknare löser inte problemen

Vad ska vi räkna "för hand" och vad ska vi räkna med miniräknare? *Bengt Johansson* tar i denna artikel från *Nämnan* 3 82/83 upp både papper- och pennaräknande och användningen av miniräknare, bl a vid problemlösning.

Hur mycket ska vi räkna med papper och penna?

De fyra räknesätten har en mycket dominerande plats i skolans matematikundervisning. Under de första åren arbetar eleverna med de grundläggande tabellerna, huvudräkning och algoritmräkning i addition och subtraktion. Så småningom utvidgas arbetet till att omfatta allt större talområden, minnessiffror, växlingar, additioner med flera

termer, multiplikationer och divisioner, tal i decimalform o s v. Mot slutet av mellanstadiet har uppgifterna nått en betydande komplexitet. När vi nu har tillgång till billiga och effektiva miniräknare måste vi självklart fråga oss vilken omfattning det traditionella papper och penna-arbetet skall ha i grundskolan. Skall vi t ex behålla våra algoritmer i dess nuvarande form?

När våra algoritmer utvecklades var målet att

de skulle vara lätta att lära sig, samtidigt som de skulle vara så generella att i princip varje uppgift inom ett räknesätt kunde lösas med ett och samma förfaringssätt utan alltför mycket besvär. Med miniräknaren som räknetekniskt hjälpmedel har vi idag inte alls samma krav på generalisering. Svårare uppgifter kan ju alltid lösas med hjälp av miniräknare.

Mot denna bakgrund skulle det kanske vara bättre att istället för "trappa" eller "liggande stol" i division nöja sig med vanlig förkortning utan bokföring av varje delsubtraktion. Vid division med ensiffrig nämnare blir dessa subtraktioner inte alltför besvärliga att utföra i huvudet. I additions-, subtraktions- och multiplikationsuppställningarna börjar vi idag att räkna från höger (med de minst intressanta siffrorna först). Här kunde vi istället börja från vänster med de siffror som har störst betydelse för talets storleksordning. Sådana räknerutiner skulle bli ett verkligt gott stöd åt överslagsräkning och huvudräkning som just tar sin utgångspunkt i dessa siffror.

Efter de senaste årens algoritmyten i division är förslagen måhända lite väl djärva, men jag tycker ändå att vi behöver en förutsättningslös diskussion i ämnet.

Problemlösning, räknefärdigheter och Lgr 80

Vi vet att många elever, trots en omfattande färdighetsträning, ännu i slutet av högstadiet inte skaffat sig sådana räknefärdigheter, att de kan lita på dem utanför skolan. I värsta fall har färdighetsträningen i aritmetik varit så omfattande, att eleverna bara hunnit arbeta med ett fåtal vardagsproblem. Den lilla problemlösning som förekommit har kanske innehållit alldeles för svåra uträkningar. Dessa elever kan då varken räkna eller lösa problem när de lämnar grundskolan.

För att råda bot på dessa missförhållanden har man i Lgr 80 betonat problemlösning som det viktigaste huvudmomentet. Undervisningen i aritmetik skall utgå från elevernas förkunskaper. I stället för att arbeta med uppgiftstyper som eleverna har mycket små möjligheter att lära sig behärska med säkerhet, skall man koncentrera sig på grundläggande aritmetik och problemlösning. Problem som kräver uträkningar utöver vad eleverna klarar av måste anstå tills de skaffat sig motsvarande räknefärdigheter.

Men det är naturligtvis inte tillfredsställande att i skolan alltid behöva begränsa problemlösningen till sådana uppgifter som eleverna kan lösa med huvudräkning eller algoritmräkning. Vardagslivets problem tar ju sällan hänsyn till

individens räknefärdigheter och många sådana problem innehåller betydligt svårare aritmetik än vad som är rimligt att klara enbart med hjälp av papper och penna. Därför betonar läroplanen också vikten av att förvärva säkerhet i numerisk räkning med räknetekniska hjälpmedel.



Bengt Johansson tar i fortsättningen av artikeln upp resultat från försöksverksamhet, här hemma och utomlands, där miniräknaren använts som räknetekniskt hjälpmedel. Inte överraskande visar den sig överlägsen vanlig "handräkning", särskilt i subtraktion, multiplikation och division. Sedan redovisar han resultat och tolkningar av internationella undersökningar av problemlösning, som inte varit lika positiva. Orsaken anses vara *den mycket komplicerade relationen mellan problemets struktur och själva uträkningen*. Han fortsätter:

En stor del av förklaringen till dessa smått paradoxala resultat ligger i att man vid papper och penna-arbete i skolan i själva uträkningen gör en rimlighetsbedömning. Inte så att man nödvändigtvis gör ett överslag och därigenom ser om svaret är rimligt. Där tror jag inte att det är någon större skillnad på resultat och förmåga om man använder miniräknare eller ej. *Nej, skillnaden ligger i huruvida man känner igen uträkningen från tidigare arbete eller ej*. Läraren ger ju sällan problem som leder till en uträkning som eleverna aldrig sett eller inte har någon möjlighet att klara av. Genom att man känner igen räknerutinen och vet att svaret inte kan vara orimligt av detta skäl ökar sannolikheten väsentligt att eleven valt rätt räknesätt.

Denna möjlighet finns inte på samma sätt när uträkningen sker med miniräknare. Miniräknare klarar ju i stort sett alla uträkningar utan problem på samma korta tid.

Ett annat viktigt skäl till att man inte får den väntade höjningen av problemlösningens förmågan med miniräknare som hjälpmedel, ligger i det faktum, att man snabbt måste koncentrera sig på *val av räknesätt*. Man får härigenom mycket mindre utrymme för problemlösning med mera *informella tankeformer* (se artikel s 10). Speciellt gäller detta problemlösning som också lämpar sig för huvudräkning. Istället för att koncentrera sig på problemets natur och relationen mellan problem och olika uträkningar är risken mycket stor för att man *chansar på räknesätt*. Eftersom själva uträkningen blir lika lätt, oavsett val av räknesätt, ger miniräknaren här inget besked om det rimliga i detta val.

