

## Euklides



Hjärnan ännu i mig vrides  
När jag tänker på Euklides  
Och på de triangelarna  
A, B, C och C, D, A  
Svetten ur min panna gnides  
Värre än på Golgata

Så lyder ett mindre känt poem av Carl Mikael Bellman. Det har dock funnits med i en antologi för gymnasiet och en elev kommenterade då dikten med orden: "Euklides, fanns han redan då?"  
Jodå, Euklides fanns redan då — och hade funnits ganska länge. Omkring 300 f Kr levde och verkade han i Alexandria, som snabbt efter det att Alexander den store grundat staden kom att överta Athens roll som ett kulturellt centrum. Euklides levde alltså ett par århundraden efter Pytagoras och var några decennier äldre än Arkimedes.

### Självklarheter eller axiom?

Det är nu inte bara Bellmans hjärna som vridits av denne geometris centralfigur. Och orsaken är Euklides storverk, *Elementa*, där han i 13 band sammanfattade allt vad man då kunde inrymma i matematiskt vetande.

Men han inte bara sammanfattade, han byggde upp en logisk tankebyggnad. Sålunda börjar första bandet med definitioner och axiom. Axiom brukar slarvigt översättas med "självklarheter" men det är långt från den rätta innebörden. Euklides menade att det var sätser som han avstod från att bevisa, hörnstenar på vilka han sedan byggde upp sin beviskedja. Fast visst kan vissa axiom tyckas självklara, som till exempel det axiom där han — i fri översättning — påpekar att den kortaste vägen mellan två punkter är en rät linje.

Ett annat axiom är svårare att kontrollera, det berömda parallellaxiomet. Där påstås att om man har en rät linje så kan man genom en punkt utanför denna linje rita endast en enda linje som blir parallell med den förstnämnda linjen. Eller är det självklart? Parallella linjer är ju linjer som aldrig möts hur långa man än ritar dem, och det blir ju praktiska svårigheter om man vill försöka vederlägga axiomet.



Sättet att framställa axiomet i *Elementa* tyder på att Euklides själv anade problem i sammanhanget och många hjärnor vreds under århundraden för att försöka bevisa parallellaxiomet och därmed göra det till en sats. Ingen lyckades och det var först på 1800-talet som Gauss och några till redde ut frågan och skapade den icke-euklidiska geometrin. Som kom att åstadkomma ännu fler hjärnvridningar.



### Vilket skulle bevisas

I de andra delarna av *Elementa* flätar Euklides en elegant kedja av geometriska bevis med kongruensfall och annat. *Elementa* är världshistoriens största bestseller vad gäller läroböcker och påstås vara den näst Bibeln mest lästa boken genom tiderna. Men då gäller det inte hela verket utan de delar som i olika bearbetningar varit läroböcker i geometri i alla länder under århundraden — fram till dess man för några decennier sedan började tvivla på att elever verkligen förstått den eleganta logiken. Man vågar väl påstå att de allra flesta satserna inte leder till några AHA-upplevelser utan kan tyckas lika självklara som axiomen. Så de många stegen fram till det klassiska slutet V.S.B. — som skall uttydas ”vilket skulle bevisas” — blev kanske oftast utantilläxor som psalmer och bibelcitat.



Euklides är än i dag medförfattare till terminologiböcker. Ord som bas, parallell, triangel och kvadrat kommer från hans *Elementa*.

I några av böckerna i *Elementa* sysslar Euklides med talteori och där hittar man bevis som än i dag kan få matematiker att tala om matematik som en skön konst. Som så många andra antika matematiker intresserade sig Euklides för primtalen. Bland de tio första talen är 40% primtal, bland de femtio första har andelen sjunkit till 28%. Och andelen fortsätter att sjunka.

Tar då primtalen slut — finns det alltså något största primtal? Finns det, menade Euklides, så kallar jag det  $P$ . Sedan bildade han ett nytt tal genom att multiplicera alla tal upp till  $P$  och sedan lägga till ett. Det blev ju ett enormt tal, långt större än  $P$ , nämligen  $(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot P) + 1$ . Men detta nya stora tal är inte jämnt delbart med något annat tal från 1 till  $P$ . Man får ju alltid resten 1. Alltså är det bara delbart med sig självt och alltså ett primtal. Och  $P$  kan inte vara det största primtalet. V.S.B. kanske man kan skriva. Med den här metoden införde Euklides det så kallade ”indirekta beviset”. Man påstår något och visar att detta påstående inte kan vara riktigt.

Med ett liknande indirekt bevis kunde Euklides också visa att  $\sqrt{2}$  inte kan vara ett rationellt tal och alltså inte skrivas som kvoten mellan två heltal.

## Knep och genvägar

Förutom i geometrin finns Euklides namn förevisat i en algoritm. Inte de där fyra som vi talar om som om det bara fanns dessa — och av en särskild form dessutom som får namn som trappa eller stol. Algoritm är egentligen en beräkningsmetod där man stegvis hela tiden upprepar samma process. Och med Euklides algoritm kan man ta reda på det största tal som går jämnt upp i två givna tal. Den kan alltså till exempel användas när man vill förkorta ett bråk. Men för vardagsräkandet — eller kanske ännu mer för skolräkandet — finns det ett enklare knep. Kan man till exempel förkorta bråket  $68/85$ ? Om man utför en subtraktion,  $85-68$ , får man 17. Sedan kan man kontrollera om ett av talen är delbart med 17. I så fall måste det andra också vara det. Euklides algoritm är mer komplicerad men användbar inom den fortfarande intressanta talteorin.

Om Euklides liv vet man inte mycket. I mer fantasifulla än korrekt historiska sammanhang drömmar man stundom om att en av hans elever hette Arkimedes, vilket ju kan te sig lockande. Historiskt säkrare tycks påståendet vara att Euklides undervisade kung Ptolemaios Soter, vilken emellertid tyckte att geometristudierna var alltför jobbiga. Detta fick Euklides att yttra de bevingade orden ”Det finns ingen kungsväg till geometrin”.

Något som alltså inte bara Bellman fått erfara.

